Gh. Cristea I. Ardelean

ELEMENTE FUNDAMENTALE DE FIZICĂ

ELECTRICITATEA MAGNETISMUL

DACIA

GHEORGHE CRISTEA • IOAN ARDELEAN

ELEMENTE FUNDAMENTALE DE FIZICĂ

Coperta de SILVIA IONEL

GHEORGHE CRISTEA
IOAN ARDELEAN

ELEMENTE FUNDAMENTALE DE FIZICĂ

vol II.

Cuprinde:

Electrostatica
Electrocinetica
Circuite de curent continuu
Cîmpul magnetic
Fenomene electromagnetice variabile în timp
Curentul alternativ
Elemente de electrotehnică
Elemente de electronică

EDITURA DACIA
CLUJ-NAPOCA, 1985

CUPRINS

PREFAȚĂ 13

CAPITOLUL 1. ELECTROSTATICA

1.1. STRUCTURA MATERIEI 15
1.1.1. Materia-substanță 15
1.1.1.1. Particule elementare 15
1.1.1.2. Nucleul atomic 16
1.1.1.3. Atomul 17
1.1.1.4. Molecula 18
1.1.1.5. Substanța la scară macroscopică 18
1.1.1.6. Conductori și izolatori 19
1.1.1.7. Sarcina electrică 20
1.1.2. Materia-cîmp 22

1.2. CÎMPUL ELECTRIC 23
1.2.1. Legea lui Coulomb 23
1.2.2. Cîmpul electric (electrostatic) 28
1.2.2.1. Cîmpul dipolului electric 31
1.2.2.2. Cîmpul electric al unei distribuții nepunctiforme de sarcină 33
1.2.2.3. Reprezentarea cîmpului electric prin linii de cîmp 34
1.2.2.4. Fluxul cîmpului electric 36
1.2.3. Legea lui Gauss 38
1.2.3.1. Cîmpul electric al unui fir rectiliniu infinit, încărcat uniform cu sarcină pozitivă 41
1.2.3.2. Cîmpul planului infinit încărcat uniform 42
1.2.3.3. Cîmpul electric între două plane planparalele, încărcate uniform cu sarcină de semn opus 43
1.2.3.4. Cîmpul unui strat sferic de sarcină electrică 44

1.3. POTENȚIALUL ELECTRIC 46
1.3.1. Lucrul efectuat de forța cîmpului electric 46

1.3.2. Potențialul cîmpului electrostatic 47
1.3.3. Potențialul cîmpului sarcinii punctiforme 47
1.3.4. Energia potențială a sarcinii q_0 în cîmpul sarcinii q 50
1.3.5. Linii, suprafețe și volume echipotențiale 52
1.3.6. Relația dintre cîmp și potențial 53
1.3.7. Criteriul pentru conservativitatea cîmpului electrostatic 55

1.4. CONDUCTORII ÎN CÎMP ELECTROSTATIC 56
1.4.1. Inducția electrostatică 56
1.4.2. Conductori încărcați în echilibru electrostatic 59
1.4.3. Capacitatea electrică 64
1.4.4. Energia conductorului încărcat 65

1.5. CONDENSATORUL ELECTRIC 66
1.5.1. Condensatorul plan 69
1.5.2. Condensatorul sferic 69
1.5.3. Energia cîmpului electrostatic 70
1.5.4. Gruparea condensatorilor 71

1.6. DIELECTRICII ÎN CÎMP ELECTROSTATIC 74
1.6.1. Polarizarea dielectricilor nepolari 75
1.6.2. Polarizarea dielectricilor polari 76
1.6.3. Polarizarea cristalelor ionice 77
1.6.4. Vectorul polarizare electrică 78

1.7. CÎMPUL ELECTRIC DIN DIELECTRICI 80
1.7.1. Permitivitatea electrică relativă 80
1.7.2. Vectorul inducție electrică (cîmpul electric $\vec{D}$) 82
1.7.3. Relația între vectorii $\vec{E}$, $\vec{P}$ și $\vec{D}$ în dielectrici 84

CAPITOLUL 2. ELECTROCINETICA

2.1. CURENTUL ELECTRIC 87
2.1.1. Intensitatea curentului electric 87
2.1.2. Densitatea de curent 88
2.1.3. Tensiunea electromotoare 91

2.2. TEORIA ELECTRONICĂ CLASICĂ A CONDUCȚIEI ÎN METALE 95
2.2.1. Purtătorii de sarcină în metale 95
2.2.2. Legea lui Ohm 97
2.2.3. Deficiențele teoriei clasice a conducției electronice în metale 103
2.2.4. Noțiuni de teoria cuantică a conducției electronice 104

2.3. CONDUCȚIA ELECTRICĂ ÎN SEMICONDUCTORI 106
2.3.1. Benzile de energie în solide 106

2.3.2. Conductori, semiconductori și izolatori 108
2.3.3. Semiconductori intrinseci (fără impurități) 110
2.3.3.1. Conducția electrică în semiconductorii intrinseci 112
2.3.4. Semiconductori extrinseci (cu impurități) 115
2.3.4.1. Semiconductori extrinseci de tip N 116
2.3.4.2. Semiconductori extrinseci de tip P 117

2.4. CONDUCȚIA ELECTRICĂ ÎN LICHIDE 119
2.4.1. Disociația electrolitică 119
2.4.2. Conductibilitatea electrică a lichidelor 123
2.4.3. Electroliza 125
2.4.3.1. Oxidarea și reducerea la electrozi 125
2.4.3.2. Electroliza simplă 125
2.4.3.3. Cazul ionilor poliatomici 126
2.4.3.4. Influența solventului (a apei) 127
2.4.3.5. Electroliza cu anod solubil 129
2.4.4. Legile electrolizei 130
2.4.5. Aplicațiile practice ale electrolizei 133

2.5. PLASMA. CONDUCȚIA ELECTRICĂ ÎN PLASMĂ 133
2.5.1. Ionizarea gazelor 133
2.5.2. Plasma 136
2.5.3. Descărcarea neautonomă și autonomă 137
2.5.4. Întreținerea descărcării autonome 139
2.5.5. Tipuri de descărcări electrice 143
2.5.5.1. Descărcarea luminiscentă 143
2.5.5.2. Descărcarea în scîntei 147
2.5.5.3. Descărcarea corona 149
2.5.5.4. Descărcarea în arc electric 149
2.5.6. Elemente de fizica plasmei 150
2.5.6.1. Parametrii plasmei 150

CAPITOLUL 3. CIRCUITE DE CURENT CONTINUU

3.1. CIRCUITE ELECTRICE NERAMIFICATE 155
3.1.1. Circuit electric cu rezistor 155
3.1.2. Aplicarea legii lui Ohm 157

3.2. CIRCUITE ELECTRICE RAMIFICATE 160
3.2.1. Rețeaua electrică 160
3.2.1.1. Legea I a lui Kirchhoff 161
3.2.1.2. Legea a II-a a lui Kirchhoff 162

3.2.2. Rezistorul echivalent al unei porțiuni de rețea 162
3.2.3. Transformarea triunghi-stea și stea-triunghi 165
3.2.4. Gruparea generatoriior 166

3.3. APLICAȚII SIMPLE 168
3.3.1. Reostatul și potențiometrul 168
3.3.2. Puntea Wheatstone 171
3.3 3. Potențiometrul compensator 172
3.3.4. Voltmetrul și ampermetrul 173
3.3.5. Circuitul RC serie 175
3.3.5.1. Încărcarea condensatorului 176
3.3.5.2. Descărcarea condensatorului 177

3.4. ENERGIA ȘI PUTEREA CURENTULUI CONTINUU 178
3.4.1. Energia electrică 178
3.4.2. Puterea curentului electric 181
3.4.3. Randamentul generatorului 182

CAPITOLUL 4. CÎMPUL MAGNETIC

4.1. CÎMPUL MAGNETIC ÎN VID 184
4.1.1. Forțele magnetice 184
4.1.2. Interacțiunea între sarcinile electrice în mișcare 185
4.1.3. Intensitatea cîmpului magnetic 187
4.1.4. Caracterul vectorial al cîmpului magnetic 189
4.1.5. Liniile cîmpului magnetic 191
4.1.6. Fluxul cîmpului magnetic 192

4.2. MIȘCAREA PARTICULELOR ÎNCĂRCATE ÎN CÎMP ELECTRIC ȘI MAGNETIC 194
4.2.1. Mișcarea în cîmp electric 194
4.2.1.1. Mișcarea în cîmp electric longitudinal 195
4.2.1.2. Mișcarea în cîmp electric transversal 196
4.2.2. Mișcarea în cîmp magnetic 198
4.2.2.1. Calculul deviației electronului în cîmp magnetic transversal 200
4.2.3. Mișcarea în cîmp electric și magnetic reciproc perpendiculare 201
4.2.4. Osciloscopul electronic 202

4.3. ACȚIUNEA CÎMPULUI MAGNETIC ASUPRA CURENTULUI ELECTRIC 203
4.3.1. Forța magnetică asupra unui element de curent 203
4.3.2. Forța magnetică asupra unui curent liniar finit 205
4.3.3. Forța magnetică asupra unui curent închis 206
4.3.4. Cadrul de curent în cîmp magnetic omogen 206

4.3.4.1. Momentul forțelor magnetice 207
4.3.4.2. Momentul magnetic al cadrului de curent 208
4.3.4.3. Energia momentului magnetic $\vec{m}$ în cîmpul magnetic $\vec{B}$ 209

4.4. SURSELE CÎMPULUI MAGNETIC 210
4.4.1. Cîmpul magnetic al unei sarcini punctiforme 210
4.4.2. Cîmpul magnetic al unui element de curent 211
4.4.3. Cîmpul magnetic al unui curent finit 212
4.4.4. Cîmpul magnetic în centrul unei spire circulare 213
4.4.5. Cîmpul magnetic al curentului rectiliniu, infinit de lung 214
4.4.6. Legea lui Ampère 216
4.4.7. Aplicații ale legii lui Ampère 219
4.4.7.1. Cîmpul magnetic generat de curentul din conductorii masivi 219
4.4.7.2. Cîmpul magnetic al solenoidului lung 220
4.4.8. Amperul — unitatea fundamentală în SI 223
4.4.9. Legea lui Gauss pentru cîmpul magnetic 224

4.5. PROPRIETĂȚILE MAGNETICE ALE SUBSTANȚE 225
4.5.1. Momentul magnetic atomic 226
4.5.2. Intensitatea de magnetizare 229
4.5.3. Magnetizarea substanțelor paramagnetice 230
4.5.4. Legătura între magnetizarea $\vec{M}$ și curentul de magnetizare I_m 231
4.5.5. Cîmpul magnetic $\vec{H}$ 232
4.5.6. Susceptibilitatea magnetică 234
4.5.7. Magnetizarea substanțelor diamagnetice 236
4.5.8. Magnetizarea feromagneticelor 239
4.5.9. Circuite magnetice 243

CAPITOLUL 5. FENOMENE ELECTROMAGNETICE VARIABILE ÎN TIMP

5.1. INDUCȚIA ELECTROMAGNETICĂ 246
5.1.1. Constatări experimentale 246
5.1.2. Legea lui Faraday 249
5.1.3. Natura tensiunii electromotoare induse 250
5.1.4. Curenții Foucault 253

5.2. INDUCȚIA MUTUALĂ ȘI AUTOINDUCȚIA 253
5.2.1. Inducția mutuală 253
5.2.2. Autoinducția 256
5.2.3. Energia cîmpului magnetic 258

5.3. INDUCȚIA MAGNETOELECTRICĂ 260
5.3.1. Curentul de deplasare 260
5.3.2. Inducția magnetoelectrică 261
5.3.3. Ecuațiile lui Maxwell 262

5.4. CIRCUITE DE CURENT CONTINUU CU INDUCTOR 264
5.4.1. Circuit cu rezistor și inductor (RL) 264
5.4.2. Circuit cu inductor și condensator (LC) 268
5.4.3. Circuit cu rezistor, inductor și condensator (RLC) 272

5.5. UNDE ELECTROMAGNETICE 273
5.5.1. Circuit oscilant deschis 273
5.5.2. Cîmp electromagnetic. Unde electromagnetice 275
5.5.3. Viteza de propagare a undelor electromagnetice 276
5.5.4. Clasificarea undelor electromagnetice 278
5.5.5. Ecuația undelor plane sinusoidale 279
5.5.6. Ecuația de propagare a undelor electromagnetice 281
5.5.7. Energia și impulsul undelor electromagnetice 281

CAPITOLUL 6. CURENTUL ALTERNATIV

6.1. MĂRIMI CARACTERISTICE CURENTULUI ALTERNATIV 284
6.1.1. Definiții 284
6.1.2. Valoarea medie a intensității și tensiunii curentului alternativ 286
6.1.3. Valoarea efectivă a curentului și tensiunii curentului alternativ 287
6.1.4. Tensiunea electromotoare sinusoidală 288
6.1.5. Metoda fazorilor 289

6.2. CIRCUITE DE CURENT ALTERNATIV 290
6.2.1. Circuit cu rezistor ideal 290
6.2.2. Circuit serie cu inductor (RL) 291
6.2.3. Circuit serie cu condensator (RC) 295
6.2.4. Circuit serie cu rezistor, inductor și condensator (circuit RLC serie) 300
6.2.5. Circuit de curent alternativ RLC în paralel 304

6.3. REZONANȚA ÎN CIRCUITELE DE CURENT ALTERNATIV 306
6.3.1. Rezonanța circuitului serie (Rezonanța tensiunilor) 306
6.3.2. Rezonanța în circuitul RLC paralel 309

6.4. PUTEREA CURENTULUI ALTERNATIV 310
6.4.1. Puterea medie în circuitul RLC serie 310
6.4.2. Energia curentului alternativ 312

CAPITOLUL 7. ELEMENTE DE ELECTROTEHNICĂ

7.1. GENERATOARE DE CURENT ALTERNATIV 314
7.1.1. Principiul generării curentului alternativ 314
7.1.2. Alternatorul monofazic 316
7.1.3. Alternatorul trifazic 319
7.1.3.1. Sistem trifazic echilibrat cuplat în stea 320
7.1.4. Cîmpul magnetic rotitor 324

7.2. MOTOARE ÎN CURENT ALTERNATIV 326
7.2.1. Motorul asincron 326
7.2.2. Motorul sincron 328
7.2.3. Comparație între motorul sincron și motorul asincron 330

7.3. GENERATOARE DE CURENT CONTINUU 330
7.3.1. Principiul de funcționare 330
7.3.2. Construcția generatorului de curent continuu 332
7.3.3. Funcționarea generatorului de curent continuu 333
7.3.4. Randamentul generatorului de curent continuu 334

7.4. MOTOARE DE CURENT CONTINUU 335
7.4.1. Reversibilitatea mașinilor de curent continuu 335
7.4.2. Randamentul motorului cu curent continuu 337

7.5. TRANSFORMATORUL 338

CAPITOLUL 8. ELEMENTE DE ELECTRONICĂ

8.1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE 342
8.1.1. Definiții preliminare 342
8.1.2. Proprietățile dispozitivelor electronice 343
8.1.3. Clasificarea dispozitivelor electronice 343

8.2. DIODA SEMICONDUCTOARE 344
8.2.1. Joncțiunea pn 344
8.2.2. Dioda semiconductoare 344
8.2.3. Redresarea unei singure alternanțe 350
8.2.3.1. Analiza Fourier a semnalului redresat 352
8.2.3.2. Parametrii redresorului 353
8.2.3.3. Condensatorul de netezire 354
8.2.4. Redresarea ambelor alternanțe 355
8.2.4.1. Redresor dublă alternanță cu priză mediană în secundar 355
8.2.4.2. Redresor dublă alternanță în punte 357
8.2.5. Dioda stabilizatoare de tensiune (Zener) 358
8.2.6. Dioda semiconductoare ca fotoelement 360

8.3. TRANZISTORUL BIPOLAR 361
8.3.1. Generalităţi 361
8.3.2. Principiul de funcţionare al tranzistorului bipolar 362
8.3.3. Caracteristicile statice ale tranzistorului bipolar 366
8.3.4. Punctul de funcţionare a tranzistorului 368

8.4. APLICAŢII ALE TRANZISTORULUI BIPOLAR 371
8.4.1. Detecţia cu ajutorul tranzistorului 371
8.4.2. Amplificarea cu ajutorul tranzistorului 372
8.4.2.1. Acţiunea amplificatoare a tranzistorului 372
8.4.2.2. Clase de amplificatoare 373
8.4.2.3. Etaje de amplificare în conexiune EC 374
8.4.2.4. Reacţia în amplificatoare 374
8.4.3. Generarea oscilaţiilor electromagnetice (oscilatori) 376

8.5. ELEMENTE DE RADIOTEHNICĂ 380
8.5.1. Antena 380
8.5.2. Radioemiţătorul 382
8.5.2.1. Radiocomunicaţia 382
8.5.2.2. Modulaţia de amplitudine (MA) 384
8.5.3. Radioreceptorul 387

BIBLIOGRAFIE 414

PREFAŢA

Volumul al doilea al cărţii „Elemente fundamentale de fizică" se adresează, ca şi primul volum, cu precădere elevilor şi absolvenţilor de liceu, care doresc să-şi îmbogăţească cunoştinţele de fizică, în vederea continuării studiilor sau pentru a face faţă cu mai multă competenţă sarcinilor de producţie.

Materialul este redactat într-o manieră similară aceleia din primul volum: rezumativ, intuitiv şi la nivelul cunoştinţelor de matematică predate în liceu. Totuşi, ţinînd seama de unele aprecieri referitoare la primul volum şi din dorinţa ca lucrarea să fie utilă în mai mare măsură profesorilor din învăţămîntul liceal şi gimnazial, pentru pregătire la cursurile de perfecţionare, nivelul general al cărţii este mai ridicat decît cel al primului volum. În acelaşi timp conţinutul este substanţial îmbogăţit. Excepţie face capitolul „Elemente de electronică" unde am renunţat la descrierea detaliată a tuburilor electronice şi a circuitelor cu tuburi în favoarea descrierii mai complexe a dispozitivelor şi circuitelor electronice cu semiconductoare, care înlocuiesc treptat tuburile în toate domeniile electronicii.

Mulţumim şi pe această cale prof. dr. Alexandru Bódi, lector dr. Petru Cioară şi asistent Simion Simon pentru citirea manuscrisului şi pentru sugestiile făcute în vederea îmbunătăţirii lucrării. Autorii vor fi receptivi

și în continuare la observațiile și sugestiile cititorilor și colegilor, în vederea îmbunătățirii în continuare a materialului la o eventuală reeditare.

Autorii

Capitolul 1
ELECTROSTATICA

1.1. STRUCTURA MATERIEI

Pentru a înțelege fenomenele electromagnetice trebuie să cunoaștem structura materiei în cele două forme ale sale de existență: a) *materia sub formă de substanță*; b) *materia sub formă de cîmp*. Fenomenele fizice, inclusiv cele electromagnetice, nu sînt altceva decît o formă de mișcare a materiei.

1.1.1. MATERIA-SUBSTANȚĂ

1.1.1.1 Particule elementare

Substanța are structură discretă. Ea este formată din particule elementare* organizate (grupate și ordonate în spațiu) în așa fel încît să-i asigure acesteia stabilitate. Numărul particulelor descoperite pînă în prezent, și care intră în constituția substanței, este relativ mare (peste 300) și este în continuă creștere. Majoritatea lor sînt, însă, instabile; dispar după un timp de viață extrem de scurt. Pentru înțelegerea fenomenelor electromagnetice doar trei particule prezintă interes: *electronul*, *protonul* și *neutronul*. Conform ultimelor cuceriri ale fizicii, dintre acestea numai electronul este particulă cu adevărat elementară. Protonul și neutronul s-au dovedit a fi constituiți din particule elementare numite cuarci. Cuarcii sînt particule elementare a căror sarcină electrică poate fi $+2e/3$ și $-e/3$, unde e este valoarea sarcinii electronului. Conform modelului cuarcilor protonul, care are sarcina electrică $+e$, este constituit din doi cuarci cu sarcina $+2e/3$ și un cuarc cu sarcina $-e/3$, iar

* Se numesc particule elementare acele particule care la momentul actual de cunoaștere par a nu fi constituite din părți mai mici, adică par a nu avea o structură internă.

neutronul, care este neutru electric, este constituit dintr-un cuarc cu sarcina $+2e/3$ și doi cuarci cu sarcina $-e/3$. Faptul că protonul și neutronul au structură internă proprie nu modifică însă sistemul de cunoștințe existent asupra electromagnetismului. De aceea, *în această carte vom continua să considerăm protonul și neutronul ca particule elementare.*

Protonii și neutronii sînt constituenții stabili ai nucleelor atomice. Electronii intră, alături de protoni și neutroni, în constituția atomilor și moleculelor. Cea mai importantă proprietate a particulelor elementare, de care depinde înțelegerea fenomenelor electromagnetice, este sarcina electrică.

> Sarcina electrică este mărimea fizică caracteristică unor particule elementare, o proprietate intrinsecă a acestora, care determină existența interacțiunilor electromagnetice dintre ele, valoarea energiei (tăria) acestor interacțiuni.

Pe baza a numeroase fapte experimentale s-a stabilit că *în natură există două, și numai două, tipuri de sarcină electrică. Tipul de sarcină proprie electronului se numește* sarcină electrică negativă, iar *tipul de sarcină proprie protonului se numește* sarcină electrică pozitivă. (Conținutul fenomenelor fizice și legile care le guvernează, nu s-ar schimba cu nimic dacă sarcina electronului s-ar numi pozitivă și cea a protonului s-ar numi negativă). *Valoarea absolută a sarcinii electronului și protonului este egală și se numește* sarcină electrică elementară.

> În SI valoarea sarcinii elementare este $e=1{,}602\cdot 10^{-19}$C.

Între particulele elementare care posedă sarcină electrică, precum și între corpurile încărcate cu sarcină electrică se manifestă interacțiuni numite interacțiuni electromagnetice. Interacțiunea electromagnetică este una din cele patru tipuri de interacțiuni fundamentale ce se manifestă în natură (§ 5.1.3 vol. I). *Forma concretă de organizare* (de grupare și ordonare în spațiu) a *particulelor elementare*, pentru a forma edificii stabile complexe, cum sînt atomii, moleculele și substanța la scară macroscopică, *este determinată de interacțiunea electromagnetică* care se manifestă între ele.

1.1.1.2 Nucleul atomic

Nucleul este cel mai mic edificiu format din particule elementare. În constituția nucleelor intră numai protoni și neutroni. *Volumul nucleului este extrem de mic,* $\cong(10^{-43}-10^{-45})\text{m}^3$, corespunzîndu-i dimensiuni lineare de ordinul a $(10^{-14}-10^{-15})$m. Avînd în vedere valoarea masei protonului și neutronului, $m_p\cong m_n\cong 1{,}67\cdot 10^{-27}$kg, ajungem la concluzia că *densitatea substanței în nucleu este* $\rho\cong 10^{18}\ kg/m^3$, ceea ce comparativ cu densitatea corpurilor macroscopice ($\rho\cong 10^3\text{kg/m}^3$), este *o densitate enormă.* Deoarece în constituția nucleelor intră numai protoni (cu sarcina $+e$) și neutroni (cu sarcina egală cu zero), *nucleele sînt sisteme microscopice cu sarcină electrică pozitivă.* Constituenții nucleului (protonii și nuetronii) poartă denumirea comună de nucleoni. S-a convenit să se noteze cu Z numărul protonilor dintr-un nucleu, cu N numărul neutronilor și cu $A=Z+N$ numărul nucleonilor din nucleul dat. De exemplu, în cazul nucleului atomului de litiu, ilustrat în fig. 1.1, $Z=3$, $N=4$ și $A=7$. Valoarea sarcinii nucleului caracterizat prin numerele Z, N și A este egală cu suma sarcinilor protonilor ce intră în constituția lui, adică $Q_N=+Ze$.

Fig. 1.1

• *Stabilitatea nucleelor atomice* nu poate fi explicată numai pe baza interacțiunii electromagnetice dintre nucleoni. Într-adevăr, numeroase experiențe au arătat că sarcinile electrice de același tip (semn) se resping, iar sarcinile electrice de tip diferit se atrag. Prin urmare *forța de respingere dintre sarcinile pozitive ale protonilor din nuclee ar trebui să ducă la dezmembrarea acestora.* Este necesar, deci, a lua în considerare existența unui alt tip de interacțiune fundamentală între particulele elementare din nucleu, numită interacțiune nucleară sau interacțiune tare (§ 5.1.3 vol. I).

1.1.1.3 Atomul

Atomul este cel mai mic sistem fizic în constituția căruia intră electroni. *Atomul este format dintr-un nucleu, în jurul căruia se mișcă un nor de electroni, aflați la distanțe mari de nucleu, comparativ cu dimensiunea nucleului,* cum arătăm în figura 1.2. pentru atomul de litiu. *Dimensiunea liniară a norului de electroni* — dimensiunea atomului — *este aproximativ* 10^{-10}*m.* Numărul electronilor ce intră în constituția unui atom este egal cu numărul Z al protonilor din nucleul atomului respectiv. De aceea, *suma algebrică a tuturor sarcinilor elementare*

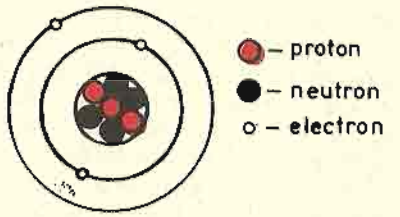


Fig. 1.2

dintr-un atom este egală cu zero. Cu alte cuvinte, atomii sînt sisteme fizice neutre din punct de vedere electric.

• *Stabilitatea atomului este determinată de interacțiunea electromagnetică*, dintre sarcina pozitivă totală a nucleului și sarcinile negative ale electronilor săi. Deși electronii sînt atrași de sarcina pozitivă a nucleului, fiind ținuți ca într-o „capcană electrică", este posibil să fie scoși din atom, cu o anumită cheltuială de energie, unul, doi sau mai mulți electroni. De asemenea, unii atomi pot prinde în „capcana electrică" a nucleului unul sau mai mulți electroni, peste numărul Z al sarcinilor elementare pozitive ale nucleelor lor. În aceste împrejurări atomii devin ioni, încărcați cu sarcină pozitivă în primul caz și cu sarcină negativă în al doilea caz. Faptul că atomii pot pierde sau cîștiga electroni are importanță crucială în explicarea fenomenelor electromagnetice.

1.1.1.4 Molecula

Molecula este formațiunea cea mai mică în structura căreia intră mai mulți atomi. Numărul și tipul concret de atomi ce participă la formarea moleculelor determină varietatea extrem de mare a acestora. În figura 1.3 prezentăm modelul moleculei de amoniac; NH_3.

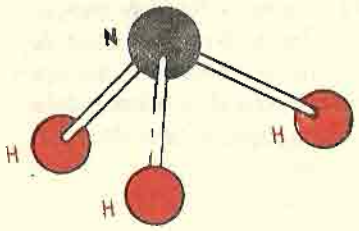


Fig. 1.3

• *Stabilitatea moleculelor este determinată de interacțiunea electromagnetică* ce se manifestă între particulele cu sarcină electrică care intră în edificiul molecular. Ca și atomii, în stare normală moleculele sînt neutre, însă pot pierde sau cîștiga electroni devenind astfel ioni moleculari pozitivi, respectiv negativi.

1.1.1.5 Substanța la scară macroscopică

Sub forma în care o percepem la scară macroscopică, în diferite stări de agregare (§ 0.1.4 vol I), substanța este formată dintr-un număr extrem de mare de atomi sau molecule. În *stările de agregare condensate* (starea solidă și lichidă) distanța dintre atomii vecini este de ordinul a $1{,}5 \cdot 10^{-9}$m. *Principala deosebire structurală între stările de agregare solidă și lichidă constă în ordonarea spațială a atomilor.* În starea solidă *cristalină există* o ordine la distanță mare (macroscopică), în timp ce în starea lichidă există doar o ordine locală — pe distanțe ce cuprind doar primii vecini ai fiecărui atom. În lumina acestei deosebiri solidele necristaline (amorfe), cum este sticla, bitumul, rășinile etc, sînt lichide

suprarăcite. *A doua deosebire între solide și lichide privește mobilitatea atomilor.* În solide *atomii execută* oscilații în jurul pozițiilor lor de echilibru fixe, în timp ce în lichide atomii se pot deplasa unii față de alții pe distanțe macroscopice, ceea ce conferă lichidelor proprietatea de *fluiditate* (de curgere). În *starea gazoasă* distanța dintre atomii (moleculele) vecini este de aproximativ zece ori mai mare decît în cazul stărilor solidă și lichidă. La aceste distanțe interacțiunea dintre atomi (molecule) este practic nulă și ca urmare mișcarea lor este independentă și haotică.

Pentru interpretarea fenomenelor electromagnetice este important să subliniem că *în toate stările de agregare enumerate substanța este constituită din atomi neutri sau molecule neutre.* Electronii din straturile exterioare ale atomilor pot fi smulși din unii atomi cu destulă ușurință (și eventual alipiți la alți atomi), fără ca substanța să-și modifice starea de agregare, rezultînd ioni atomici sau moleculari. Dacă electronii smulși din atomi nu părăsesc corpul macroscopic acesta rămîne neutru. Un astfel de corp neutru este *plasma.* Plasma este un gaz puternic ionizat format din ioni pozitivi și din electroni, care în ansamblu este electric neutră. La temperaturi $\cong 10^4$ K, toate substanțele pot fi aduse în stare de plasmă. De fapt majoritatea substanței din univers (din stelele active) se găsește în stare de plasmă. Din acest motiv astăzi plasma este considerată ca a patra stare de agregare permanentă a substanței.

Dacă electronii smulși din atomii unui corp macroscopic părăsesc corpul, trecînd eventual pe alt corp, atunci *corpul părăsit de electroni rămîne cu un surplus de sarcină electrică pozitivă* (este încărcat electric cu sarcină pozitivă) iar *corpul pe care au ajuns electronii capătă un surplus de sarcină electrică negativă* (devine încărcat cu sarcină electrică negativă). Mijloacele prin care pot fi transferați electronii de la un corp la altul sînt diverse. Printre acestea se află și *metoda electrizării prin frecare. Cînd o vergea de sticlă este frecată cu mătase, un număr de electroni trec de pe sticlă pe mătase. Sticla rămîne încărcată pozitiv iar mătasea se încarcă negativ. Dacă frecăm o vergea de ebonită cu blană de pisică, un număr de electroni trec de pe blană pe ebonită. Blana rămîne încărcată pozitiv iar ebonita se încarcă cu sarcină negativă.*

1.1.1.6. Conductori și izolatori

Toate materialele (substanțele) se împart, după comportarea lor electrică, în două categorii mari: *conductori* și *izolatori*.

• *Conductorii* sînt materiale în interiorul cărora există particule cu sarcină electrică capabile să se deplaseze în material pe distanțe macroscopice. Aceste particule se numesc purtători de sarcină liberi. La rîndul lor conductorii sînt de mai multe tipuri:

Conductorii:
- *metalele;*
- *electroliții;*
- *gazele ionizate (plasma);*
- *semiconductorii.*

• *Metalele* (§ 2.2) sînt conductori buni (de clasa I). Purtătorii de sarcină în metale sînt electronii liberi numiți și electronii de conducție.

• *Electroliții* (§ 2.4) sînt conductori de clasa a II-a, în care purtătorii de sarcină sînt ionii liberi, de ambele semne.

• *Gazele ionizate* (§ 2.5) sînt de asemenea conductori de clasa a II-a în care purtătorii de sarcină pot fi ioni de ambele semne și electroni. În starea de plasmă *gradul de ionizare* a gazului este atît de mare încît plasmele pot fi conductori tot atît de buni ca și metalele.

• *Semiconductorii* (§ 2.3) sînt materiale cu concentrația purtătorilor de sarcină mai mică de $\sim 10^4 - 10^5$ ori decît în metale. În semiconductori purtătorii de sarcină pot fi (negativi) electronii sau (pozitivi) golurile (vezi § 2.3.3).

Datorită prezenței în conductori a purtătorilor de sarcină liberi *orice sarcină în exces, comunicată conductorului, într-un punct al acestuia nu rămîne la locul respectiv ci se repartizează, practic instantaneu, pe toată suprafața conductorului.* Din acest motiv, dacă încercăm să electrizăm prin frecare o vergea conductoare ținută în mînă nu reușim, deoarece orice deficit de electroni pe conductor este completat, practic instantaneu, prin corpul experimentatorului, de la Pămînt.

• *Izolatorii (dielectricii)* (§ 1.6) *sînt materiale fără purtători de sarcină liberi. Sarcinile electrice din izolatori sînt legate de atomii sau moleculele la care aparțin.* Acestea se numesc sarcini electrice legate. Ele au posibilitatea să se deplaseze doar pe distanțe de ordinul a 1 Å, ceea ce are ca efect *polarizarea dielectricului* (1.6.1.) Din cauza absenței în izolatori a purtătorilor de sarcină liberi, *orice sarcină în exces comunicată izolatorului într-un punct al acestuia rămîne la locul respectiv, nu se repartizează pe toată suprafața acestuia.*

1.1.1.7. Sarcina electrică

Sarcina electrică este o mărime fizică cuantificată, relativist invariantă, care în sistemele izolate se conservă.

• *Cuantificarea sarcinii electrice.* Sarcina netă a oricărui corp este egală cu suma algebrică a sarcinilor particulelor elementare din care este constituit corpul dat. Deoarece, așa cum am arătat deja, singurele particule încărcate din atomi sînt protonii cu sarcina $+e$ și electronii cu sarcina $-e$, rezultă că valoarea sumei algebrice a sarcinilor oricărui corp nu poate fi decît un multiplu întreg al sarcinii elementare e. Din acest motiv sarcina elementară e reprezintă cuanta de sarcină electrică. Deci, dacă Q este sarcina electrică netă a unui corp macroscopic atunci vom avea întotdeauna:

$$\boxed{Q = \pm Ne} \qquad N = 0, 1, 2... \qquad (1.1)$$

Cînd avem în vedere sarcina electrică a particulelor microscopice, cum sînt ionii atomici sau moleculari, de exemplu Na^+, Cl^-, Cu^{2+}, SO_4^{2-}, Cr^{3+} etc, caracterul discret al sarcinilor electrice este evident. Cînd este vorba de sarcina netă a unor corpuri macroscopice, pentru care valoarea lui N este de ordinul a 10^{18} sau mai mare, o sarcină electrică elementară în plus sau în minus nu poate modifica vizibil sarcina Q a corpului, astfel că se estompează cuantificarea sarcinii electrice. *Aparent, sarcina electrică a corpurilor macroscopice variază continuu.*

• *Invarianța relativistă a sarcinii electrice.* Spre deosebire de masa particulelor elementare, care la viteze apropiate de viteza luminii depinde de viteza lor, conform expresiei (§ 5.6. vol. I), sarcina lor electrică are aceeași valoare, indiferent de viteza cu care se mișcă: sarcina electrică este relativist invariantă. Invarianța relativistă a sarcinii electrice este dovedită, printre altele, de neutralitatea perfectă, concomitentă, a atomului de heliu și a moleculei de hidrogen. Într-adevăr, în structura atomului de heliu și a moleculei de hidrogen intră, ca particule cu sarcină electrică, 2 protoni și 2 electroni. Totuși, *viteza de mișcare a protonilor din nucleul de heliu, guvernată de forțele nucleare,* este mult mai mare decît viteza de mișcare a protonilor din molecula de hidrogen, *guvernată de forțe electromagnetice,* incomparabil mai slabe. Viteza mișcării electronilor, este determinată de forțe electromagnetice în ambele sisteme și ca urmare este aproximativ aceeași. De aceea, sarcina electrică negativă a electronilor din ambele sisteme este aceeași. Dacă sarcina electrică ar depinde de viteză atunci *ar trebui ca sarcina electrică pozitivă a protonilor în cele două sisteme să fie diferită.* Ca urmare, sarcina negativă a celor doi electroni nu ar trebui să se compenseze exact cu sarcina pozitivă a celor doi protoni, fie în atomul de heliu, fie în molecula de hidrogen, fie nici în unul din aceste sisteme. *Experiențe* din cele mai sensibile *nu au putut detecta sarcină electrică netă pe nici unul din cele două sisteme,* ceea ce dovedește invarianța relativistă a sarcinii electrice.

• *Conservarea sarcinii electrice.* În toate fenomenele care implică redistribuirea sarcinii electrice între corpuri în interacțiune, ce formează un sistem izolat, suma algebrică a sarcinilor electrice rămîne constantă.

Legea conservării sarcinii electrice este tot atît de fundamentală pentru înțelegerea fenomenelor naturii cum sînt și celelalte legi de conservare: a impulsului, a momentului impulsului, a energiei etc. Pînă în prezent

nu au fost observate abateri de la această lege. Sînt numeroase însă exemplele care atestă legea conservării sarcinii electrice. De exemplu:

• *în procesele de dezintegrare radioactivă* (vol. III) a nucleelor suma sarcinilor nucleului și particulei ce rezultă în urma dezintegrării este egală cu sarcina nucleului ce se dezintegrează;

• *în reacțiile nucleare* suma sarcinilor nucleelor ce intră în reacție este egală cu suma sarcinilor nucleelor ce rezultă din reacție (vol. III);

• *în procesul de disociație electrolitică* (2.4.1) suma sarcinilor ionilor ce rezultă dintr-o moleculă neutră este egală cu zero;

• *în procesul de electrizare prin frecare* sarcina pozitivă netă cu care rămîne încărcată sticla frecată cu mătase este egală cu sarcina negativă netă cu care se încarcă mătasea.

Din faptul că $1e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C rezultă că

$$1C = \frac{e}{1{,}602 \cdot 10^{-19}} = 6{,}24 \cdot 10^{18} e$$

adică:

> Unitatea SI de sarcină electrică, Coulombul, este egal cu sarcina a $6{,}24 \cdot 10^{18}$ electroni.

În descrierea mișcării materiei-substanță trebuie să facem distincție între *particulele* (punctele materiale *clasice*), din care poate fi imaginat că este format orice obiect macroscopic, și *particulele cuantice* (*microparticulele*) ale căror proprietăți sînt cu totul diferite (vol. III).

• *Mișcarea particulelor clasice de substanță este descrisă de mecanica clasică newtoniană* (vol. I) *și de mecanica clasică relativistă* (vol. III).

• *Mișcarea particulelor cuantice (a microparticulelor) este descrisă de mecanica cuantică nerelativistă și relativistă.*

1.1.2. MATERIA-CÎMP

Multă vreme s-a crezut că mecanica newtoniană poate descrie și explica orice fenomen din natură. Treptat au apărut însă limite în descrierea newtoniană a fenomenelor. Un rol hotărîtor în stabilirea acestor limite l-a jucat *studiul fenomenelor electromagnetice, care nu necesită, pentru manifestarea lor, existența unui suport material, nu necesită existența materiei sub formă de substanță.* Încercările de-a descrie fenomenele electromagnetice au pus în evidență existența *cîmpului electromagnetic* ca o *formă diferită de existență și manifestare a materiei.*

Cîmpul electromagnetic este o formă specială de existență a materiei. Materia-cîmp este „nemecanică", adică mișcarea ei nu poate fi descrisă de legile mecanicii newtoniene ci de alte legi, a căror exprimare clasică,

matematică, este dată prin ecuațiile lui Maxwell. Teoria ce are la bază ecuațiile lui Maxwell (§ 5.3.3) se numește electrodinamica clasică. Cîmpul (materia-cîmp) este generat de sarcinile electrice în repaus și în mișcare și acționează, la rîndul său, asupra sarcinilor electrice.

Cîmpul electromagnetic are două componente:

— *cîmpul electric;*

— *cîmpul magnetic.*

• *Cîmpul electric* este acea parte a cîmpului electromagnetic care acționează cu o forță asupra sarcinilor electrice aflate în repaus sau în mișcare în cîmpul electromagnetic.

• *Cîmpul magnetic* este acea parte a cîmpului electromagnetic care acționează cu o forță suplimentară numai asupra sarcinii electrice aflate în mișcare în cîmpul electromagnetic.

Cîmpul electric **este generat de sarcini electrice *în repaus sau în mișcare.*** Cîmpul magnetic este generat ***numai de sarcinile electrice în mișcare.*** Cîmpul electric generat de sarcinile electrice în repaus se numește cîmp electrostatic.

Cîmpurile electrice și magnetice generate de sarcini electrice (sau curenți electrici) variabile în timp sînt variabile în timp. Un cîmp electric variabil în timp generează cîmp magnetic variabil în timp și invers. Cîmpurile electric și magnetic variabile în timp, care se generează reciproc coexistă în același punct din spațiu și în același moment și reprezintă esența cîmpului electromagnetic. Împărțirea cîmpului electromagnetic în cîmp electric și în cîmp magnetic este, în ultimă instanță, fictivă. Ceea ce există real este cîmpul electromagnetic. Manifestarea lui reală, sub formă de cîmp electric pur sau de cîmp magnetic pur, depinde de sistemul de referință inerțial din care se face observația.

Pe parcursul expunerii materialului ce urmează vom lămuri mai temeinic toate noțiunile referitoare la cîmp, introduse în acest paragraf. În același timp, vom arăta că materia-cîmp este caracterizată, ca și materia-substanță, prin energie, impuls, moment al impulsului etc.

1.2. CÎMPUL ELECTROSTATIC

1.2.1. LEGEA LUI COULOMB

Legea fundamentală a electrostaticii poate fi scrisă sub două forme. Una din aceste forme este cunoscută sub numele de legea lui Coulomb

iar cealaltă sub numele de legea lui Gauss. *Legea lui Coulomb descrie interacțiunea dintre sarcinile electrice punctiforme aflate în repaus.* Punctiforme pot fi considerate și sarcinile a două corpuri încărcate dacă dimensiunile liniare ale corpurilor sînt mici comparativ cu distanța dintre ele. Sub formă scalară și în vid, legea lui Coulomb are expresia:

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{1.2}$$

unde k_e este un coeficient de proporționalitate. Din (1.2) rezultă:

> Două sarcini electrice punctiforme, în vid, interacționează cu forța F, proporțională cu mărimile sarcinilor q_1 și q_2 (*cu produsul lor*) și invers proporțională cu pătratul distanței r dintre ele.

Valoarea constantei de proporționalitate k_e depinde de sistemul de unități în care se scrie formula (1.2) În SI $k_e = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$ și poate fi scrisă sub forma:

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{1.3}$$

unde $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}$, este o constantă universală numită *permitivitate electrică a vidului*. Înlocuind (1.3) în (1.2) legea lui Coulomb capătă forma:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{1.2'}$$

Observație: *Valoarea constantei k_e a fost determinată în 1785 de către Coulomb, cu ajutorul unei balanțe de torsiune, analoagă celei a descrise în § 5.6.5 vol. I, pentru determinarea constantei gravitaționale.*

Din expresia scalară (1.2) a legii lui Coulomb nu rezultă toate proprietățile forței de interacțiune dintre sarcinile electrice. Fiind o mărime vectorială, forța cu care acționează sarcina punctiformă q_1, asupra sarcinii punctiforme q_2, aflată în vid, la distanța r de q_1 se scrie:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}_{12} \tag{1.4}$$

unde vectorul $\vec{r}_{12} = \vec{r}/r$ este versorul vectorului $\vec{r}$, cu originea la q_1 și cu extremitatea la q_2 (fig. 1.4). Din (1.4) rezultă următoarele caracteristici ale forței $\vec{F}_{12}$:

— *este proporțională cu produsul sarcinilor q_1 și q_2;*

— *este invers proporțională cu pătratul distanței dintre sarcini;*

— *este centrală (acționează în lungul liniei ce unește sarcinile q_1 și q_2);*

— *este de respingere dacă q_1 și q_2 au același semn ($q_1 q_2 > 0$)* (fig. 1.4 a);

— *este de atracție dacă q_1 și q_2 au semn opus ($q_1 \cdot q_2 < 0$)* (fig. 1.4 b); În general, *dacă forța de interacțiune dintre două obiecte este pozitivă obiectele se resping iar dacă forța de interacțiune este negativă obiectele se atrag.* În concluzie, din legea lui Coulomb rezultă că:

— *două sarcini electrice de același semn se resping;*

— *două sarcini electrice de semn opus se atrag.*

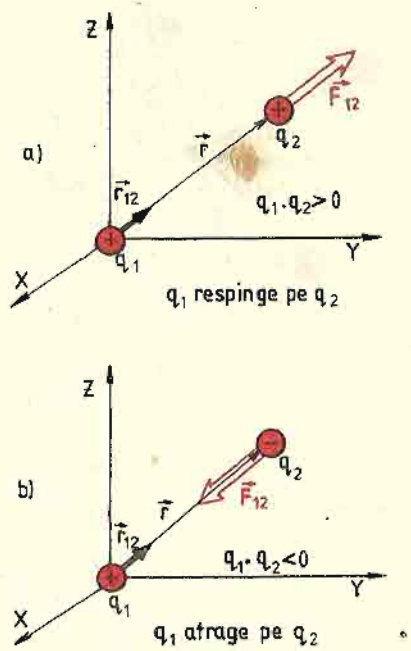


Fig. 1.4

• Forțele coulombiene, ca și cele gravitaționale, satisfac legea a treia a lui Newton (§ 5.3.1. vol. I): dacă sarcina q_i acționează asupra sarcinii q_2 cu forța F_{12}, dată de (1.4), atunci sarcina q_2 acționează asupra sarcinii q_1 cu forța

$$\vec{F}_{21} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}_{12} = -\vec{F}_{12} \tag{1.5}$$

egală în modul cu $\vec{F}_{12}$ și orientată în sens opus (fig. 1.5).

• Forțele coulombiene satisfac principiul suprapunerii. Aceasta înseamnă că dacă în vecinătatea unei sarcini oarecare q_0 există sarcinile q_1, q_2, ..., q_n, situate respectiv la distanțele r_1, r_2, ..., r_n de q_0, atunci fiecare din aceste sarcini acționea-

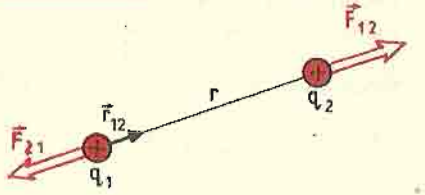


Fig. 1.5

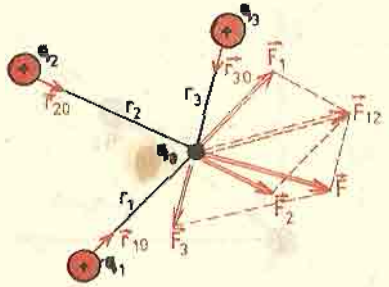


Fig. 1.6

ză asupra sarcinii q_0, cu forța cu care ar acționa dacă ea ar fi singura sarcină în vecinătatea lui q_0; forța rezultantă $\vec{F}$, ce acționează asupra sarcinii q_0 din partea sistemului format din cele n sarcini este egală cu suma vectorială a forțelor cu care acționează individual, fiecare sarcină asupra lui q_0 (fig. 1.6). Prin urmare

$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n=$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_1^2}\vec{r}_{10}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2q_0}{r_2^2}\vec{r}_{20}+\ldots+$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_nq_0}{r_n^2}\vec{r}_{n0}=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{r}_{i0},$$

adică

$$\boxed{\vec{F}=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{r}_{i0}.} \qquad (1.6)$$

• *Cît de puternică este interacțiunea electrostatică?* Calculăm valoarea forței de *atracție coulombiană* ce se manifestă între un electron ($q_1=-e$) și un proton ($q_2=+e$) aflați la distanța de 1 cm unul de altul ($r=10^{-2}$m):

$$F_e=-9\cdot10^9\frac{(1,6)^2\cdot10^{-38}}{(10^{-2})^2}=-2,3\cdot10^{-24}\text{ N}$$

Concluzia este că *forța de interacțiune electrostatică este extrem de slabă.*

• Cum se explică faptul că atunci cînd calculăm forța de interacțiune între două particule cu sarcină electrică, ignorăm complet forța gravitațională ce se manifestă între masele lor? Pentru a găsi răspunsul calculăm forța de *atracție gravitațională între un electron* ($m_e=9\cdot10^{-31}$kg) *și un proton* ($m_p=1,66\cdot10^{-27}$ kg), aflați la distanța de 1 cm unul de altul, folosind expresia (5,37, vol. I), în care $k_g=6,67\cdot10^{-11}\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$.

$$F_g=6,67\cdot10^{-11}\frac{9\cdot10^{-31}\cdot1,6\cdot10^{-27}}{(10^{-2})^2}=9,6\cdot10^{-64}\text{ N}$$

Deci, *raportul dintre forța electrostatică și cea gravitațională, ce se manifestă între un electron și un proton* (la orice distanță) *este* $F_e/F_g=2,4\cdot10^{39}$.

Cu alte cuvinte, în cazul electronului și protonului interacțiunea electrostatică este mai puternică decît cea gravitațională, de peste 10^{39} ori. În cazul interacțiunii dintre doi protoni $F_e/F_g=10^{37}$. În concluzie, în lumea microparticulelor cu sarcină electrică interacțiunea gravitațională se poate neglija față de interacțiunea electrostatică. În cazul corpurilor cu masă foarte mare (cazul corpurilor cerești), care în ansamblu sînt electric neutre, avem o situație inversă: interacțiunea electrostatică dintre ele se poate neglija comparativ cu cea gravitațională.

• *Densitatea de sarcină electrică.* Am subliniat faptul că legea lui Coulomb descrie numai interacțiunea dintre sarcinile punctiforme. Totuși, în practică nu toate sarcinile sînt punctiforme. Sarcina electrică poate fi distribuită unidimensional (pe fire), bidimensional (pe suprafețe) sau tridimensional (în volumul corpurilor). Corespunzător se definește densitatea de sarcină electrică, prin analogie cu densitatea masică:

— *densitatea liniară de sarcină:*

$$\boxed{\lambda=\frac{dq}{dl}} \quad \text{— sarcina unității de lungime;} \qquad (1.7)$$

— *densitatea superficială de sarcină:*

$$\boxed{\sigma=\frac{dq}{dS}} \quad \text{— sarcina unității de suprafață;} \qquad (1.8)$$

— *densitatea volumică de sarcină:*

$$\boxed{\rho=\frac{dq}{dV}} \quad \text{— sarcina unității de volum.} \qquad (1.9)$$

Dacă elementele de lungime dl, de arie ds, sau de volum dV sînt suficient de mici atunci elementele de sarcină

$$dq=\lambda dl \qquad (1.7')$$

$$dq=\sigma dS \qquad (1.8')$$

$$dq=\rho dV \qquad (1.9')$$

sînt punctiforme și li se poate aplica legea lui Coulomb.

1.2.2 CÎMPUL ELECTRIC (ELECTROSTATIC)

Legea lui Coulomb, oricît de exact descrie interacțiunea dintre sarcinile electrice punctiforme, are o „deficiență„ principială. Din ea nu rezultă mecanismul prin care o sarcină q_2, situată departe de q_1, simte forța de atracție sau de respingere din partea sarcinii q_1 (sau invers). Cu alte cuvinte, *legea lui Coulomb admite existența unei interacțiuni la distanță*, cum admite, de altfel, și legea atracției gravitaționale. Mai mult, pentru că nu se menționează timpul cît trebuie așteptat pentru ca forța generată de sarcina q_1 să ajungă pînă la locul sarcinii q_2, se poate presupune că *interacțiunea se propagă instantaneu la orice distanță* (în cazul interacțiunii gravitaționale la distanțe interplanetare!). Se înțelege că *este greșit a presupune că interacțiunea electrostatică* (sau gravitațională) *se propagă instantaneu (cu viteză infinită)* deoarece, cum se știe, *viteza maximă în univers este viteza luminii*. Din acest motiv *modelul acțiunii la distanță este respins* de fizica modernă *și înlocuit de modelul acțiunii din aproape în aproape*, prin intermediul cîmpului electric (mai general electromagnetic) care se propagă cu viteză finită, egală cu viteza luminii.

Conform modelului acțiunii din aproape în aproape acțiunea sarcinii q_1 asupra sarcinii q_2 (sau invers) are loc în două etape: a) *în prima etapă sarcina q_1 generează în jurul ei o stare specială a materiei, numită cîmp electric, care se propagă în tot spațiul înconjurător cu viteza luminii*; b) *în etapa a doua, după ce cîmpul s-a instalat și la locul sarcinii q_2, acesta acționează asupra sarcinii q_2 cu forța dată de expresia* (1.4).

> Cîmpul electric este o formă specială de existență în spațiu și timp a materiei, care se manifestă printr-o forță de natură electrică ce acționează asupra oricărei sarcini electrice care se găsește în spațiul cu cîmp electric.

• *Cîmpul electric al sarcinii punctiforme.* Din cele de mai sus rezultă că *cîmpul electric generat de sarcina q_1 se instalează în spațiu independent de prezența (sau lipsa) în spațiu a sarcinii q_2*. Altfel spus, *cîmpul electric al sarcinii q_1 nu depinde de sarcina q_2*. Pe de altă parte, forța cu care q_1 acționează asupa lui q_2 depinde de punctul în care este plasată q_2 (de distanța r de la q_1 la q_2). Rezultă că *valoarea (intensitatea) cîmpului electric al sarcinii q_1, într-un punct din spațiul ce o înconjoară, depinde numai de valoarea sarcinii q_1 care-l generează ci și de distanța r de la q_1 pînă la punctul respectiv*. Deoarece forța cu care q_1 acționează asupra lui q_2 este aceeași (expresia 1.4), indiferent dacă interpretăm interacțiunea ca acțiune la distanță sau ca o acțiune din aproape în aproape, este

natural să luăm ca expresie pentru intensitatea cîmpului electric al sarcinii q_1, la locul unde se află sarcina q_2, factorul ce înmulțește pe q_2 în (1.4), dependent atît de q_1 cît și de r. Notînd intensitatea acestui cîmp prin $\vec{E}_1$,(1.4) devine

$$\vec{F}_{12}=q_2\vec{E}_1, \tag{1.10}$$

unde

$$\vec{E}_1=k_e\frac{q_1}{r^2}\vec{r}_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\vec{r}_{12}. \tag{1.11}$$

În figura 1.7 redăm grafic relația între forța $\vec{F}_{12}$ și cîmpul $\vec{E}_1$, ambele acționînd asupra sarcinii q_2, în cazurile cînd q_2 este sarcină pozitivă iar q_1 pozitivă (a) și negativă (b).

În cazul general, intensitatea cîmpului electric generat de sarcina punctiformă oarecare q, la distanța r de ea, are expresia:

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r, \tag{1.12}$$

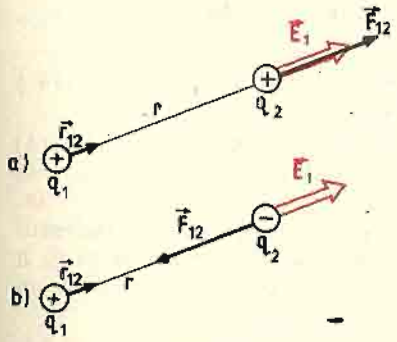


Fig. 1.7

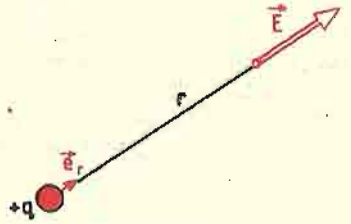


Fig. 1.8

unde $\vec{e}_r$ este versorul direcției care unește punctul în care se află sarcina q cu punctul în care se calculează cîmpul $\vec{E}$ (fig. 1.8). Forța ce acționează asupra unei sarcini de probă q_0, plasată în punctul unde cîmpul este dat de (1.12) conform cu (1.10), este;

$$\vec{F}=q_0\vec{E} \tag{1.13}$$

Observație: *Sarcina de probă q_0, cu care se încearcă punctele din spațiu, pentru a se stabili dacă există cîmp electric sau nu (dacă asupra sarcinii q_0 acționează o forță sau nu), trebuie să îndeplinească două cerințe:* 1) *să fie pozitivă și* 2) *să fie atît de mică încît cîmpul electric propriu să nu modifice cîmpul electric existent în spațiu înainte de aducerea ei în cîmp.*

Din (1.13) rezultă că putem defini cîmpul electric, în fiecare punct din spațiu, astfel:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad (1.14)$$

Din (1.14) rezultă:

> Intensitatea cîmpului electric într-un punct din spațiu este egală cu forța ce acționează asupra unității de sarcină pozitivă ($q_0 = +1C$), aflată în punctul respectiv.

Ținînd seama de cerința a doua din observația de mai sus, este mai corect să definim *intensitatea cîmpului electric* ca *limita spre care tinde raportul (1.14) atunci cînd valoarea sarcinii q_0 tinde spre zero*, adică:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad (1.14')$$

Exprimînd forța în newtoni și sarcina electrică în coulombi, din (1.14) rezultă *unitatea SI pentru intensitatea cîmpului electric*: N/m. Cum se arată în (§ 1.3.1.4), *în SI cîmpul electric se poate exprima și în* V/m.

• *Cîmpul electric al unui sistem de sarcini punctiforme.* Fie sistemul din figura 1.6 format din n sarcini punctiforme. Din expresia (1.6) a forței ce acționează asupra sarcinii q_0, conform cu (1.14), rezultă că

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{r}_{i0}. \qquad (1.15)$$

• *Principiul suprapunerii cîmpurilor electrice* — rezultă direct din (1.15), deoarece ținînd seama de (1.11) putem scrie:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}\vec{r}_{10} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2^2}\vec{r}_{20} + \ldots + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_n}{r_n^2}\vec{r}_{n0} =$$

$$= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i. \qquad (1.15')$$

1.2.2.1. Cîmpul dipolului electric

• *Dipolul electric* este cel mai simplu sistem de sarcini punctiforme și *constă din două sarcini punctiforme, egale și de semn opus, situate la distanța a una de alta (fig. 1.9).* Dipolul electric este caracterizat prin momentul dipolului $\vec{p}$, *egal cu produsul dintre valoarea uneia din sarcinile sale și vectorul $\vec{a}$, dus de la sarcina $-q$ la sarcina $+q$.*

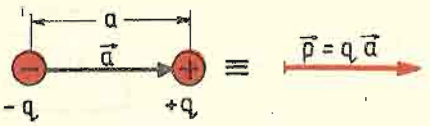


Fig. 1.9

$$\vec{p} = q\vec{a} \qquad (1.16)$$

Pentru calculul cîmpului generat de un dipol electric se poate aplica principiul suprapunerii cîmpurilor.

• *În punctul A* (fig. 1.10 a) *situat în prelungirea axei dipolului cîmpurile $\vec{E}_+$ și $\vec{E}_-$*, generate respectiv de sarcinile $+q$ și $-q$, *sînt colinitare și direct opuse.* Cîmpul rezultat este egal cu *suma algebrică* a modulelor cîmpurilor individuale, adică:

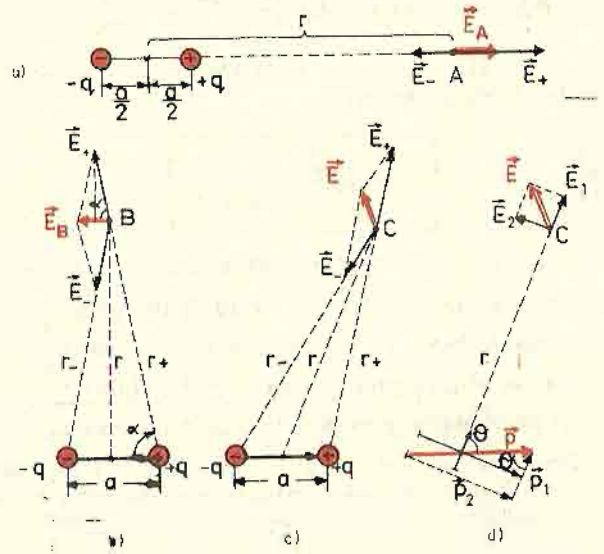


Fig. 1.10

$$E_A = E_+ - E_- = k_e \frac{q}{\left(r - \frac{a}{2}\right)^2} - k_e \frac{q}{\left(r + \frac{a}{2}\right)^2} = k_e \frac{2qar}{(r^2 - a^2/4)^2}.$$

În punctele îndepărtate de dipol, unde $r >> a$, și ca urmare la numitor se poate neglija $a^2/4$ față de r, ținînd seama de (1.16) obținem:

$$E_A = k_e \frac{2p}{r^3} = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \tag{1.17}$$

• *În punctul B, situat pe dreapta ce trece normal prin centrul dipolului* (fig. 1.10 b), *cîmpurile* $\vec{E}_+$ *și* $\vec{E}_-$ *nu sînt coliniare* și ca urmare, conform cu (1.15'), cîmpul rezultant este egal cu *suma vectorială* a cîmpurilor individuale:

$$\vec{E}_B = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

Cum se vede pe figură, $r_+ = r_-$ și astfel $|\vec{E}_+| = |\vec{E}_-|$. Modulul cîmpului $\vec{E}_B$ este egal, deci, cu diagonala rombului cu laturile $\vec{E}_+$ și $\vec{E}_-$:

$$E_B = 2E_+ \cos\alpha = 2 \cdot k_e \frac{q}{r_+^2} \cdot \frac{a/2}{r_+} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_+^3}.$$

În punctele îndepărtate de dipol, unde $r \gg a$ și ca urmare $r_+ = r_- \cong r$, ținînd seama de (1.16) obținem:

$$E_B = k_e \frac{p}{r^3} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \tag{1.18}$$

• *Într-un punct oarecare C* (fig. 1.10 c) cîmpul se poate calcula descompunînd momentul de dipol $\vec{p}$ (fig. 1.10 d) în componentele $\vec{p}_1$ paralelă cu $\vec{r}$ și $\vec{p}_2$ normală la $\vec{r}$, avînd modulele $p_1 = p\cos\theta$ și $p_2 = p\sin\theta$. Atunci punctul C se află în prelungirea axei dipolului $\vec{p}_1$, avînd cîmpul dat de (1.17), și pe dreapta normală la axa dipolului $\vec{p}_2$, avînd cîmpul dat de (1.18). Deoarece *cîmpurile* $\vec{E}_1$ *și* $\vec{E}_2$, generate în C de dipolii $\vec{p}_1$ și $\vec{p}_2$, *sînt reciproc perpendiculare* se poate calcula ușor modulul cîmpului rezultant în C. Într-adevăr, conform (1.17) și (1.18)

$$E_1 = k_e \frac{2p_1}{r^3} = k_e \frac{2p\cos\theta}{r^3} \quad \text{și} \quad E_2 = k_e \frac{p_2}{r^3} = k_e \frac{p\sin\theta}{r^3},$$

iar

$$E_C = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{k_e p}{r^3}\sqrt{4\cos^2\theta + \sin^2\theta} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$$

Deci, într-un punct oarecare, îndepărtat de dipol,

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}. \tag{1.19}$$

Din (1.17)–(1.19) rezultă:

Intensitatea cîmpului generat de dipolul electric, într-un punct îndepărtat de dipol, este direct proporțională cu valoarea p a momentului dipolului, invers proporțională cu puterea a treia a distanței r de la centrul dipolului la punctul în care se calculează cîmpul și depinde de unghiul θ format de axa dipolului cu direcția lui r.

1.2.2. Cîmpul electric al unei distribuții nepunctiforme de sarcină

Calculăm, ca un exemplu simplu, cîmpul electric generat de un *inel subțire semicircular*, cu raza r, încărcat cu sarcină electrică a cărei densitate liniară este λ, în centrul O al cercului din care face parte semiinelul (fig. 1.11). Pentru că sarcina inelului semicircular nu este punctiformă *nu putem aplica direct formula* (1.12) pentru a calcula cîmpul electric în punctul O. Totuși, dacă divizăm inelul în segmente Δl_i suficient de mici, atunci sarcina Δq_i ce revine segmentului Δl_i poate fi considerată punctiformă. Atunci pentru a calcula cîmpul electric în P, datorat elementului de inel Δl_i putem aplica formula (1.12). Conform cu (1.7) sarcina $\Delta q_i = \lambda \Delta l_i$. Aplicînd formula (1.12) avem:

$$\Delta\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta q_i}{r^2}\vec{e}_{r_i} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta l_i}{r^2}\vec{e}_{r_i}$$

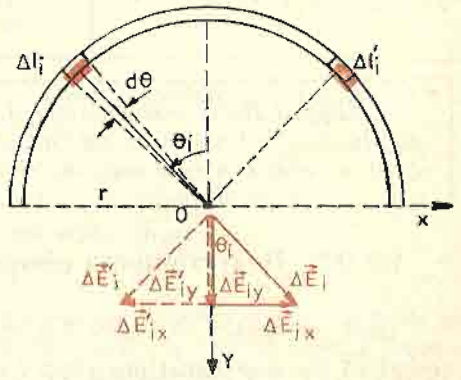


Fig. 1.11

Cîmpul $\Delta\vec{E}_i$ poate fi descompus în componentele $\Delta\vec{E}_{ix}$ și $\Delta\vec{E}_{iy}$, paralele cu axele de coordonate. Pe figură se observă că fiecărui element de inel Δl_i îi corespunde un element $\Delta l_i'$, egal și dispus simetric față de axa OY. Elementul de inel $\Delta l_i'$ generează în O cîmpul $\Delta\vec{E}_i'$, egal în modul cu $\Delta\vec{E}_i$, a cărui componentă, $\Delta\vec{E}_{ix}'$ este orientată direct opus componentei $\Delta\vec{E}_{ix}$ și o anulează. Componenta $\Delta\vec{E}_{iy}'$ este paralelă cu $\Delta\vec{E}_{iy}$, astfel că aceste componente *se pot aduna scalar*. Din figură rezultă că:

$$\Delta E_{iy}=\Delta E_i \cos\theta_i=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta l_i\cos\theta_i}{r^2}.$$

Pentru a obține valoarea cîmpului în O, generat de întreg semiinelul, este necesar să însumăm scalar componentele ΔE_{iy} pe un semicerc:

$$E=E_y=\sum_{i=1}^{n}\Delta E_{iy}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sum_{i=1}^{n}\Delta l_i\cos\theta_i$$

La limită, cînd $\Delta l_i\to 0$ suma trece în integrală. Pentru a avea o singură variabilă sub semnul integrală ținem seama că $dl=rd\theta$, astfel că:

$$E=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}dl\cos\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta\,d\theta=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Deci,

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \qquad (1.20)$$

Cîmpul liniei semicirculare de sarcină este direct proporțional cu densitatea liniară de sarcină și invers proporțională cu puterea întîi a razei r a semicercului.

1.2.3. Reprezentarea cîmpului electric prin linii de cîmp

Cum am arătat în figura 1.6, *cîmpul electric este cîmp vectorial*, în sensul că *fiecărui punct din cîmp i se poate atașa un vector* $\vec{E}$. Această concluzie este valabilă pentru orice cîmp electric, nu numai în cazul cîmpului sarcinii punctiforme.

Liniile, din spațiu cu cîmp, care au tangente în fiecare punct un vector cîmp electric $\vec{E}$ (fig. 1.12) se numesc linii de cîmp electric.

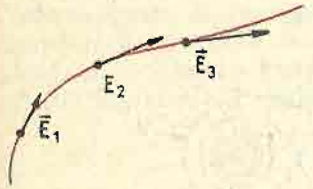


Fig. 1.12

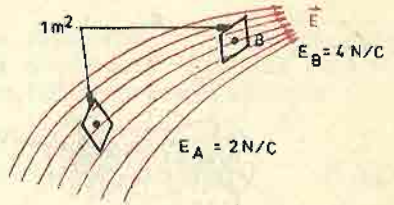


Fig. 1.13

Prin orice punct al spațiului trece o linie de cîmp și numai una. Orientarea cîmpului reprezentat prin linii de cîmp este indicată de săgeata de pe linia de cîmp. Pentru ca liniile de cîmp să ne dea informații despre intensitatea cîmpului s-a convenit ca acolo unde cîmpul este mai intens numărul liniilor de cîmp ce străbat unitatea de suprafață, normală la liniile de cîmp, să fie mai mare.

Liniile de cîmp se trasează în așa fel încît în orice regiune din spațiu numărul liniilor de cîmp ce străbat unitatea de suprafață, normală la linii, să fie exact egală cu intensitatea cîmpului în regiunea respectivă (fig. 1.13).

În figura 1.14 prezentăm liniile cîmpului electric generat de:

a) o sarcină punctiformă pozitivă;
b) o sarcină punctiformă negativă;
c) două sarcini egale de semn opus (un dipol electric);
d) două sarcini egale de același semn (pozitive);
e) un condensator plan încărcat.

Observație: *Liniile cîmpului electric încep totdeauna pe sarcinile pozitive și se termină pe sarcinile negative. Dacă nu există sarcini negative atunci liniile cîmpului generat de sarcinile pozitive continuă pînă la infinit. De asemenea, liniile de cîmp ce converg pe o sarcină negativă singulară vin de la infinit.*

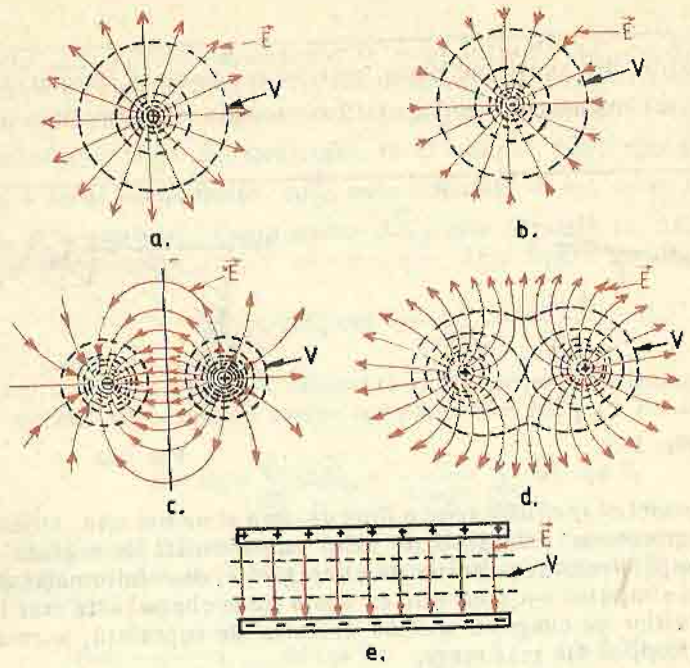


Fig. 1.14

12.2.4. Fluxul cîmpului electric

Se numește flux al cîmpului electric printr-o suprafață oarecare S, și se notează prin Φ_E, numărul liniilor de cîmp care străbat suprafața S (care poate fi și imaginară) normală la linii.

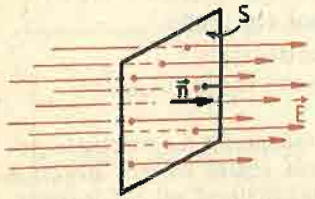


Fig. 1.15

• *Cîmpul electric este omogen iar suprafața S este normală la liniile de cîmp (fig. 1.15).* Deoarece, liniile de cîmp se trasează în așa fel încît prin unitatea de suprafață normală la cîmp trec E linii, prin suprafața egală cu S unități trec $E \cdot S$ linii de cîmp. Deci în acest caz

$$\Phi_E = E \cdot S \qquad (1.21)$$

Unitatea SI pentru fluxul cîmpului electric este produsul unităților cîmpului și ariei, adică $(N/C) \cdot m^2 = N \cdot m^2/C$ sau $(V/m) \cdot m^2 = V \cdot m$. *Fluxul cîmpului electric este o mărime scalară.*

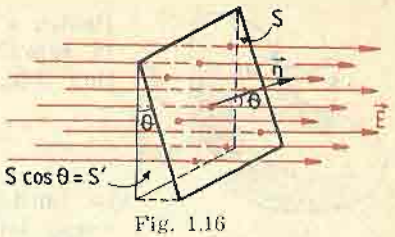


Fig. 1.16

• *Cîmpul electric este omogen iar suprafața S formează unghiul θ cu planul normal la liniile de cîmp (fig. 1.16) (sau normala la suprafața S formează unghiul θ cu liniile de cîmp).* Proiecția suprafeței S pe planul normal la liniile de cîmp este suprafața $S' = S \cos\theta$. Aplicînd ecuația (1.21) suprafeței S' (care este normală la liniile de cîmp) obținem:

$$\Phi_E = E \cdot S' = ES \cos\theta = \vec{E} \cdot \vec{S} \qquad (1.22)$$

Dacă suprafața S este paralelă cu liniile cîmpului omogen, $\theta = 90°$ și $\Phi_E = 0$.

Observație: *Normala la suprafață se poate duce la ambele fețe ale suprafeței. Pentru a elimina ambiguitatea ce poate rezulta, mai întîi se alege un sens de parcurs pe conturul ce mărginește suprafața și apoi orientarea normalei se stabilește cu regula burghiului (fig. 1.17). Se orientează un burghiu drept normal la suprafață și apoi se rotește în sensul în care s-a parcurs conturul ce mărginește suprafața. Sensul de deplasare a burghiului indică sensul în care trebuie dusă normala la suprafață.*

• *Cîmpul este neomogen iar suprafața nu este plană.* Se divizează suprafața S în elemente de suprafață ΔS_i atît de mici încît în limitele fiecăreia cîmpul are aceeași valoare și orientare. Fie $\vec{E}_i$ cîmpul electric prin elementul de arie ΔS_i, a cărei normală formează cu cîmpul unghiul θ_i (fig. 1.18). Acestui element de suprafață i se poate aplica formula (1.22), pentru a primi elementul de flux:

$$\Delta\Phi_i = E_i \cdot \Delta S_i \cos\theta_i$$

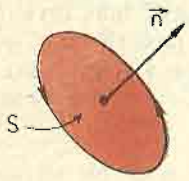


Fig. 1.17

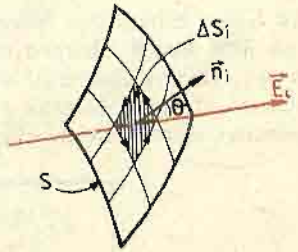


Fig. 1.18

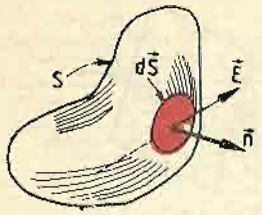


Fig. 1.19

Pentru a primi fluxul cîmpului electric prin toată suprafaţa S trebuie însumate elementele de flux $\Delta\Phi_i$ pe întreaga suprafaţă:

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^{n} \Delta\Phi_i = \sum_{i=1}^{n} E_i \Delta S_i \cos\theta_i.$$

La limita cînd elementele de suprafaţă $\Delta S_i \to 0$, $n \to \infty$ iar suma trece în integrală de suprafaţă pe toată suprafaţa S. Deci,

$$\Phi_E = \int_S E \, dS \cos\theta = \int_S (\vec{E} \cdot \vec{n}) \, dS = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}. \qquad (1.23)$$

Pentru a scrie ultima egalitate am transferat semnul vector de la versorul direcţiei normale la suprafaţă la simbolul S. *$\vec{S}$ reprezintă o suprafaţă orientală.*

• *Fluxul cîmpului electric printr-o suprafaţă închisă.* Expresia (1.23) a fluxului cîmpului electric este foarte generală şi se aplică şi în cazul suprafeţelor închise. Sînt necesare, însă, două precizări: 1) *normala la o suprafaţă închisă se duce totdeauna în exteriorul ei* (fig. 1.19); 2) *pentru a semnifica faptul că ne referim la fluxul printr-o suprafaţă închisă semnul integrală în (1.23) se scrie cu un cerc, adică:*

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \qquad (1.24)$$

1.2.3 LEGEA LUI GAUSS

Legea lui Gauss este una şi aceeaşi lege cu legea lui Coulomb, însă este exprimată sub altă formă. Asupra acestei afirmaţii mai revenim. Calculăm, la început, fluxul cîmpului unei sarcini punctiforme $+q$ printr-o suprafaţă închisă sferică, de rază r, centrată pe q (fig. 1.20). Deoarece q se află în centrul sferei *cîmpul electric* generat de ea *are aceeaşi valoare*,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2},$$

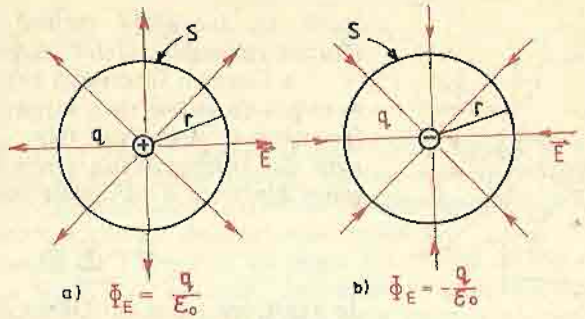


Fig. 1.20

în toate punctele sferei. În acelaşi timp *cîmpul* sarcinii punctiforme este orientat radial, deci *este normal la suprafaţa* S a sferei. În acest caz fluxul cîmpului prin suprafaţa S se calculează cu formula (1.21) şi avem:

$$\Phi_E = E \cdot S = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (1.25)$$

Acest rezultat simplu, *exprimă legea lui Gauss pentru electrostatică.*

Remarcăm că fluxul cîmpului oricărei sarcini punctiforme, izolate, situate în interiorul unei suprafeţe închise S', de orice formă, prin suprafaţa respectivă, este egal cu fluxul prin suprafaţa sferică centrată pe sarcină (fig. 1.21). Într-adevăr, toate liniile de cîmp emise de sarcină, care trec prin suprafaţa sferică, trec şi prin suprafaţa nesferică, şi merg pînă la infinit. Deci, *expresia (1.25) ne dă fluxul cîmpului sarcinii* q *prin orice suprafaţă închisă ce o înconjoară.* Pe de altă parte, prin definiţie, fluxul cîmpului electric printr-o suprafaţă este egal cu numărul liniilor de cîmp ce străbat suprafaţa dată. Suprafaţa închisă este străbătută de toate liniile de cîmp „emise" de sarcina din interiorul ei. Rezultă că sarcina $+q$ emite q/ε_0 linii de cîmp. Unitatea de sarcină ($q = 1$C) emite $1/\varepsilon_0$ linii de cîmp.

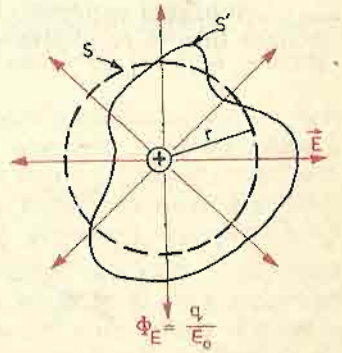


Fig. 1.21

• O sarcină negativă situată în interiorul unei suprafeţe închise, nu emite ci captează (de la infinit) q/ε_0 linii de cîmp (fig. 1.20 b). *Fluxul liniilor de cîmp ce ies din suprafaţa închisă este pozitiv (fluxul cîmpului sarcinii pozitive) iar fluxul liniilor de cîmp ce*

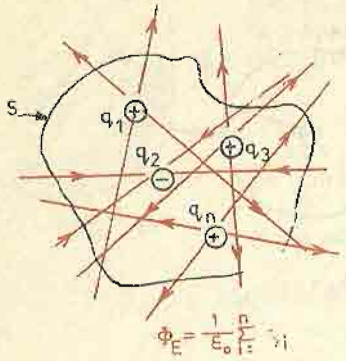


Fig. 1.22

intră în suprafața închisă este negativ (fluxul cîmpului sarcinii negative).

• Dacă în interiorul suprafeței închise există un sistem de n sarcini punctiforme (pozitive și negative) (fig. 1.22) *sarcina netă din interiorul suprafeței este egală cu suma algebrică a sarcinilor sistemului*:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$$

În acest caz legea lui Gauss (1.25) devine:

$$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i \qquad (1.25')$$

În cazul în care suma algebrică a sarcinilor din interiorul suprafeței închise (sarcina netă din interiorul suprafeței închise) este egală cu zero se obține $\Phi_E = 0$. Deci, legea lui Gauss se enunță astfel:

> Fluxul cîmpului electric printr-o suprafață închisă este egal cu sarcina netă din interiorul suprafeței împărțită la ε_0.

Fluxul cîmpului sarcinilor situate în exteriorul unei suprafețe închise, prin suprafața închisă, este întotdeauna egal cu zero, deoarece orice linie de cîmp ce intră în interiorul suprafeței iese din aceasta și aduce contribuție nulă la flux (fig. 1.23).

Combinînd expresia (1.24) a fluxului cîmpului electric printr-o suprafață închisă cu expresia (1.25') a aceluiași flux, obținem *forma integrală a legii lui Gauss*:

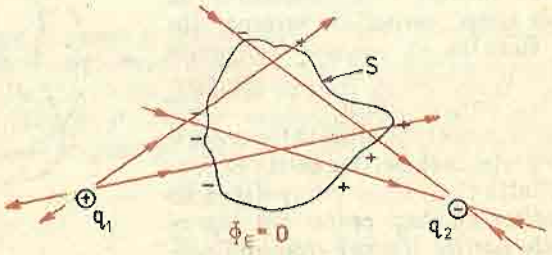


Fig. 1.23

$$\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i \qquad (1.25'')$$

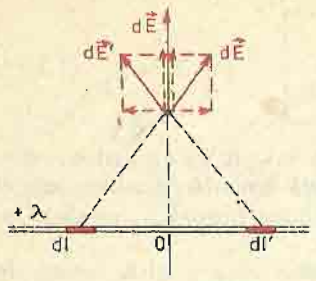
• Pentru a stabili expresia (1.25') ne-am referit la un sistem discret de sarcini punctiforme. Totuși, *sarcina netă din interiorul suprafeței gaussiene poate fi distribuită continuu, cu densitatea liniară* λ, *cu densitatea superficială* σ *sau cu densitatea volumică* ρ.

• Revenim la afirmația că legea lui Gauss este o altă formă de exprimare a legii lui Coulomb. Într-adevăr, simplificarea în expresia (1.25) a factorului $4\pi r^2$, ce exprimă aria suprafeței sferei, cu $4\pi r^2$ ce intră la numitor în expresia cîmpului electric (independența fluxului de raza sferei), a fost posibilă numai pentru că forța coulombiană (respectiv intensitatea cîmpului electric) este invers proporțională cu pătratul distanței r. Tot așa cum pornind de la legea lui Coulomb am obținut legea lui Gauss, vom arăta că pornind de la legea lui Gauss obținem legea lui Coulomb.

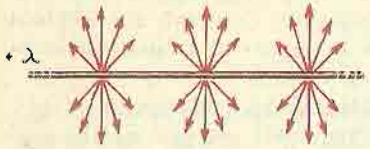
• Cîmpul electric poate fi calculat fie cu ajutorul expresiei (1.12), rezultată din legea lui Coulomb (cum am văzut în 1.1.4.2), fie cu ajutorul expresiei (1.25'') a legii lui Gauss. *În toate cazurile în care simetria cîmpului electric permite trasarea unei suprafețe închise (gaussiene) pe care* $\vec{E}$ *este constant și normal la suprafață, sau* $\vec{E}$ *este tangent la suprafață, și ca urmare integrala în (1.25'') se calculează ușor, este mai comod să se calculeze cîmpul cu ajutorul legii lui Gauss.* În restul cazurilor este necesar să se folosească legea lui Coulomb sub forma (1.12), sau alte metode simplificatoare. Arătăm, în continuare, cum putem calcula cîmpul electric cu ajutorul legii lui Gauss.

1.2.3.1. Cîmpul electric al unui fir rectiliniu infinit, încărcat uniform cu sarcină pozitivă

• *Orientarea cîmpului.* Ducem o dreaptă normală la fir, în orice punct O al acestuia (fig. 1.24 a). Oricărui element de fir dl situat la stînga punctului O îi corespunde un element de fir dl', egal, situat simetric față de O, la dreapta. Dacă densitatea liniară de sarcină a firului este λ, atunci sarcinile $dq = \lambda dl$ și $dq' = \lambda dl'$ generează într-un punct P, pe dreapta normală la linie, cîmpurile $d\vec{E}$ și $d\vec{E}'$ ale căror componente paralele la linie se anulează. Componentele normale la linie se compun scalar și dau cîmpul electric generat de linie în orice punct din spațiu. Deci, *cîmpul electric generat de linia infinită, încărcată uniform cu sarcină electrică, este normal la linie și radial în jurul oricărui punct O al*



a.



b.

Fig. 1.24

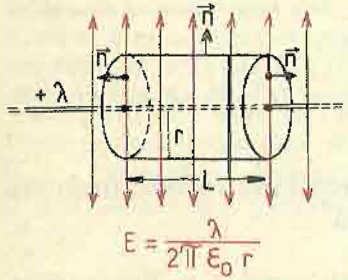


Fig. 1.25

liniei (fig. 1.24 b). Un astfel de cîmp are și un fir finit rectiliniu, cu excepția capetelor lui, unde liniile de cîmp se curbează.

• *Calculul cîmpului.* Închidem, imaginar, o porțiune de linie într-o suprafață cilindrică, coaxială cu firul (fig. 1.25). Fie L lungimea și r raza cilindrului gaussian. La distanța r de axa cilindrului, *pe suprafața lui laterală,* $\vec{E}$ *are aceeași valoare și este orientat paralel cu normala la suprafață. Pe suprafețele bazelor cilindrului* $\vec{E}$ *este perpendicular pe normală. Fluxul cîmpului* electric prin suprafețele bazelor este nul, deoarece conform cu (1.22) $\Phi_E(\text{baze}) = E(S_b + S_b)\cos 90° = 0$. Fluxul prin suprafața laterală este $\Phi_E(\text{lateral}) = E \cdot S_l \cos 0° = E \cdot S_l = E \cdot 2\pi r L$ și reprezintă fluxul total prin suprafața cilindrului. Pe de altă parte, deoarece λ este sarcina ce revine unității de lungime a liniei, linia cu lungimea L, din interiorul cilindrului, conține sarcina $q = \lambda L$. Înlocuind în (1.25) avem

$$E \cdot 2\pi r L = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0},$$

de unde rezultă că la distanța r de axa cilindrului

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \qquad (1.26)$$

Am reobținut expresia (1.20) pe o cale mult mai simplă.

1.2.3.2. Cîmpul planului infinit încărcat uniform

Considerente analoage celor invocate în cazul liniilor rectilinii infinite, încărcate uniform, ne conduc la concluzia că *în orice punct cîmpul electric este orientat normal la plan.*

• *Calculul cîmpului.* Alegem ca suprafață gaussiană un cilindru pe care planul îl secționează normal, în două jumătăți (fig. 1.26). Lungimea cilindrului se alege astfel încît bazele sale să treacă prin punctele în care dorim să calculăm cîmpul. Fie $+\sigma$ densitatea superficială de sarcină a planului și S aria bazelor cilindrului. Deoarece cîmpul electric $\vec{E}$ *este paralel cu suprafața laterală a cilindrului* (perpendicular pe normala la suprafața laterală) fluxul său prin aria laterală este egal cu zero. *Bazele cilindrului sînt normale la* $\vec{E}$ astfel că fluxul prin suprafața bazelor, egal cu fluxul total prin suprafața cilindrului gaussian, este $\Phi_E = E \cdot (S + S)$ Pe de altă parte, sarcina unității de arie fiind $+\sigma$ rezultă că în interiorul cilindrului gaussian se găsește sarcina $q = +\sigma S$. Înlocuind în (1.25) obținem

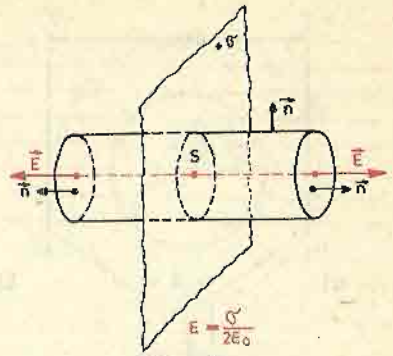


Fig. 1.26

$$E \cdot 2S = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0},$$

de unde rezultă:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad (1.27)$$

Cîmpul electric generat de un plan infinit de sarcină este direct proporțional cu densitatea superficială de sarcină și este același în toate punctele spațiului.

1.2.3.3. Cîmpul electric între două plane planparalele, încărcate uniform cu sarcină de semn opus

Cîmpul planului încărcat cu sarcină negativă este orientat normal la plan, spre plan (figura 1.27 b), și are valoarea dată de (1.27).

• *Calculul cîmpului.* În acest caz cîmpul poate fi evaluat grafic. Într-adevăr, deoarece sarcina ce revine unității de suprafață (σ) este constantă, numărul de linii de cîmp pe care ea le emite sau le captează este de asemenea constant (fig. 1.27). Aducînd cele două plane de sarcină de la infinit, în poziție plan paralelă, pînă la distanța d unul de altul, se constată că *între plane cîmpurile celor două plane se adună* (fig.

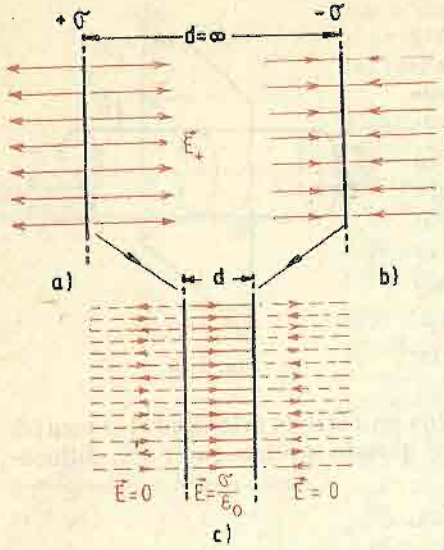


Fig. 1.27

1.27 c) *iar în exteriorul planelor cîmpurile* (fiind orientate în sens opus) *se anulează reciproc*. Pe baza formulei (1.27) cîmpul planului încărcat pozitiv este $E_+=\sigma_+/2\,\varepsilon_0$, iar cîmpul planului încărcat negativ este $E_-=\sigma_-/2\,\varepsilon_0$. Notînd prin $\sigma=\sigma_+=\sigma_-$ valoarea absolută a densității superficiale de sarcină a celor două plane, cîmpul electric între plane este

$$E=E_+ + E_- = \frac{\sigma_+}{2\,\varepsilon_0} + \frac{\sigma_-}{2\,\varepsilon_0} = \frac{2\,\sigma}{2\,\varepsilon_0},$$

adică

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad (1.28)$$

Cîmpul electric între două plane paralele are valoarea dublă cîmpului creat de un singur plan, încărcat cu aceeași densitate superficială de sarcină.

Formula (1.28) este valabilă și în cazul a două plăci plan-paralele finite, încărcate uniform, cu excepția efectelor ce apar la marginea plăcilor. *Sistemul format din două plane metalice paralele, cum este cel din figura 1.14 e, se numește condensator plan.* Prin urmare formula (1.28) ne dă cîmpul electric între plăcile condensatorului plan.

1.2.3.4. Cîmpul unui strat sferic de sarcină electrică

Considerăm un strat sferic de sarcină pozitivă cu densitatea superficială $+\sigma$. Fie a raza stratului sferic (fig. 1.28 a). Calculăm cîmpul electric generat de stratul sferic în două puncte: *în punctul P_e, situat în exteriorul stratului de sarcină*, și *în punctul P_i situat în interiorul stratului*.

• Pentru calculul cîmpului în punctul P_e imaginăm o suprafață gaussiană sferică S_e, cu raza r_e, *concentrică cu stratul sferic*. În toate punctele suprafeței gaussiene S_e *cîmpul electric are aceeași valoare* E_e (toate punctele suprafeței S_e sînt la aceeași distanță de stratul sferic de sarcină) și *este orientat normal la suprafața* S_e. Pentru calculul fluxului cîmpului prin suprafața S_e se poate deci aplica formula (1.21), adică $\Phi_E=E_e\cdot 4\pi r_e^2$. Sarcina electrică totală din interiorul suprafeței S_e este $Q=\sigma\cdot$(suprafața stratului sferic)$=\sigma\cdot 4\pi a^2$. Înlocuind în (1.25) avem $E_e\cdot 4\pi r_e^2=\sigma\cdot 4\pi a^2/\varepsilon_0=Q/\varepsilon_0$ de unde

$$E_e=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_e^2} \qquad (1.29)$$

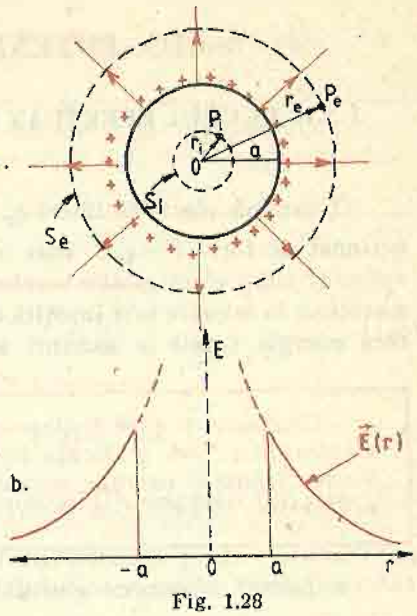


Fig. 1.28

Comparînd (1.29) cu (1.12) constatăm:

Valoarea cîmpului electric generat de sarcina Q, distribuită uniform într-un strat sferic cu raza a, este aceeași cu valoarea cîmpului electric generat de sarcina Q dacă ea ar fi o sarcină punctiformă în centrul stratului sferic.

• Pentru calculul cîmpului în P_i imaginăm o suprafață gaussiană sferică S_i, *concentrică cu stratul sferic*, care trece prin P_i. Dacă notăm prin E_i valoarea cîmpului electric pe suprafața S_i atunci conform cu (1.25) avem $E_i\cdot 4\pi r_i^2=(1/\varepsilon_0)\cdot$(sarcina din interiorul suprafeței S_i). Cum se vede pe figură, *în interiorul suprafeței S_i nu există sarcină electrică*: $Q=0$. Deci $E_i 4\pi r_i^2=0$. Deoarece raza $r_i\neq 0$ rezultă că $E_i=0$.

Cîmpul electric în interiorul stratului sferic de sarcină este egal cu zero.

În figura 1.28 b arătăm dependența de r a cîmpului electric generat de stratul sferic încărcat cu sarcină electrică.

1.3. POTENȚIALUL ELECTRIC

1.3.1. LUCRUL EFECTUAT DE FORȚA CÎMPULUI ELECTRIC

O sarcină electrică liberă q_0, aflată în cîmpul electrostatic $\vec{E}$, este acționat de forța $\vec{F}=q_0\vec{E}$, care o pune în mișcare accelerată. Deoarece sistemul cîmp electrostatic-sarcină este izolat creșterea energiei cinetice a sarcinii în mișcare este însoțită de scăderea energiei ei potențiale, deoarece energia totală a sarcinii se conservă. Deci:

> Cînd sarcina q_0 se deplasează dintr-un punct în altul al cîmpului electrostatic, sub influența forței cîmpului, energia ei potențială scade. Scăderea energiei potențiale a sarcinii (și creșterea energiei ei cinetice) este egală cu lucrul efectuat de forța cîmpului asupra ei.

• *Lucrul elementar* efectuat de forța cîmpului:

$$dL=\vec{F}\cdot\vec{ds}=q_0\vec{E}\cdot\vec{ds} \tag{1.30}$$

• *Lucrul finit* efectuat de forța cîmpului la deplasarea sarcinii din punctul 1 în punctul 2, este;

$$L_{12}=\int_1^2 dL=q_0\int_1^2\vec{E}\cdot\vec{ds} \tag{1.31}$$

Dacă notăm cu $W(1)$ și $W(2)$ energiile potențiale ale sarcinii q_0 în punctul 1, respectiv punctul 2, atunci scăderea energiei potențiale a sarcinii între cele două puncte este $W(1)-W(2)=L_{12}$. iar variația energiei potențiale este:

$$W(2)-W(1)=-L_{12}=-q_0\int_1^2\vec{E}\cdot\vec{ds} \tag{1.32}$$

Observație: *Dacă sarcina q_0 este deplasată fără accelerație din punctul 2 în punctul 1, împotriva forței cîmpului, de către o forță exterioară, aceasta efectuează un lucru mecanic egal cu (1.32) și de semn opus. Întreg lucrul efectuat de forța exterioară se înmagazinează în energia potențială a sarcinii, care crește de la $W(2)$ la $W(1)$.*

1.3.2. POTENȚIALUL CÎMPULUI ELECTROSTATIC

> Potențialul cîmpului electric într-un punct al cîmpului electrostatic reprezintă raportul dintre energia potențială a unei sarcini în acel punct și sarcina respectivă.

Împărțind (1.32) prin q_0 obținem

$$V(2)-V(1)=-\int_1^2\vec{E}\cdot\vec{ds} \tag{1.33}$$

unde

$$V(1)=\frac{W(1)}{q_0}\,,\qquad V(2)=\frac{W(2)}{q_0} \tag{1.34}$$

sînt potențialele cîmpului electric în punctul (1), respectiv (2). Remarcăm că potențialul este o mărime fizică scalară care este funcție numai de punctul în care este definit. Cîmpul electrostatic poate fi caracterizat tot atît de bine cu ajutorul potențialului V ca și cu ajutorul intensității cîmpului $\vec{E}$.

1.3.3. POTENȚIALUL CÎMPULUI SARCINII PUNCTIFORME

Înlocuim în (1.33) cîmpul $\vec{E}$ prin expresia (1.12), a cîmpului sarcinii punctiforme, și efectuăm integrala între punctul 1, aflat la distanța r_1 de sarcina q care generează cîmpul și punctul 2 aflat la distanța r_2 de acesta (fig. 1.29). Vom avea

$$V(2)-V(1)=-\int_1^2\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r\cdot\vec{ds}=$$

$$=-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{ds\cos\theta}{r^2}$$

Cum se vede pe figură $ds\cos\theta=dr$, astfel că

$$V(r_2)-V(r_1)=-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}=$$

$$=-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_{r_1}^{r_2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} \tag{1.33'}$$

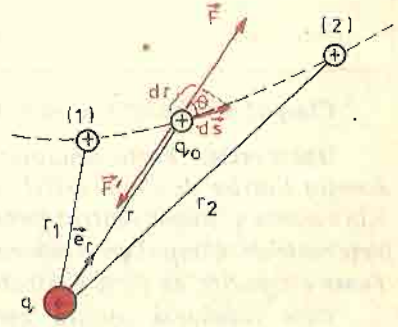


Fig. 1.29

Este evident că potențialul cîmpului sarcinii punctiforme q, la distanța r de sarcină, este:

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (1.35)$$

• *Lucrul* efectuat de forța cîmpului pentru deplasarea sarcinii q_0 din punctul 1 în punctul 2 *se poate exprima în funcție de diferența de potențial între cele două puncte.* Înlocuim în (1.32) energiile potențiale prin expresiile (1.34) și obținem:

$$L_{12} = q_0[V(1) - V(2)] \qquad (1.36)$$

Lucrul efectuat de forța cîmpului la deplasarea sarcinii q_0 din punctul cu potențialul $V(1)$ pînă în punctul cu potențialul $V(2)$ este egal cu produsul dintre sarcina q_0 și diferența de potențial $V(1) - V(2)$.

• *Cîmp conservativ.* Deoarece în (1.36) potențialele $V(1)$ și $V(2)$ depind numai de punctele 1 și 2 din cîmp, rezultă că *lucrul efectuat* la deplasarea sarcinii q_0 din punctul 1 în punctul 2 nu depinde de drumul urmat între cele două puncte, ci numai de poziția punctelor.

Cîmpurile în care lucrul efectuat la deplasarea sarcinii electrice dintr-un punct al cîmpului în alt punct nu depinde de drumul urmat între cele două puncte se numesc *cîmpuri conservative.*

Cîmpul electrostatic al sarcinii punctiforme este cîmp conservativ.

Observație: *Forța cîmpului sarcinii punctiforme este orientată după direcția liniilor de cîmp, astfel că suportul ei trece prin punctul în care se află sarcina q, numit centrul forțelor. Un astfel de cîmp se numește cîmp de forțe centrale. Cîmpul gravitațional este de asemenea cîmp de forțe centrale. Toate cîmpurile de forțe centrale sînt conservative.*

Deși concluzia asupra conservativității cîmpului electrostatic a rezultat în urma analizei cazului particular, al cîmpului sarcinii punctiforme, care este cîmp de forțe centrale, ea are valabilitate generală; *toate cîmpurile electrostatice sînt conservative.*

• *Unitatea SI pentru diferența de potențial* rezultă din (1.34) și este egală cu raportul dintre unitatea energiei și unitatea sarcinii. Această unitate se numește *volt* (V).

$$1\ \text{Volt} = \frac{1\ \text{J}}{1\ \text{C}}$$

Din (1.36) rezultă că și diferența de potențial se exprimă în volți.

Diferența de potențial dintre două puncte din cîmp este de 1 volt dacă la deplasarea sarcinii egală cu 1 C între cele două puncte se efectuează un lucru de 1 J.

• *Potențialul absolut al unui punct din cîmp.* Cu ajutorul relației (1.33) se poate calcula diferența de *potențial* între două puncte din cîmp, dacă se cunoaște cîmpul $\vec{E}$, dar *nu se poate calcula valoarea potențialului* în cele două puncte. Pentru a defini valoarea potențialului unuia din puncte trebuie luat potențialul celuilalt punct ca potențial de referință. De exemplu, dacă *luăm ca potențial de referință potențialul punctului 1* atunci potențialul punctului 2 va fi

$$V(2) = -\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{s} + V(1)_{ref}. \qquad (1.33'')$$

Este de dorit ca potențialul punctului de referință să fie egal cu zero. Prin convenție se consideră că potențialul unui punct aflat la infinit este egal cu zero, adică $V(\infty)_{ref} = 0$. Atunci *expresia (1.33'') definește potențialul absolut al punctului 2.* Deci

$$V(2) = -\int_\infty^2 \vec{E}\cdot d\vec{s} \qquad (1.37)$$

Din (1.37) rezultă că:

Potențialul absolut al unui punct din cîmpul electrostatic este egal cu lucrul mecanic efectuat de forța cîmpului pentru a aduce sarcina pozitivă, egală cu unitatea ($q_0 = +1$ C) de la infinit pînă în punctul dat al cîmpului, luat cu semn schimbat.

În cazul cîmpului sarcinii punctiforme luînd $r_1 \to \infty$ în (1.33'), rezultă potențialul absolut al cîmpului în punctul situat la distanța $r_2 = r$ de sarcina generatoare de cîmp q :

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \tag{1.35'}$$

Observație: *În practică se consideră că potențialul pămîntului este egal cu zero. Deci, toate corpurile legate de pămînt prin fire conductoare au potențialul electric egal cu zero.*

Unitatea SI pentru potențial este aceeași ca și pentru diferența de potențial, adică voltul.

13.4. ENERGIA POTENȚIALĂ A SARCINII q_0 ÎN CÎMPUL SARCINII q

Dacă în (1.34) luăm pentru potențial expresia (1.35), a potențialului sarcinii punctiforme q, obținem pentru energia potențială expresia

$$W(r) = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r}, \tag{1.38}$$

care reprezintă energia potențială a sarcinii q_0 aflată la distanța r de sarcina punctiformă q. În general putem scrie energia potențială de interacțiune între două sarcini q_1 și q_2 sub forma:

$$W(1, 2) = \pm \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} \tag{1.38'}$$

unde r_{12} este distanța dintre sarcinile punctiforme q_1 și q_2. Semnul + corespunde cazului cînd sarcinile q_1 și q_2 au același semn, iar semnul — corespunde cazului contrar.

În figura 1.30 prezentăm, în secțiune plană, graficul dependenței energiei potențiale de interacțiune a celor două sarcini, formula (1.38'), în funcție de distanța între ele (curba 1 — sarcinile au același semn, curba 2 — sarcinile au semn opus). În spațiul tridimensional acest grafic arată ca în figura 1.31. Din grafic rezultă că energia potențială a interacțiunii reciproce dintre două sarcini punctiforme *nu are minim*, ceea ce înseamnă că *sistemul celor două sarcini nu se poate găsi în echilibru stabil* la nici o distanță între ele. Sarcinile cu același semn ($q_1 q_2 > 0$) se resping

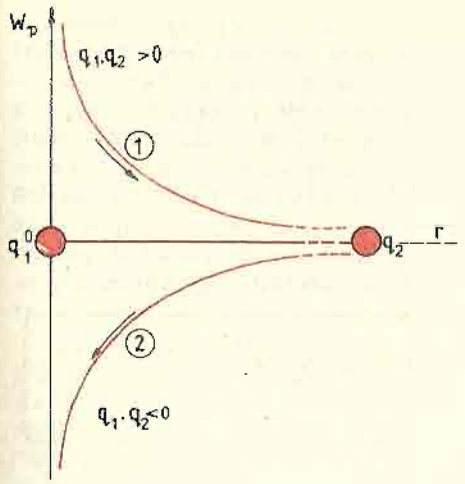


Fig. 1.30

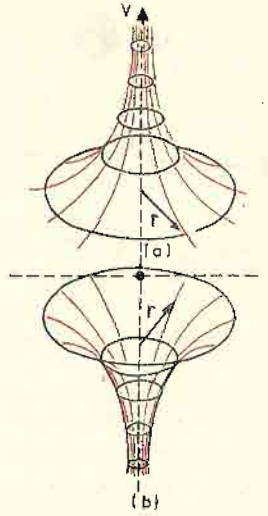


Fig. 1.31

până la infinit, iar sarcinile de semn opus ($q_1 q_2 < 0$) se atrag până ajung în contact și se neutralizează reciproc (parțial dacă nu sînt egale în valoare).

• *Energia potențială a unui sistem de mai multe sarcini punctiforme* este egală cu suma energiilor potențiale a interacțiunii reciproce dintre toate perechile de sarcini. De exemplu, în cazul sistemului format din trei sarcini punctiforme energia potențială de interacțiune este:

$$W = W(1, 2) + W(1,3) + W(2,3)$$

sau

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{23}} \tag{1.39}$$

Putem generaliza expresia (1.39) pentru a scrie energia interacțiunii electrostatice a unui sistem de n sarcini punctiforme. Pentru aceasta considerăm la început *interacțiunea uneia din sarcinile sistemului* (a sarcinii q_i) *cu toate celelalte sarcini*, adică

$$W_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{j \neq i}^{n} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

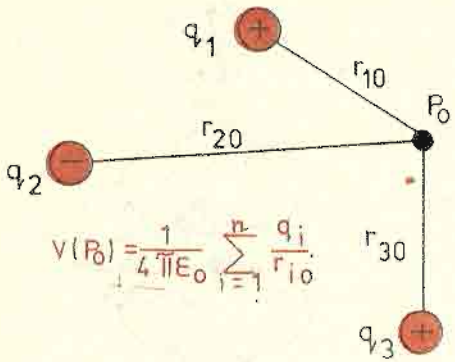


Fig. 1.32

La însumare *am exclus indicele* $j=i$ deoarece sarcina i nu poate interacționa cu ea însăși. Pentru a obține energia potențială totală a sistemului nu uităm că *fiecare sarcină interacționează cu toate celelalte*, adică pentru fiecare sarcină apare o expresie de tipul celei de mai sus. Însumînd asupra tuturor sarcinilor q_i obținem

$$W_p = \sum_{i=1}^{n} W_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{\substack{i,j \\ i<j}}^{n} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \qquad (1.39')$$

La însumare *luăm numai termenii cu* $i<j$ pentru a nu include în sumă de două ori energia unei perechi de sarcini (odată ca energia interacțiunii sarcinii i cu sarcina j și a doua oară ca energia interacțiunii sarcinii j cu sarcina i)

• *Principiul suprapunerii* se aplică și în cazul potențialului electric. Conform acestui principiu:

Potențialul sistemului de sarcini punctiforme q_1 q_2 ... q_n într-un punct P, situat la distanțele r_{10}, r_{20}, ... r_{n0} de sarcinile respective (figura 1.32), este egal cu suma algebrică a potențialelor sarcinilor individuale, dacă fiecare ar genera singură cîmpul.

$$V(P_0) = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_{i0}} \qquad (1.40)$$

1.3.5. LINII, SUPRAFEȚE ȘI VOLUME ECHIPOTENȚIALE

• Liniile din cîmp ce au același potențial în toate punctele lor se numesc linii echipotențiale. De exemplu, liniile punctate din figura 1.14 sînt linii echipotențiale. Se observă că *liniile cîmpului electric sînt normale totdeauna la liniile echipotențiale și sînt orientate în sensul micșorării potențialului.*

• Suprafețele din cîmp ce au același potențial în toate punctele lor se numesc suprafețe echipotențiale. De exemplu, suprafețele sferice centrate pe sarcina punctiformă ce generează cîmpul electric (fig. 1.14 a și b) sînt suprafețe echipotențiale. De asemenea, planele din interiorul plăcilor unui condensator plan, paralele cu plăcile, reprezentate în secțiune prin linii punctate în figura 1.14 e, sînt suprafețe echipotențiale. Se observă și de data aceasta că *liniile cîmpului electric sînt totdeauna normale la suprafețele echipotențiale și orientate în sensul micșorării potențialului.*

• Volumele din spațiu care au același potențial în toate punctele se numesc volume echipotențiale. În (§ 1.41) arătăm că volumul oricărui conductor este echipotențial.

Observație: *Din (1.36) rezultă că lucrul mecanic necesar pentru a deplasa o sarcină electrică între două puncte situate pe o linie echipotențială, pe o suprafață echipotențială sau în interiorul unui volum echipotențial este egal cu zero* ($V_1=V_2$).

• Se desprinde ideea că *un cîmp electric poate fi reprezentat grafic și prin liniile (suprafețele) echipotențiale, nu numai prin liniile de cîmp.* Mai mult, *cunoscînd liniile de cîmp pot fi trasate imediat liniile (suprafețele) echipotențiale.* Ele se trasează normale la liniile de cîmp și la astfel de distanțe unele de altele încît diferența de potențial între două linii succesive să fie totdeauna aceeași. Invers, *cunoscînd într-o regiune a spațiului liniile (suprafețele) echipotențiale se pot trasa ușor liniile de cîmp.* Devine, deci, evidentă necesitatea existenței unei relații matematice între intensitatea și potențialul cîmpului electric.

1.3.6. RELAȚIA DINTRE CÎMP ȘI POTENȚIAL

• Calculăm diferența de potențial între punctele 1 și 2 din cîmpul electric omogen creat de condensatorul plan din figura 1.33. Deoarece cîmpul electric este omogen ($\vec{E}$ = const.) forța ce acționează asupra sarcinii q_0, $\vec{F}=q_0\vec{E}$, este constantă pe toată deplasarea $\vec{s}_{12}$. De aceea

$$L_{12} = \vec{F}\cdot\vec{s}_{12} = F\cdot s_{12}\cos\theta = -q_0E(x_2-x_1) \qquad (1.41)$$

$s_{12}\cos\theta = -(x_2-x_1)$ este proiecția vectorului deplasare s_{12} pe direcția forței. Semnul minus apare datorită faptului că unghiul format de $\vec{F}$ și $\vec{s}_{12}$ este obtuz. *Pe orice alt drum între punctele 1 și 2 lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea sarcinii* q_0 *este același.* De exemplu, pe drumul

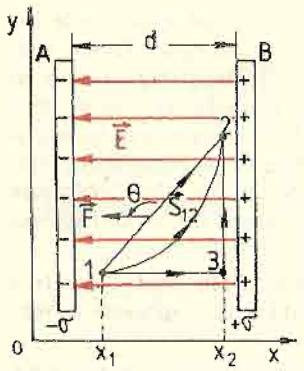


Fig. 1.33

$1 \to 3 \to 2$, $L_{132} = L_{13} + L_{32} = \vec{F} \cdot \vec{s}_{13} + \vec{F} \cdot \vec{s}_{32} = F \cdot s_{13} \cos 180° + F \cdot s_{32} \cos 90° = -F(x_2 - x_1) = -q_0 E(x_2 - x_1)$. Conform cu (1.36) diferența de potențial între punctele 1 și 2 este

$$V_1 - V_2 = \frac{L_{12}}{q_0} = -E(x_2 - x_1) \qquad (1.42)$$

Dacă punctele 1 și 2 se află respectiv pe plăcile A și B ale condensatorului atunci obținem diferența de potențial între plăci

$$V_A - V_B = -Ed \quad \text{sau} \quad V_B - V_A = Ed \qquad (1.43)$$

• Presupunem acum că punctele 1 și 2 sînt foarte apropiate astfel că $x_2 - x_1 = dx$ și $V_1 - V_2 = dV$ *sînt variațiile foarte mici ale acestor mărimi* între cele două puncte. În aceste împrejurări, ținînd seama că $E = E_x$, din (1.42) rezultă:

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \qquad (1.44)$$

În situații mai generale, cînd cîmpul electric nu este orientat în direcția axei x, ca în figura 1.33, vom avea componente similare ale cîmpului electric pe direcțiile y și z. Deci, în general

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}, \qquad (1.44')$$

unde semnul „∂", în loc de semnul d, arată că pentru obținerea componentei E_y a cîmpului electric derivarea potențialului $V(x, y, z)$ se face numai în raport cu variabila y. *Cunoscînd componentele carteziene ale unui vector, cunoaștem vectorul*:

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) =$$

$$= -\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right) \cdot V = -\text{grad} \cdot V$$

Deci

$$\vec{E} = -\text{grad} \cdot V \qquad (1.45)$$

Expresia grad este prescurtarea cuvîntului gradient care desemnează vectorul $\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$. Din (1.45) rezultă:

> Intensitatea cîmpului electric într-un punct din spațiu este egală în valoare cu gradientul potențialului în acel punct și are orientarea opusă vectorului gradient.

Din (1.43) se vede că *E poate fi exprimat în SI și în V/m.*

1.37. CRITERIUL PENTRU CONSERVATIVITATEA CÎMPULUI ELECTROSTATIC

Evaluăm lucrul mecanic efectuat de forța cîmpului electric pentru a deplasa sarcina q_0 pe o curbă închisă C din cîmp (fig. 1.34 a). Integrînd expresia (1.30) pe curba închisă C obținem:

$$L_{1A2B1} = L_{1A2} + L_{2B1} = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s}, \qquad (1.46)$$

Cercul pe semnul integrală semnifică faptul că integrala se calculează pe o curbă închisă. Pe de altă parte, în cîmpurile conservative lucrul mecanic efectuat la deplasarea unei sarcini între două puncte nu depinde de drum (fig. 1.34 b), astfel că $L_{1A2} = L_{1B2} = -L_{2B1}$, de unde rezultă că $L_{1A2} + L_{2B1} = 0$. Înlocuind acest rezultat în (1.46) și avînd în vedere că $q_0 \neq 0$, putem scrie condiția de conservativitate a cîmpului electrostatic sub forma:

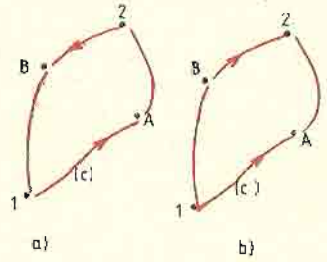


Fig. 1.34

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \qquad (1.47)$$

Observație: *În matematică integrala unui vector de-a lungul unei curbe închise se numește circulația vectorului. Prin urmare, condiția de conservativitate a unui cîmp vectorial se exprimă astfel:*

În cîmpurile conservative circulația vectorului intensității cîmpului este egală cu zero.

1.4. CONDUCTORII ÎN CÎMP ELECTROSTATIC

1.4.1. INDUCȚIA ELECTROSTATICĂ

Pînă acum am presupus că sarcina electrică și cîmpul generat de ea se află în vid. Examinăm în continuare *influența diferitelor medii materiale asupra cîmpului electric și asupra interacțiunii dintre sarcinile electrice*. Pentru început examinăm comportarea în cîmp electric a materialelor conductoare.

• Apropiem un corp încărcat de un electroscop neîncărcat (fig. 1.35) fără să-l atingem. Foița electroscopului se îndepărtează de tije. Îndepărtînd corpul încărcat de electroscop foița revine la tije. Repetăm experiența cu două electroscoape ale căror discuri sînt unite printr-o lamă metalică (fig. 1.36). Se observă că foița ambelor electroscoape se îndepărtează de tije. La îndepărtarea corpului încărcat foițele revin la tije. Apropiem încă o dată corpul încărcat de discul unuia din electroscoape, luăm lama ce unește electroscoapele prinzînd-o de mînerul ei izolator, și apoi îndepărtăm corpul încărcat de discul electroscopului. Se observă că foițele nu revin la tije, ceea ce arată că electroscoapele rămîn încărcate. Reunindu-le din nou cu ajutorul lamei metalice ele se descarcă

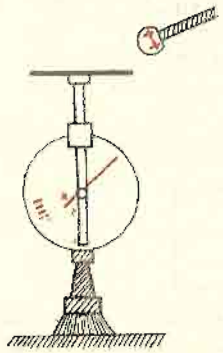


Fig. 1.35

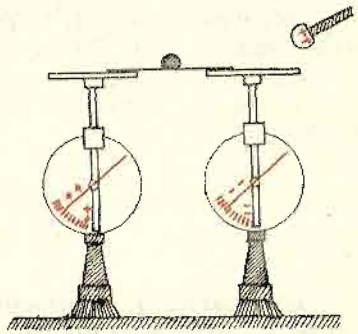


Fig. 1.36

reciproc, ceea ce arată că *au fost încărcate cu sarcină egală și de semn opus. Experiențele arată că electroscopul mai apropiat de corpul încărcat se încarcă cu sarcină de semn opus semnului sarcinii corpului, iar electroscopul mai îndepărtat de corp se încarcă cu sarcină de același semn ca și corpul* (fig. 1.36).

Din aceste experiențe simple rezultă că *în cîmpul electric* generat de corpul încărcat *sarcinile electrice libere din conductorii neutri* (cum sînt tijele și foițele electroscoapelor) *se redistribuie în alt mod decît în lipsa cîmpului*. Fenomenul de redistribuire a sarcinilor electrice libere a conductorilor, cînd aceștia se află în cîmp electrostatic, se numește inducție electrostatică.

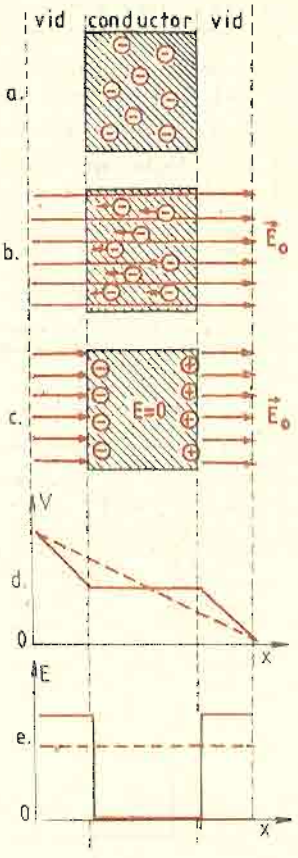


Fig. 1.37

• Conductorul *neutru* din figura 1.37 a, în care am scos în evidență existența electronilor liberi, este *plasat în cîmp electric omogen* cu intensitatea $\vec{E}_0$ (fig. 1.37 b). În momentul plasării conductorului în cîmp, cîmpul pătrunde în conductor și acționează asupra sarcinilor electrice. Sarcinile libere (electronii) încep să se deplaseze în sens opus cîmpului *pînă pe fața stîngă a conductorului*. Deoarece conductorul este neutru în ansamblu, *pe fața lui din dreapta rămîne necompensată o sarcină pozitivă, egală cu sarcina negativă deplasată spre stînga* (același fenomen a avut loc și în cazul celor două electroscoape). Odată cu începerea separării în conductor a sarcinilor electrice de semn opus începe instaurarea în conductor a unui cîmp electric generat de sarcinile separate $\vec{E}_i$, numit cîmp electric indus, a cărui orientare (de la sarcinile pozitive spre sarcinile negative) este opusă orientării cîmpului exterior $\vec{E}_0$. *Cîmpul electric real* $\vec{E}$ *în conductor este cîmpul rezultat din suprapunerea celor două cîmpuri, adică* $\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}_i$. Separarea sarcinilor electrice de semn opus în conductor continuă pînă cînd cîmpul $\vec{E}_i$ devine egal în valoare cu cîmpul exterior $\vec{E}_0$, pe care *îl anulează complet*. Abia în acest moment, *cînd cîmpul electric în conductor este egal cu zero*, forța electrică $\vec{F}=q\vec{E}$

ce acționează asupra sarcinilor electrice libere din conductor este egală cu zero și ca urmare se realizează echilibrul electrostatic (fig. 1.37 c).

• În condiții de echilibru electrostatic cînd $E_x=0$, conform cu (1.44) și $dV/dx=0$; rezultă că $V(x, y, z)=$const. Deci:

Volumul oricărui conductor în echilibru electrostatic este volum echipotențial.

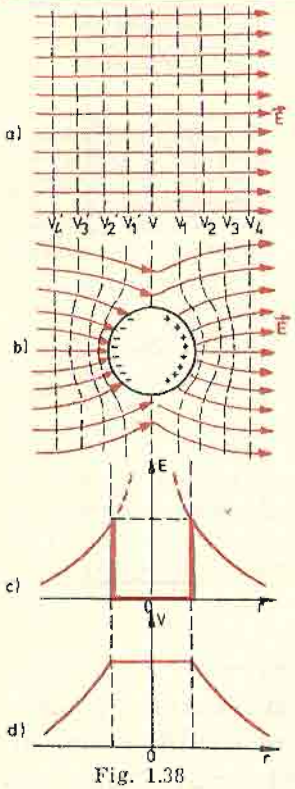


Fig. 1.38

În figura 1.37 d ilustrăm variația pe direcția x a potențialului electric în lipsa conductorului (linia întreruptă) și în prezența conductorului (linia continuă). În figura 1.37 e ilustrăm modificarea cîmpului electric omogen, în interiorul conductorului în echilibru electrostatic. Linia întreruptă arată dependența de x a cîmpului în lipsa conductorului iar linia continuă în prezența acestuia.

Observație: *Situațiile ilustrate în figurile 1.37 c, d, e corespund stării de echilibru electrostatic. În condiții de neechilibru (fig. 1.37 b) cîmpul electric în conductor poate fi diferit de zero iar potențialul nu mai este constant. Altfel cum s-ar putea explica deplasarea sarcinilor electrice în conductorii parcurși de curent electric?*

• În figura 1.38 ilustrăm modificarea cîmpului electric omogen atunci cînd în cîmp se introduce o sferă conductoare neutră. Evident, toate punctele conductorului au, și în acest caz, același potențial, inclusiv cele de pe suprafața lui. Deci:

Suprafața oricărui conductor în echilibru electrostatic este o suprafață echipotențială.

În acest sens, în figura 1.38 b, *o singură suprafață echipotențială intersectează conductorul; potențialul ei V este egal cu potențialul conductorului.*

Cum am arătat deja (§ 1.3.1.3), liniile cîmpului electric sînt normale totdeauna la suprafețele echipotențiale. Rezultă de aici că *modificarea structurii cîmpului electric omogen, la introducerea în cîmp a sferei conductoare, are loc în așa fel încît liniile de cîmp care se termină pe sarcinile de pe suprafața conductorului, sau pornesc de pe aceasta, să fie normale la suprafața acestuia.* În prezența conductorului sferic cîmpul electric și potențialul variază în direcția razei sferei ca în figura 1.38 c, respectiv 1.38 d.

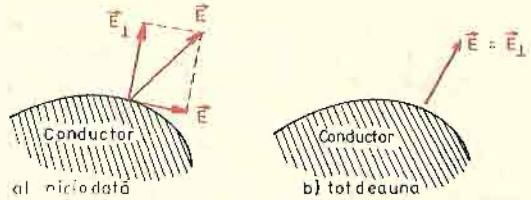


Fig. 1.39

Prin urmare:

Liniile cîmpului electric sînt totdeauna normale la suprafața conductorilor în echilibru electrostatic.

Concluziile de pînă acum se pot rezuma la următoarele:

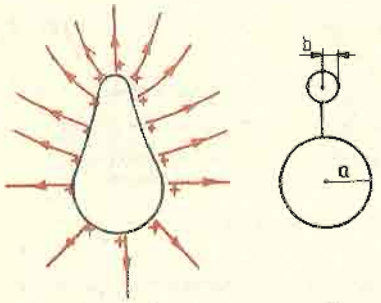
$E(x, y, z)=0$
$V(x, y, z)=$constant
— *în interiorul conductorilor în echilibru electrostatic*

$E_{\parallel}(x, y, z)=0$
$E_{\perp}(x, y, z)\neq 0$
$V(x, y, z)=$constant
— *pe suprafața conductorilor în echilibru electrostatic*

Semnificația notațiilor $\vec{E}_{\perp}$ și $\vec{E}_{\parallel}$ rezultă din figura 1.39.

1.4.2. CONDUCTORI ÎNCĂRCAȚI ÎN ECHILIBRU ELECTROSTATIC

Sarcina electrică depusă pe un conductor se repartizează numai pe suprafața conductorului nu și în interiorul lui.



a. b.

Fig. 1.40

Repartizarea sarcinilor electrice numai pe suprafaţa conductorilor încărcaţi se explică prin existenţa forţei de respingere electrostatică între ele. Fiind libere, sarcinile electrice se îndepărtează pînă cînd distanţa între ele devine maximă posibilă, adică pînă pe suprafaţa conductorului. Repartizarea sarcinii pe suprafaţa conductorilor încărcaţi nu este uniformă decît în cazul conductorilor sferici.

• *Cîmpul şi potenţialul electric al conductorului sferic încărcat* poate fi calculat observînd că conductorul sferic încărcat este echivalent, din punct de vedere al cîmpului ce-l creează, cu stratul sferic de sarcină din figura 1.28. Ca urmare, *în exteriorul conductorului sferic cîmpul electric are aceeaşi valoare, dată de (1.29), ca şi cînd sarcina de pe suprafaţa lui ar fi concentrată în centrul conductorului sferic sub forma unei sarcini punctiforme.* Din acelaşi motiv şi *potenţialul cîmpului sferei conductoare încărcate, într-un punct exterior sferei, are aceeaşi expresie (1.35) ca şi potenţialul sarcinii punctiforme Q, situate în centrul sferei conductoare* Dacă în (1.35) luăm $r=a$, unde a este raza conductorului sferic, atunci obţinem potenţialul pe suprafaţa şi, evident, în întreg volumul echipotenţial al conductorului sferic, încărcat cu sarcina Q:

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$ — potenţialul sferei conductoare (1.48)

În cazul conductorilor alungiţi, sau cu vîrfuri ascuţite, sarcina electrică se aglomerează pe capetele conductorilor şi pe vîrfurile ascuţite. Într-adevăr, fie conductorul cu vîrf ascuţit din figura 1.40 a. Caracteristica fundamentală a suprafeţei lui este curbura diferită în diferite regiuni. De aceea putem modela conductorul din figura 1.40 a. printr-un sistem de două sfere cu curburi diferite (raze diferite), legate printr-un fir conductor (fig. 1.40 b). Fie a şi b razele celor două sfere şi σ_a, respectiv σ_b, valorile de echilibru ale densităţii sarcinii electrice pe sfere. Deoarece sferele sînt legate prin firul conductor *potenţialul lor este acelaşi*: $V_a=V_b$. Ţinînd seama de (1.48) şi de faptul că $Q_a=4\pi a^2\cdot\sigma_a$ şi $Q_b=4\pi b^2\cdot\sigma_b$, egalitatea potenţialelor se scrie:

$$\frac{4\pi a^2\cdot\sigma_a}{4\pi\varepsilon_0 a}=\frac{4\pi b^2\cdot\sigma_b}{4\pi\varepsilon_0 b}$$

de unde rezultă:

$$\sigma_a=\frac{b}{a}\sigma_b$$

Prin urmare, densitatea superficială de sarcină pe sfera de rază a este mai mică decît densitatea de sarcină pe sfera de rază b de b/a ori. În cazul sferelor din figura 1.40 b, $a\gg b$, astfel că $\sigma_a\ll\sigma_b$.

Deoarece densitatea de sarcină pe vîrfurile ascuţite ale conductorilor este mai mare, *cîmpul electric de la suprafaţa conductorilor este mai intens în jurul vîrfurilor ascuţite.* În jurul vîrfurilor foarte ascuţite intensitatea cîmpului electric poate deveni atît de mare încît sub influenţa forţei sale electronii liberi sînt smulşi de pe suprafaţa metalului şi corpul se descarcă. Acest fenomen se numeşte emisie de cîmp şi are numeroase aplicaţii practice. *Funcţionarea paratrăsnetului*, se bazează pe efectul de emisie de cîmp a electronilor de pe vîrful său ascuţit. Electronii smulşi de pe vîrful paratrăsnetului, prin descărcare lentă, neviolentă, neutralizează norii învecinaţi şi astfel se elimină descărcarea lor violentă, prin alte corpuri (trăsnetul), pe care le-ar putea distruge.

Inducţia electrostatică se manifestă şi în cazul conductorilor încărcaţi cu sarcină electrică. În acest caz *efectul inducţiei electrostatice este o redistribuire de echilibru a sarcinii de pe suprafaţa conductorilor.*

Observaţie: *Din faptul că în interiorul conductorilor încărcaţi cîmpul electric este nul, nu trebuie trasă concluzia că sarcina de pe suprafaţa lor nu creează cîmp electric decît în exteriorul acestora. Sarcina de pe suprafaţa conductorilor creează cîmp şi în interiorul lor însă la echilibru electrostatic sarcina este distribuită în aşa manieră pe suprafaţa conductorilor încît suprapunerea cîmpurilor electrice generate de sarcini de pe porţiuni diferite ale suprafeţei conductorilor determină un cîmp nul în toate punctele interioare conductorilor. De asemenea, potenţialul constant în interiorul conductorilor este asigurat de suprapunerea potenţialelor cîmpurilor generate de sarcina de pe diferite porţiuni ale suprafeţei conductorilor încărcaţi.*

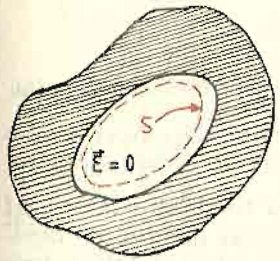


Fig. 1.41

• *Cîmpul electric în interiorul cavităţilor din conductori este nul.* Pentru a ne convinge de acest lucru putem aplica legea lui Gauss (1.25''). Imaginăm o suprafaţă gaussiană S situată complet în interiorul cavităţii conductorului din figura 1.41. Deoarece în cavitate nu există sarcină electrică, adică $\sum q_i=0$, din (1.25'') rezultă

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=0.$$

ceea ce nu este posibil decît dacă $\vec{E}=0$ în toate punctele suprafeței gaussiene. Forma și dimensiunea suprafeței gaussiene fiind arbitrară rezultă că $\vec{E}=0$ în toate punctele din cavitate. Pe acest principiu se bazează ecranarea electrostatică a aparatelor de măsură sensibile la cîmpuri electrice

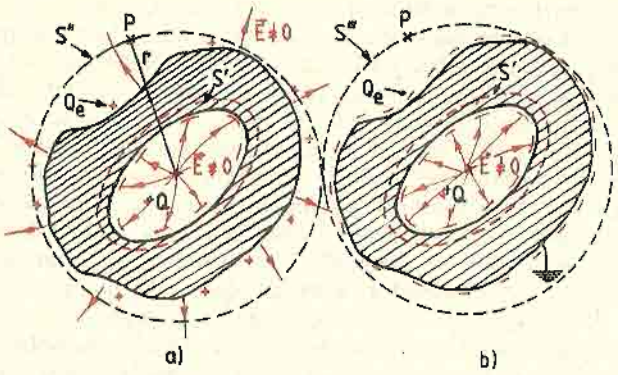


Fig. 1.42

perturbatoare. De fapt nu este necesar ca peretele cavității să fie continuu; o cușcă din plasă de sîrmă are același efect de ecranare ca și o cavitate închisă complet. Dacă se leagă cavitatea la pămînt ea poate primi sau pierde sarcină electrică, căpătînd potențialul zero, fără ca în interiorul ei să apară cîmp electric.

• *Dacă în interiorul cavității dintr-un conductor introducem sarcina* $+Q$ *(fig. 1.42 a), atunci cîmpul electric în interiorul și în exteriorul cavității este diferit de zero.* Aplicînd legea lui Gauss suprafeței gaussiene S', situată în întregime în conductor, unde $\vec{E}=0$, găsim că

$$\oint_{S'} \vec{E}\cdot d\vec{S}=0=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i,$$

adică $\sum_i q_i=0$. Putem modifica dimensiunea și forma suprafeței S' pînă cînd ea devine identică cu suprafața interioară a cavității, menținînd-o însă în metal. Atunci din $\sum_i q_i=0$ rezultă că *pe suprafața interioară a cavității a apărut o sarcină* $Q_i=-Q$, astfel că sarcina totală din interiorul suprafeței S' este $Q+Q_i=Q-Q=0$. Dacă conductorul metalic cu cavitate este neutru atunci *odată cu apariția sarcinii* Q_i *pe suprafața interioară a cavității trebuie să apară o sarcină* $+Q_e=-Q_i=Q$, *pe suprafața exterioară a conductorului.* Sarcina Q_e generează în punctele exterioare conductorului exact cîmpul pe care l-ar fi generat sarcina Q cînd nu ar fi introdusă în cavitate. Într-adevăr, aplicînd legea lui Gauss suprafeței gaussiene sferice S'', centrată pe sarcina Q și avînd raza r, putem scrie:

$$\oint_{S''} \vec{E}_P\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}(Q+Q_i+Q_e)=\frac{1}{\varepsilon_0}(Q-Q+Q)=\frac{1}{\varepsilon_0}Q$$

sau $E_P\cdot 4\pi r^2=Q/\varepsilon_0$ de unde

$$E_P=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

În concluzie, stratul conductor nu ecranează aparatele din exteriorul său față de cîmpul electric generat de sarcinile electrice aflate în interiorul cavității sale.

• Dacă se leagă cavitatea metalică din figura 1.42 a la pămînt (fig. 1.42 b), potențialul ei devine egal cu zero. Aceasta înseamnă că ecranul nu mai rămîne electric neutru ci primește de la pămînt o sarcină care împreună cu sarcina din interiorul său să-i asigure potențialul egal cu zero, adică

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}=0 \quad \text{sau} \quad q=-Q,$$

de unde rezultă că *sarcina* q, *cu care se încarcă ecranul legat la pămînt, este egală cu sarcina din interiorul cavității și de semn opus.* Aplicînd legea lui Gauss suprafeței S''', care conține în interior sarcinile $+Q$ (din interiorul cavității) și $q=-Q$, pe ecran, adică sarcina $+Q-Q=0$, rezultă că $\vec{E}_P=0$. Cu alte cuvinte:

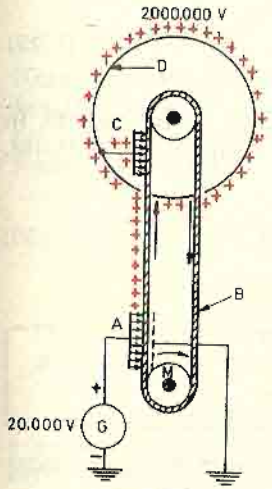


Fig. 1.43

> Stratul conductor legat la pămînt ecranează aparatele din exterior și față de cîmpul sarcinilor electrice aflate în interiorul său; este un ecran din interior spre exterior și din exterior spre interior.

• *Generatorul Van de Graaf* (fig. 1.43) este o mașină destinată obținerii unor potențiale foarte ridicate. La baza funcționării lui stă faptul că sarcinile electrice se repartizează numai pe suprafața conductorilor. Principiul de funcționare a generatorului Van de Graaf este următorul.

La polul pozitiv al generatorului G, cu potențialul $\cong 20\,000$ V, este legată peria metalică A, care vine în contact cu banda de bumbac cauciucat B, pusă în mișcare de motorul M. Cîmpul electric, foarte intens la vîrfurile dinților periei, smulge electronii din banda cauciucată; banda se încarcă cu sarcină pozitivă. Ajunsă în fața periei metalice C, legată la suprafața interioară a cavității metalice sferice D, sarcina pozitivă a benzii este culeasă și trece (de la sine) pe suprafața exterioară a cavității sferice. Deoarece suprafața interioară a cavității sferice nu este încărcată niciodată, ea acceptă sarcină oricît de multă. Astfel, banda transportă în continuu sarcină pozitivă de la peria A la peria C, de unde ajunge pe sfera D. Potențialul sferei încărcate în acest fel poate ajunge pînă la 2.000.000 V, depinzînd de raza sferei.

14.3. CAPACITATEA ELECTRICĂ

Deoarece suprafața oricărui conductor încărcat este o suprafață echipotențială, *conductorii încărcați pot fi caracterizați cu ajutorul potențialului pe care-l dobîndesc sub o sarcină electrică dată*. Presupunem că dacă încărcăm un conductor izolat cu sarcina Q_1 potențialul său devine V_1, dacă-l încărcăm cu sarcina Q_2 potențialul său devine V_2, iar sub sarcina Q_n el capătă potențialul V_n. Se constată că *oricare ar fi Q și V corespunzător, pentru un conductor dat, raportul Q/V rămîne constant*:

$$\frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} = \ldots = \frac{Q_n}{V_n} = C \qquad (1.49)$$

Constanta C, caracteristică fiecărui conductor, care-l caracterizează în mod univoc, este numită capacitatea electrică a conductorului *izolat*.

$$C = \frac{Q}{V} \qquad (1.50)$$

— capacitatea unui conductor.

Capacitatea electrică a conductorului izolat este egală numeric cu sarcina ce-i schimbă potențialul cu o unitate.

Capacitatea electrică a conductorului izolat depinde numai de forma geometrică și dimensiunile conductorului.

• *Unitatea SI pentru capacitatea electrică* este faradul (F). Un farad este egal cu capacitatea conductorului izolat care încărcat cu sarcina de 1 C capătă potențialul egal cu 1 V:

$$1\ \text{F} = \frac{1\ \text{C}}{1\ \text{V}}$$

• *Capacitatea electrică a conductorului sferic izolat* se obține înlocuind în (1.50) potențialul (1.48) al conductorului sferic încărcat cu sarcina Q. Rezultă

$$C = 4\pi\varepsilon_0 a. \qquad (1.51)$$

Din (1.51) putem trage două concluzii importante: a) permitivitatea electrică a vidului, ε_0, se poate exprima în SI și în F/m; b) faradul, ca unitate de măsură a capacității electrice, este mult prea mare pentru a putea fi folosit comod în practică. Într-adevăr, din (1.51) rezultă că raza conductorului cu capacitatea electrică de 1 F este

$$a = \frac{C}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{1\ \text{F}}{4\pi\varepsilon_0\ (\text{F/m})} = 9 \cdot 10^9\ \text{m} = 9 \cdot 10^6\ \text{km},$$

mai mare chiar decît raza Pămîntului. Din acest motiv s-au introdus unități de capacitate electrică care sînt submultipli ai faradului:

— microfaradul: $1\ \mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}$

— nanofaradul: $1\ \text{nF} = 10^{-9}\text{F}$

— picofaradul: $1\ \text{pF} = 10^{-12}\text{F}$

Rezultă că sfera conductoare cu capacitatea de 1 pF are raza $a = 10^{-12}\text{F}/4\pi\varepsilon_0(\text{F/m}) = 10^{-12} \cdot 9 \cdot 10^9\text{m} = 9 \cdot 10^{-3} = 0{,}9\ \text{cm} \cong 1\ \text{cm}$. Pămîntul, a cărui rază medie este $R = 6{,}4 \cdot 10^6\text{m}$, poate fi considerat o sferă conductoare cu capacitatea electrică:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R = \frac{1}{9 \cdot 10^9}\left(\frac{\text{F}}{\text{m}}\right) \cdot 6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m} = 711 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = 711\ \mu\text{F}.$$

1.4.4. ENERGIA CONDUCTORULUI ÎNCĂRCAT

Pentru a încărca un conductor cu sarcină electrică trebuie cheltuită o anumită energie. Evaluăm energia ce trebuie cheltuită pentru încărcarea cu sarcina Q a unui conductor cu capacitatea electrică C. Cînd în

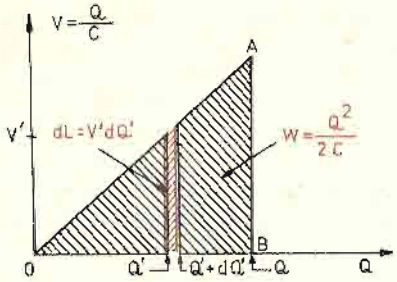


Fig. 1.44

procesul de încărcare sarcina de pe conductor este Q', potențialul conductorului este $V'=Q'/C$. În figura 1.44 ilustrăm grafic dependența potențialului conductorului de sarcina cu care este încărcat. Pentru a mai depune pe conductorul ce are potențialul V' sarcina elementară dQ', adusă de la infinit, trebuie efectuat, conform cu (1.36), lucrul mecanic $dL=dQ'(V'-V_\infty)=V'dQ'=Q'dQ'/C$ **egal cu aria fișiei roșii din** figură. Lucrul mecanic efectuat pentru a încărca conductorul de la sarcina $Q'=0$ la sarcina $Q'=Q$ se obține însumînd (integrînd) lucrurile elementare dL, adică:

$$L=\int_0^L dL=\int_0^Q \frac{Q'dQ'}{C}=\frac{1}{C}\int_0^Q Q'dQ'=\frac{1}{C}\left(\frac{Q'^2}{2}\right)\Big|_0^Q=\frac{Q^2}{2C}$$

Cum am arătat în (§ 6.1.2.2 vol. I), lucrul mecanic este egal cu aria triunghiului OAB din figura 1.44. Lucrul L se înmagazinează sub formă de energie electrică potențială a conductorului încărcat. Notînd energia conductorului încărcat prin $W(=L)$, avem:

$$W=\frac{Q^2}{2C} \qquad (1.52)$$

Ținînd seama de (1.50) putem elimina din (1.52) fie sarcina Q fie capacitatea C, obținînd expresia energiei conductorului încărcat în funcție de C și V sau de Q și V:

$$W=\frac{Q^2}{2C}=\frac{CV^2}{2}=\frac{QV}{2} \qquad (1.53)$$

1.5. CONDENSATORUL ELECTRIC

Pentru ca un conductor izolat să aibă capacitate electrică mare este necesar, cum am văzut deja, ca el să aibă dimensiuni foarte mari. Totuși, datorită influenței electrostatice dintre conductorii încărcați

este posibil ca un sistem format din mai mulți conductori să aibă capacitate destul de mare, chiar dacă dimensiunile conductorilor ce formează sistemul nu sînt exagerat de mari. Într-adevăr, dacă în apropierea conductorului 1, încărcat cu sarcina Q_1, la potențialul V_1' (fig. 1.45 a), aducem de la infinit conductorul neîncărcat 2 (fig. 1.45 b), apare următorul fenomen: a) *potențialul conductorului 2*, aflat în cîmpul conductorului 1 *nu mai este egal cu zero* (vezi situația conductorului sferic neîncărcat din figura 1.28 b, aflat în cîmp electric); b) *îndată ce s-a separat sarcina de semn opus pe fețele conductorului 2, conductorul 1 se află și el în cîmpul generat de sarcina negativă de pe conductorul 2* și ca urmare *potențialul său se modifică* (*scade la valoarea* V_1''). Această scădere se explică prin faptul că la suprafața conductorului 1 se suprapun cîmpurile create de conductorii 1 și 2 și ca urmare potențialul pe suprafața conductorului *1* este egal cu suma potențialelor celor două cîmpuri; c) dacă se leagă corpul

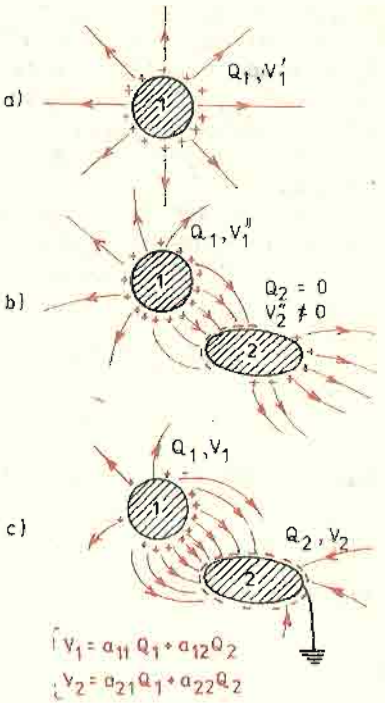


Fig. 1.45

2 la pămînt (fig. 1.45 c) atunci el se încarcă cu sarcina negativă $Q_2\cong -Q_1$, (încărcare prin influență electrostatică). Cîmpul creat de sarcina negativă a conductorului 2 pe suprafața conductorului 1 este mai intens și ca urmare *potențialul conductorului 1 mai scade odată, de la valoarea* V_1'' *la valoarea* V_1. Izolînd conductorul 2 față de pămînt el reține sarcina Q_2 și are potențialul $V_2\neq 0$.

În concluzie, potențialul V_1 al conductorului 1, aflat în vecinătatea conductorului 2 nu este determinat numai de sarcina sa Q_1 ci și de sarcina Q_2 a conductorului 2. La fel, potențialul V_2 al conductorului 2, aflat în vecinătatea conductorului 1, este determinat de sarcina sa Q_2 și de sarcina Q_1 a conductorului 1. Această concluzie se exprimă matematic prin expresiile:

$$\begin{aligned} V_1&=a_{11}Q_1+a_{12}Q_2\\ V_2&=a_{21}Q_1+a_{22}Q_2 \end{aligned} \qquad (1.54)$$

Coeficienții a_{ij}, numiți *coeficienți de potențial*, sînt o măsură a gradului în care sarcina scrisă lîngă ei determină valoarea potențialului. Astfel, *a_{11} este măsura gradului în care sarcina Q_1 determină potențialul conductorului 1, a_{12} este măsura gradului în care sarcina Q_2 determină potențialul conductorului 1* etc. Deoarece *influența electrostatică între cei doi conductori este reciprocă, sub toate aspectele*, coeficienții a_{12} și a_{21} trebuie să fie egali.

Cum am remarcat deja, la încărcarea conductorului 2 (legat la pămînt) prin influență $Q_2 \cong -Q_1 = Q$ astfel că ecuațiile (1.54) devin

$$V_1 = a_{11}Q - a_{12}Q$$
$$V_2 = a_{21}Q - a_{22}Q \qquad (1.54')$$

iar diferența de potențial dintre cei doi conductori se poate scrie sub forma:

$$V_1 - V_2 = (a_{11} - a_{12} - a_{21} + a_{22})Q = \frac{1}{C}Q \qquad (1.55)$$

unde constanta

$$C = \frac{1}{a_{11} - a_{12} - a_{21} + a_{22}}, \qquad (1.56)$$

care *depinde numai de forma, dimensiunea și poziția reciprocă a conductorilor*, se numește capacitatea electrică a sistemului format din doi conductori:

> Sistemul format din doi conductori, aflați la distanță finită unul de altul, se numește condensator electric.

Din (1.55) rezultă că capacitatea condensatorului este:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} \quad \text{— capacitatea oricărui condensator} \qquad (1.57)$$

> Capacitatea condensatorului este egală cu raportul dintre valoarea sarcinii de pe unul din conductorii ce-l formează și diferența de potențial dintre ei.

Capacitatea electrică a condensatorului este mai mare decît suma capacităților conductorilor izolați care formează condensatorul.

Observație: *Conductorii ce formează condensatorul se încarcă cu sarcina $+Q$ și $-Q$, de regulă, prin legarea lor la polii (+), respectiv (−), ai unei surse de tensiune.*

1.5.1. CONDENSATORUL PLAN

Condensatorul plan ideal este format din două plăci metalice, plan-paralele, situate la distanța d una de alta. Sarcinile $+Q$ și $-Q$ se repartizează uniform și numai pe fețele interioare ale plăcilor (fig. 1.46), deoarece între sarcinile pozitive și negative de pe plăci se manifestă forțe de atracție. Se formează, deci, *două straturi superficiale de sarcină cu densitățile* $\pm\sigma = \pm Q/S$, unde S este aria fiecărei plăci. *Dacă distanța* d *dintre plăci este mică, comparativ cu dimensiunea liniară a plăcilor, cîmpul electric între plăci este omogen și se poate exprima cu ajutorul relației (1.28)*. De asemenea, conform cu (1.43) diferența de potențial între plăci se poate exprima în funcție de E și d. De aceea, capacitatea condensatorului plan se poate calcula, pornind de la expresia generală (1.57) a capacității unui condensator oarecare:

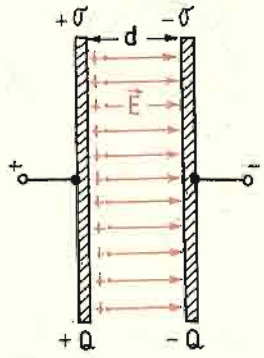


Fig. 1.46

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\sigma S}{Ed} = \frac{\sigma S}{(\sigma/\varepsilon_0)d}.$$

Deci:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \quad \text{— capacitatea condensatorului plan} \qquad (1.58)$$

1.5.2. CONDENSATORUL SFERIC

Condensatorul sferic este format din două straturi sferice concentrice, conductoare. Fie a raza stratului sferic interior și b raza stratului sferic exterior (fig. 1.47 a). Dacă sarcina pe fiecare din straturile sferice este Q atunci, conform cu (1.48) potențialele celor două sfere sînt:

$$V_a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a} \quad \text{și} \quad V_b = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}.$$

Diferența de potențial între sfere este:

$$V_a - V_b = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{b-a}{ab}$$

Înlocuind în (1.57) obținem:

$$C=\frac{Q}{V_a-V_b}=\frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a}$$ — capacitatea condensatorului sferic (1.59)

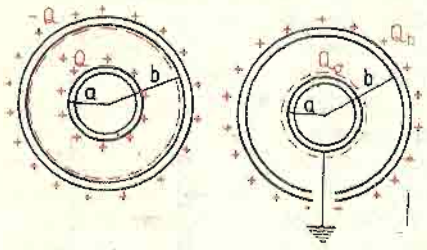


Fig. 1.47

• *Capacitatea condensatorului sferic poate fi mărită dacă legăm sfera interioară la pământ* și încărcăm sfera exterioară ca în figura 1.47 b. Într-adevăr, dacă încărcăm sfera exterioară cu sarcina Q_b potențialul ei, și al *întregului volum din interiorul ei* (și al sferei interioare dacă încă nu este legată la pământ) *este dat de* (*1.28*): $V_b=Q_b/4\pi\varepsilon_0 b$. În momentul legării sferei interioare la pământ potențialul ei scade la zero. Acest lucru nu este posibil numai dacă ea se încarcă (de la pământ) cu sarcina Q_a astfel încît potențialul pe fața ei, datorat sarcinilor Q_b și Q_a să fie nul, adică dacă avem:

$$V_a=\frac{Q_b}{4\pi\varepsilon_0 b}+\frac{Q_a}{4\pi\varepsilon_0 a}=0 \quad \text{sau} \quad Q_a=-\frac{a}{b}Q_b.$$

Acum potențialul stratului exterior este, de asemenea, egal cu suma potențialelor generate de sarcinile Q_b și Q_a, adică

$$V_b=\frac{Q_b}{4\pi\varepsilon_0 b}+\frac{Q_a}{4\pi\varepsilon_0 b}=\frac{Q_b}{4\pi\varepsilon_0 b}\left(1-\frac{a}{b}\right)=\frac{Q_b(b-a)}{4\pi\varepsilon_0 b^2}.$$

Deci capacitatea condensatorului sferic, cu armătura exterioară încărcată cu sarcina Q_b și cu armătura interioară legată la pământ, este:

$$C'=\frac{Q_b}{V_b-V_a}=\frac{Q_b}{V_b}=\frac{4\pi\varepsilon_0 b^2}{b-a}.$$ (1.59′)

Prin comparație cu expresia (1.59) se constată că *capacitatea condensatorului sferic cu armătura interioară legată la pământ a crescut de b/a ori*.

1.5.3. ENERGIA CÎMPULUI ELECTROSTATIC

În § 1.4.4. am arătat că energia unui conductor încărcat poate fi exprimată prin oricare din expresiile (1.53). Se pune întrebarea: *unde este localizată această energie?* Dacă putem exprima energia (1.53) numai în funcție de intensitatea cîmpului electric atunci rezultă că *energia este localizată în cîmpul electric creat de conductor*. Încercăm să căutăm o astfel de expresie în cazul condensatorului plan. În acest caz expresia (1.53) se scrie sub forma:

$$W=\frac{C(V_1-V_2)^2}{2},$$ (1.53′)

în care: $C=\varepsilon_0 S/d$ iar $V_1-V_2=Ed$. Înlocuind în (1.53′) obținem

$$W=\frac{1}{2}\cdot\frac{\varepsilon_0 S}{d}\cdot E^2d^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\cdot Sd,$$

unde $Sd=V$ este volumul spațiului dintre plăcile condensatorului. De aceea, raportul

$$w=\frac{W}{V}=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$ (1.60)

reprezintă *energia ce revine unității de volum* dintre armăturile condensatorului și se numește densitatea de energie din cîmpul electrostatic. Prin urmare:

> Energia unui corp încărcat cu sarcină electrică se înmagazinează în cîmpul electric generat de sarcina electrică a corpului; densitatea volumică a energiei este proporțională cu pătratul intensității cîmpului.

1.5.4. GRUPAREA CONDENSATORILOR

Condensatorul este un element de bază al circuitelor electrice. Simbolul în circuit al condensatorului cu capacitate constantă este o—|—o Nu totdeauna dispunem de condensatori cu valoarea capacității egală cu cea necesară în circuit. Atunci se pot grupa împreună mai mulți condensatori în așa fel încît capacitatea „*bateriei*" de condensatori obținută să fie cea dorită. **Cel mai des condensatorii se grupează în paralel sau în serie**

• *Gruparea în paralel a condensatorilor*. Pentru a forma o baterie de condensatori grupați *în paralel, legăm împreună, într-un punct A, cîte*

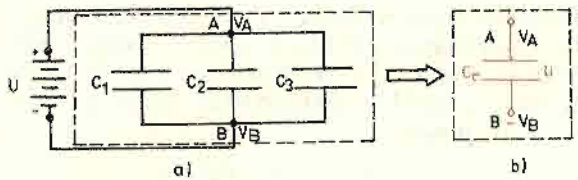


Fig. 1.48

o placă a fiecărui condensator și într-un alt punct B legăm împreună celelalte plăci. În figura 1.48 a ilustrăm o astfel de grupare în cazul $n=3$. Dorim să cunoaștem capacitatea bateriei, adică capacitatea echivalentă C_e a unui singur condensator care legat între punctele A și B ale circuitului are în circuit același efect ca și întreaga baterie. Pentru aceasta presupunem că în timpul funcționării circuitului între punctele A și B se aplică (de la sursă) diferența de potențial $U=V_A-V_B$. Este important să observăm că în cazul grupării în paralel există aceeași diferență de potențial între plăcile tuturor condensatorilor. Sarcina cu care se încarcă fiecare condensator depinde de capacitatea sa electrică:

$$Q_1=C_1U; \quad Q_2=C_2U; \ \ldots; \ Q_n=C_nU$$

Sarcina totală cu care se încarcă bateria de condensatori este egală cu suma sarcinilor ce revin fiecărui condensator:

$$Q=Q_1+Q_2+\ \ldots\ +Q_n=(C_1+C_2+\ \ldots\ +C_n)U \qquad (1.61)$$

Dacă între punctele A și B se leagă un singur condensator (fig. 1.48 b) atunci capacitatea lui va fi echivalentă cu cea a bateriei de n condensatori numai dacă el se încarcă cu aceeași sarcină Q ca și întreaga baterie. Deoarece diferența de potențial între plăcile condensatorului echivalent a rămas aceeași, $U=V_A-V_B$, sarcina acumulată de el este:

$$Q=C_eU \qquad (1.62)$$

Comparînd expresiile (1.61) și (1.62) găsim că

$$C_e=C_1+C_2+\ \ldots\ +C_n=\sum_{i=1}^{n}C_i \qquad (1.63)$$

Capacitatea echivalentă a bateriei de condensatori grupați în paralel este egală cu suma capacităților condensatorilor ce intră în constituția bateriei.

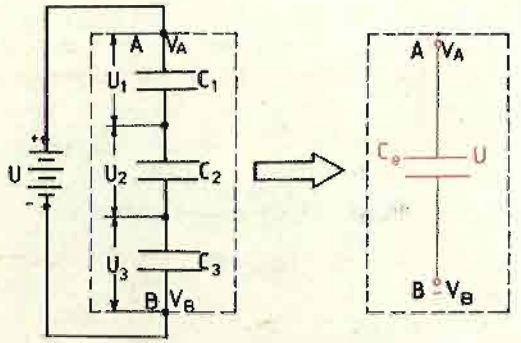


Fig. 1.49

• *Gruparea în serie a condensatorilor.* Pentru a forma o baterie de n condensatori legați *în serie legăm o armătură a condensatorului 1 cu o armătură a condensatorului 2, cealaltă armătură a condensatorului 2 cu o armătură a condensatorului 3 ș.a.m.d.* Rămîne liberă o armătură a primului condensator, care se leagă în punctul A, și o armătură a ultimului condensator, care se leagă în punctul B. În figura 1.49 a ilustrăm modul în care se grupează în serie trei condensatori ($n=3$). Pentru a găsi capacitatea condensatorului echivalent cu bateria este important să observăm că numai două armături (una a primului condensator și cealaltă a ultimului) sînt legate la sursă; celelalte armături ale condensatorilor se încarcă prin influență electrostatică. De exemplu, în figura 1.49 a armătura a doua a primului condensator este legată doar cu prima armătură a condensatorului al doilea. Dacă armătura condensatorului 1 legată la polul A al sursei se încarcă cu sarcina $+Q$, această sarcină separă (prin influență electrostatică) sarcina $-Q$ pe armătura a doua a condensatorului *1* și sarcina $+Q$ pe prima armătură a condensatorului 2 ș.a.m.d. În consecință, toți condensatorii bateriei se încarcă cu aceeași sarcină, indiferent de capacitatea lor, adică

$$Q_1=Q_2=\ \ldots\ =Q_n=Q \qquad (1.64)$$

Deci, dacă capacitățile condensatorilor bateriei sînt, respectiv, C_1, C_2, ..., C_n, atunci diferențele de potențial dintre armăturile lor sînt:

$$U_1=\frac{Q}{C_1}; \quad U_2=\frac{Q}{C_2}; \ \ldots; \ U_n=\frac{Q_n}{C_n} \qquad (1.65)$$

Mai trebuie să observăm în figura 1.49 a, că diferența de potențial $U=V_A-V_B$ între punctele A și B este egală cu suma căderilor de potențial pe fiecare condensator, adică

$$U=U_1+U_2+\ \ldots\ +U_n=\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ \ldots\ +\frac{1}{C_n}\right)Q \qquad (1.66)$$

Dacă între punctele A și B se leagă un singur condensator (fig. 1.49 b) capacitatea lui va fi echivalentă cu cea a bateriei de n condensatori numai dacă el se încarcă cu aceeași sarcină Q ca și bateria, adică dacă

$$U = \frac{Q}{C_e}. \tag{1.67}$$

Comparînd (1.67) cu (1.66) găsim că

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \tag{1.68}$$

Inversul capacității echivalente a bateriei de condensatori legați în serie este egală cu suma inverselor capacităților condensatorilor ce constituie bateria.

1.6. DIELECTRICII ÎN CÎMP ELECTROSTATIC

În § 1.1.1.5. am arătat că, spre deosebire de conductori, *în dielectrici (izolatori) nu există sarcini electrice libere ci numai sarcini electrice legate de atomii sau moleculele la care aparțin*. Comportarea în cîmp electric a dielectricilor este determinată de existența în ei numai a sarcinilor electrice legate, care au posibilitatea să se deplaseze, sub influența forței cîmpului electric, doar pe distanțe de ordinul a cîțiva angstromi. Exemple de substanțe *dielectrice* pot servi: *sticla, ceramica, masele plastice* (solide); *apa chimic pură, uleiul de transformator*, CH_3Cl etc. (lichide); H_2 N_2, CCl_4, NH_4, *aerul uscat* etc. (gazoase). *Dielectricul se numește omogen și izotrop dacă toate proprietățile lui sînt aceleași în toate punctele volumului dielectricului și în toate direcțiile.*

Moleculele dielectricilor sînt electric neutre, adică sarcina totală pozitivă a nucleelor lor este egală în valoare cu sarcina totală a electronilor lor. Există două tipuri de dielectrici:

- — dielectrici cu molecule nepolare
- — dielectrici cu molecule polare.

1.6.1. POLARIZAREA DIELECTRICILOR NEPOLARI

Molecula (atomul) nepolară poate fi schematizată ca în figura 1.50 a, unde *domeniul cu sarcină pozitivă*, reprezentînd centrul de masă al nucleelor *este simetric înconjurat de sarcina negativă* a electronilor. În consecință, *centrul de masă al sarcinilor negative din moleculă (atom) coincide cu centrul de masă al sarcinilor pozitive. Momentul de dipol electric al acestor molecule*, (definit în § 1.1.6), *este egal cu zero* întrucît $a=0$. La introducerea unei molecule nepolare în cîmp electric acesta acționează asupra centrului de masă al sarcinilor pozitive cu o forță în sensul cîmpului și asupra centrului de masă al sarcinilor negative cu o forță în sens opus cîmpului (fig. 1.50 b). Ca efect, *între centrele de masă ale sarcinilor pozitive și negative apare o distanță* $\vec{a} \neq 0$, ceea ce înseamnă că molecula nepolară dobîndește în cîmp electric un moment de dipol electric. Se spune că moleculele dielectricului nepolar (dielectricul nepolar), introduse în cîmp electric se polarizează prin deplasare. Din punct de vedere electric molecula polarizată se manifestă ca un dipol electric (fig. 1.50 c). *Polarizarea prin deplasare se mai numește* polarizare electronică deoarece, mai ales în solide, unde nucleele atomilor sînt fixe, *în procesul de polarizare se deplasează numai electronii*. Evident, toate moleculele (atomii) unui dielectric introdus în cîmp electric dobîndesc un moment de dipol electric, astfel că un dielectric polarizat se poate imagina ca în figura 1.50 d.

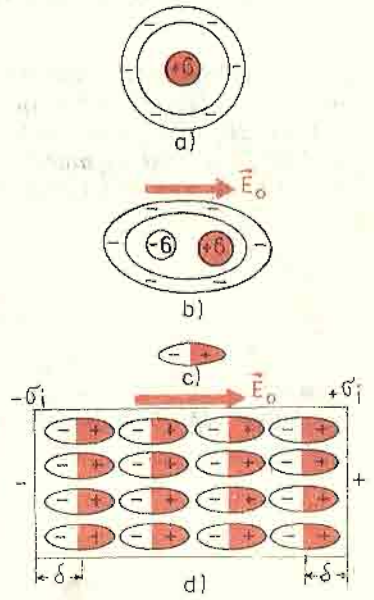


Fig. 1.50

Este important de observat că în procesul de polarizare *pe fețele perpendiculare la direcția cîmpului ale dielectricului apar sarcini electrice necompensate*: sarcină negativă pe fața în care intră cîmpul și sarcină pozitivă pe fața din care iese cîmpul. *Spre deosebire de cazul conductorilor, unde în cîmp electric are loc o redistribuire a sarcinilor libere (a electronilor), în cazul dielectricilor are loc doar o deplasare, pe distanțe de ordinul a cîtorva angstromi, a sarcinilor electrice legate*. În interiorul volumului

dielectricului polarizat sarcinile se compensează reciproc şi dielectricul rămîne neutru. *Cînd se înlătură cîmpul electric exterior dielectricul nepolar revine imediat la starea nepolarizată.*

1.6.2. POLARIZAREA DIELECTRICILOR POLARI

Există dielectrici ale căror molecule (atomi) posedă moment de dipol electric permanent (chiar în lipsa cîmpului electric). *În moleculele (atomii) dielectricilor polari centrul de masă al sarcinilor pozitive nu se suprapune peste centrul de masă al sarcinilor negative.* Aşa este, de exemplu, molecula de apă reprezentată grafic în figura 1.51. În lipsa cîmpului electric exterior dielectricii polari nu sînt polarizaţi deoarece mişcarea termică a moleculelor dielectricului face ca dipolii să fie orientaţi haotic, cu aceeaşi probabilitate în toate direcţiile (fig. 1.52 a). Cînd asupra dielectricului se aplică un cîmp electric exterior asupra dipolilor moleculari neparaleli cu cîmpul acţionează un cuplu de forţe (fig. 1.52 b) care tinde să-i rotească pînă în poziţie paralelă cu cîmpul. Tendinţei de orientare paralelă a tuturor moleculelor dipolare ale dielectricului i se opune, la orice temperatură, mişcarea termică. Totuşi, *cu cît temperatura dielectricului este mai scăzută şi intensitatea cîmpului electric aplicat mai mare, cu atît se obţine o aliniere mai bună a dipolilor moleculari paralel cu cîmpul* (fig. 1.52 c). Astfel s-a realizat polarizarea prin orientare a dielectricului polar. Gradul de orientare (de polarizare) a dielectricului depinde şi de natura moleculelor sale. Prin urmare gradul de polarizare a unui dielectric polar depinde de:

- intensitatea cîmpului electric polarizator;
- temperatura dielectricului;
- natura dielectricului.

Îndată ce dielectricul este scos din cîmp mişcarea termică duce la dezorientarea dipolilor moleculari şi la depolarizarea dielectricului.

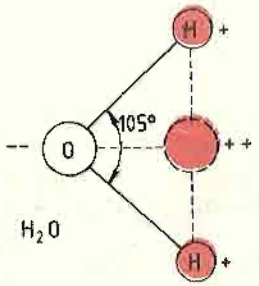


Fig. 1.51

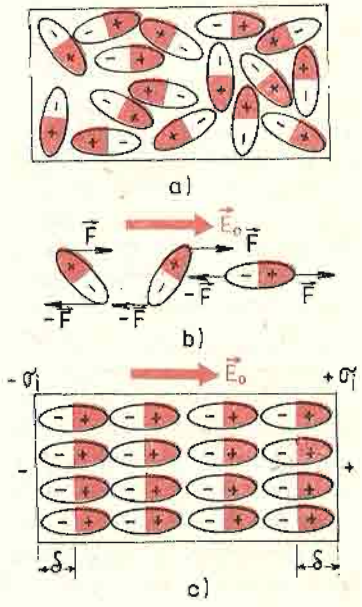


Fig. 1.52

Există dielectrici polari, numiţi segnetoelectrici, care rămîn polarizaţi, în mare măsură, şi după scoaterea lor din cîmpul electric polarizator. Această comportare se explică prin faptul că în segnetoelectrici există domenii microscopice care sînt polarizate spontan, în limitele cărora dipolii moleculari sînt orientaţi paralel chiar în lipsa cîmpului. Înainte de prima introducere în cîmp electric a segnetoelectricilor microdomeniile polarizate sînt orientate haotic şi ca urmare nu există o polarizare macroscopică. Cîmpul electric orientează, de data aceasta, microdomeniile polarizate spontan şi nu dipolii moleculari individuali. *La scoaterea din cîmp mişcarea termică nu poate dezorienta total microdomeniile de polarizare spontană, decît la temperaturi relativ mari.* Din acest motiv segnetoelectricii rămîn polarizaţi, în mare măsură şi după scoaterea lor din cîmp. Substanţe tipic segnetoelectrice sînt sarea segniet ($NaKC_4H_4O_6 \cdot 4\,H_2O$) şi titanatul de bariu ($BaTiO_3$).

1.6.3. POLARIZAREA CRISTALELOR IONICE

În dielectricii cristalini cu reţea ionică, cum este reţeaua clorurii de sodiu (fig. 1.53), fiecare pereche de ioni de semn opus este asemănătoare cu un dipol electric (fig. 1.54 a). În cîmp electric aceşti dipoli îşi modifică lungimea: *se alungesc dacă $\vec{p}$ este paralel cu cîmpul şi se scurtează dacă $\vec{p}$ este antiparalel cu cîmpul (fig. 1.54 b).* Ca efect, dielectricul se polarizează. Acest proces de polarizare se numeşte polarizare ionică. Gradul de polarizare ionică depinde de:

- *proprietăţile dielectricului;*
- *intensitatea cîmpului electric.*

Unele cristale, cum sînt cuarţul, turmalina etc., *se polarizează la deformaţii mecanice. La comprimarea unei plăcuţe dintr-un astfel de cristal,* tăiată după o direcţie bine determinată, pe feţele ei opuse apar

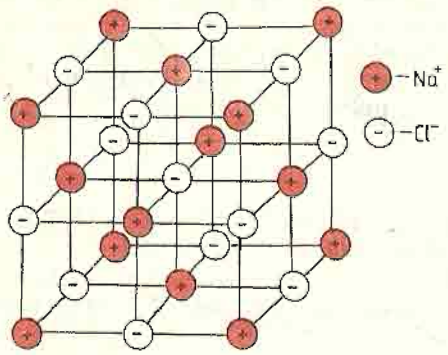


Fig. 1.53

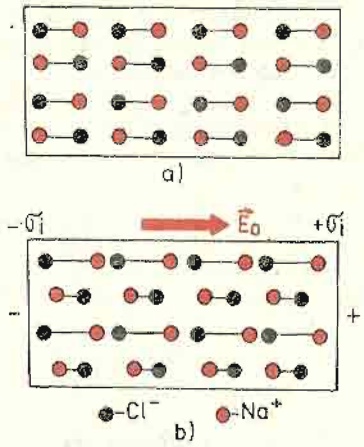


Fig. 1.54

sarcini electrice de semn opus şi ca urmare *în interiorul plăcuţei apare cîmp electric*. La întinderea plăcuţei, în direcţie opusă comprimării, polaritatea încărcării electrice a feţelor ei se schimbă iar cîmpul interior îşi inversează sensul. Acest efect se numeşte efect piezoelectric iar substanţele la care se manifestă se numesc substanţe piezoelectrice. Există şi un *efect invers efectului piezoelectric* care constă în deformarea unei plăcuţe cristaline în direcţia cîmpului aplicat ei. La inversarea periodică a sensului cîmpului aplicat plăcuţei grosimea acesteia în direcţia cîmpului oscilează cu frecvenţa inversării cîmpului.

• Efectul piezoelectric are *aplicaţii în tehnică* la măsurarea presiunilor care variază rapid, la studiul oscilaţiilor ultrasonice etc. Efectul piezoelectric invers se foloseşte la generarea ultrasunetelor. De asemenea, cuarţul piezoelectric se foloseşte la stabilizarea oscilaţiilor electrice de înaltă frecvenţă, deoarece frecvenţa oscilaţiilor proprii ale unui cristal dat se caracterizează prin stabilitate foarte bună.

1.6.4. VECTORUL POLARIZARE ELECTRICĂ

Gradul şi direcţia polarizării unui dielectric pot fi caracterizate prin valoarea şi orientarea *momentului de dipol al unităţii de volum de dielectric*. Momentul de dipol al unităţii de volum este *egal cu suma vectorială a momentelor de dipol electric ale moleculelor din unitatea de volum* a dielectricului:

$$\vec{P} = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i \qquad (1.69)$$

$\vec{P}$ se numeşte vector al polarizării electrice sau simplu polarizare electrică. Într-un dielectric omogen, în compoziţia căruia intră un singur tip de molecule, orientate toate paralel cu cîmpul polarizator, avem $\vec{p}_1 = \vec{p}_2 = \ldots = \vec{p}_n = \vec{p}$ iar vectorul polarizare este:

$$\vec{P} = \frac{N}{V}\vec{p} = n q \vec{\delta} = \rho\vec{\delta} \qquad (1.69')$$

unde $n = N/V$ *este numărul dipolilor din unitatea de volum*, $\rho = nq$ *este densitatea volumică de sarcină* iar $\vec{\delta}$ *este vectorul paralel cu cîmpul polarizator, egal în mărime cu deplasarea sarcinilor electrice în procesul de polarizare.*

• Între modulul vectorului polarizare $\vec{P}$ şi densitatea superficială σ_i a sarcinilor ce apar în procesul de polarizare pe feţele dielectricului normale la cîmp, există o relaţie simplă. Pentru a o stabili pornim de la observaţia de mai sus (fig. 1.50), că dielectricul polarizat este electric neutru, cu excepţia straturilor de grosime δ, de pe feţele dielectricului normale la cîmp. Dacă aria acestor feţe este S (fig. 1.55) atunci volumul straturilor cu grosimea δ este δS. Sarcina electrică necompensată din acest volum este $\pm Q = \pm\rho \cdot \delta S$, iar valoarea densităţii superficiale a sarcinii electrice induse în procesul de polarizare este $\pm\sigma_i = \pm Q/S = \pm\rho\delta$. Comparînd acest rezultat cu (1.69) găsim că

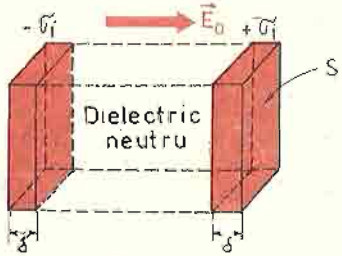


Fig. 1.55

$$P = \sigma_i \qquad (1.70)$$

Modulul vectorului polarizare este egal cu densitatea superficială a sarcinii induse în procesul de polarizare, pe feţele dielectricului normale la cîmpul polarizator. Orientarea vectorului polarizare $\vec{P}$ este aceeaşi cu a cîmpului polarizator $\vec{E}_0$.

Din (1.70) rezultă că *în SI polarizarea P se exprimă în* C/m^2, ca şi densitatea superficială de sarcină.

1.7. CÎMPUL ELECTRIC ÎN DIELECTRICI

Polarizarea dielectricilor duce la slăbirea cîmpului electric în interiorul dielectricului (nu la anularea lui totală, ca în cazul conductorilor).

Într-adevăr, fie $\vec{E}_0$ cîmpul electric între plăcile unui condensator cu vid și σ densitatea superficială de sarcină liberă pe plăcile condensatorului (fig. 1.56). Între E_0 și σ există relația (1.28): $E_0=\sigma/\varepsilon_0$. Introducem în cîmpul dintre plăcile condensatorului o placă de dielectric omogen și izotrop cu grosimea d, egală cu distanța dintre plăci. În urma polarizării dielectricului în cîmpul exterior aplicat $\vec{E}_0$ pe fețele dielectricului normale la cîmp, apar sarcini legate induse, a căror densitate superficială am notat-o cu σ_i. Sarcina electrică indusă creează în dielectric, asemenea oricărui condensator plan încărcat, un cîmp electric propriu $\vec{E}_i$, orientat în sens opus cîmpului $\vec{E}_0$. Ca urmare, *intensitatea cîmpului electric în dielectricul polarizat este* $\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}_i$. Cîmpurile $\vec{E}_0$ și $\vec{E}_i$ fiind orientate după aceeași direcție dar în sens opus, *valoarea cîmpului în dielectric* este:

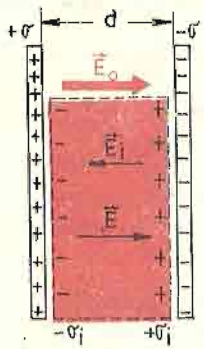


Fig. 1.56

$$E=E_0-E_i=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}-\frac{\sigma_i}{\varepsilon_0} \qquad (1.71)$$

1.7.1. PERMITIVITATEA ELECTRICĂ RELATIVĂ

Raportul dintre intensitatea cîmpului electric în vid E_0 și intensitatea E a cîmpului într-un mediu dielectric omogen și izotrop, aflat în cîmpul E_0, se numește permitivitate electrică relativă ε_r a mediului respectiv (sau constanta dielectrică a mediului).

$$\varepsilon_r=\frac{E_0}{E} \qquad (1.72)$$

Fiind exprimat prin raportul valorilor aceleiași mărimi fizice, ε_r este o mărime adimensională. Deoarece $E<E_0$ din (1.72) rezultă că $\varepsilon_r>1$. În tabelul 1.1 dăm valoarea lui ε_r pentru cîteva medii materiale.

Tabelul 1.1

Valoarea constantei dielectrice pentru unele medii materiale

Materialul	vid	aer	parafină	benzen	mică	acetonă	alcool metilic	apă	metal
ε_r	1,00	1,00	2,1	2,29	6	27	38	81	∞

Dacă înmulțim și împărțim (1.72) cu d, distanța dintre plăci, și ținem seama de (1.43) și (1.57) putem scrie succesiv:

$$\varepsilon_r=\frac{E_0 d}{Ed}=\frac{(V_A-V_B)_0}{(V_A-V_B)}=\frac{Q/C_0}{Q/C}=\frac{C}{C_0} \qquad (1.72')$$

Deoarece valoarea constantei dielectrice este mai mare decît unitatea, din (1.72') rezultă că diferența de potențial dintre plăcile condensatorului cu vid $(V_A-V_B)_0$ scade, la valoarea V_A-V_B, în momentul introducerii dielectricului între plăci, iar capacitatea condensatorului crește de la valoarea C_0 la valoarea C. Din (1.72') mai rezultă că *pentru a determina constanta dielectrică a unui dielectric este suficient să măsurăm capacitatea condensatorului cu dielectric și fără dielectric și să calculăm raportul capacităților obținute*. Este foarte important faptul că *putem mări capacitatea unui condensator de ε_r ori introducînd între armăturile lui un material cu constanta dielectrică ε_r*.

• Ținînd seama că (1.12) exprimă intensitatea cîmpului electric în vid, din (1.72) rezultă că în dielectric:

$$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}\frac{q}{r^2} \qquad (1.73)$$

Produsul dintre permitivitatea electrică a vidului ε_0 și permitivitatea electrică relativă ε_r a mediului se numește permitivitate electrică absolută a mediului: $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$.

În SI permitivitatea electrică absolută se exprimă în aceeași unitate ca și ε_0.

Pornind de la expresia (1.73), care ne arată cum se modifică valoarea cîmpului electric al sarcinii punctiforme într-un mediu oarecare, față de vid, se pot aduce modificări tuturor formulelor care au fost stabilite pentru descrierea cîmpului electric în vid, pentru a descrie cîmpul electric în diferite medii materiale. De asemenea din (1.72') și (1.58) rezultă expresia capacității condensatorului plan cu dielectric:

$$C = \varepsilon_r C_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} \qquad (1.58')$$

În tabelul 1.2 prezentăm în paralel, în vid și în mediul cu permitivitatea relativă ε_r, cele mai importante formule din electrostatică.

Tabelul 1.2

Paralelism între formulele electrostaticii în vid și în medii dielectrice omogene

În vid	În medii materiale
$F_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$	$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1 q_2}{r^2}$
$E_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q}{r^2}$
$V_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$	$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q}{r}$
$\oint_S \varepsilon_0 \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \sum_i q_i$	$\oint_S \varepsilon_0\varepsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_i$
$w_0 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$	$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2$

1.7.2. VECTORUL INDUCȚIE ELECTRICĂ (CÎMPUL ELECTRIC $\vec{D}$)

Considerăm, în continuare, un dielectric neomogen (fig. 1.57) în cîmpul exterior $\vec{E}_0$. Conform cu (1.73) *cîmpul electric $\vec{E}$ în dielectric variază în salturi la trecerea dintr-un mediu dielectric în altul*:

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_{r_1}}; \quad \vec{E}_2 = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_{r_2}}; \quad \ldots \quad \vec{E}_n = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_{r_n}} \qquad (1.74)$$

Ca urmare, și *numărul liniilor de cîmp electric ale cîmpului $\vec{E}$ variază în salturi de la un dielectric la altul*. Se înțelege că în aceste împrejurări *este greu să caracterizăm cîmpul electric în dielectric prin vectorul $\vec{E}$ sau prin liniile sale de cîmp*. Greutățile pot fi înlăturate dacă se definește o mărime fizică care să poată caracteriza cîmpul în dielectrici și în același timp să rămînă constantă la trecerea dintr-un mediu dielectric în altul. Din (1.74) rezultă că

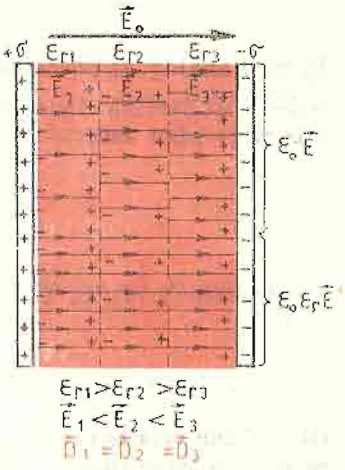


Fig. 1.57

$$\varepsilon_{r_1}\vec{E}_1 = \varepsilon_{r_2}\vec{E}_2 = \ldots = \varepsilon_{r_n}\vec{E}_n = \vec{E}_0 = \text{constant},$$

sau

$$\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}\vec{E}_1 = \varepsilon_0\varepsilon_{r_2}\vec{E}_2 = \ldots = \varepsilon_0\varepsilon_{r_n}\vec{E}_n = \varepsilon_0\vec{E}_0 = \text{constant},$$

sau

$$\vec{D}_1 = \vec{D}_2 = \ldots = \vec{D}_n = \vec{D} = \text{constant},$$

Mărimea

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} \qquad (1.75)$$

numită convențional inducție electrică sau vector deplasare electrică, satisface cerința de-a trece continuu dintr-un mediu dielectric în altul. Noi vom numi această mărime simplu, cîmpul electric $\vec{D}$, deși are dimensiunea diferită de dimensiunea lui $\vec{E}$: $[D] = [\varepsilon_0] \cdot [E]$. *Numărul liniilor de cîmp ale cîmpului $\vec{D}$ este același în toate mediile* dielectrice aflate în cîmpul exterior $\vec{E}_0$, (fig. 1.57), așa cum era numărul liniilor cîmpului $\vec{E}$ în dielectricii omogeni.

Comparînd formulele (1.74) și (1.75) rezultă expresia cîmpului electric $\vec{D}$ generat de sarcina punctiformă q:

$$D = \frac{q}{4\pi r^2} \qquad (1.76)$$

În mod analog, se poate obține expresia cîmpului $\vec{D}$ generat de alte distribuții de sarcină. De exemplu, conform cu (1.28), cîmpul $\vec{D}$ al condensatorului plan este:

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \tag{1.77}$$

Comparînd (1.77) cu (1.75) rezultă că

$$D = \sigma \tag{1.77'}$$

Din ultima relație (1.77') rezultă că *în SI cîmpul electric D se exprimă*, ca și densitatea superficială de sarcină, *în C/m²*. Observăm că *mărimile P și D au aceeași dimensiune și se exprimă în aceleași unități.*

1.7.3. RELAȚIA ÎNTRE VECTORII $\vec{E}$, $\vec{P}$ ȘI $\vec{D}$ ÎN DIELECTRICI

• *Susceptibilitatea electrică.* Ținînd seama de (1.73) putem retranscrie expresia (1.71) sub forma

$$\frac{E_0}{\varepsilon_r} = E_0 - E_i,$$

de unde

$$E_i = E_0\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) = \frac{E_0}{\varepsilon_r}(\varepsilon_r - 1) = E(\varepsilon_r - 1).$$

Este firesc să presupunem că între polarizarea electrică P și cîmpul electric E_i, indus în procesul de polarizare, să existe o relație de proporționalitate directă. Pentru a scrie această relație ținem seama de faptul că *mărimile P, D și $\varepsilon_0 E$ au aceeași dimensiune.* Prin urmare putem scrie:

$$P = \varepsilon_0 E_i = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E = \varepsilon_0 \chi_e E \tag{1.78}$$

unde mărimea adimensională, caracteristică fiecărui mediu dielectric,

$$\chi_e = \varepsilon_r - 1 \tag{1.79}$$

se numește susceptibilitate electrică a dielectricului dat. Deoarece în dielectricii izotropi vectorii $\vec{P}$ și $\vec{E}$ au aceeași orientare, expresia (1.78) poate fi scrisă sub formă vectorială:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} \tag{1.78'}$$

• Reîntorcîndu-ne la expresia (1.71), observăm că ținînd seama de (1.70) și (1.77), o putem retranscrie astfel:

$$\varepsilon_0 E = \sigma - \sigma_i = D - P \tag{1.80}$$

Mărimile E, D și P ce intră în această relație sînt mărimi vectoriale. Scrisă vectorial (1.80) capătă forma:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{1.80'}$$

și exprimă relația între vectorii $\vec{E}$, $\vec{P}$ și $\vec{D}$. Este important de observat că:

— din (1.70) rezultă că $\vec{P}$ este generat numai de sarcinile legate;

— din (1.77) rezultă că $\vec{D}$ este generat numai de sarcinile libere;

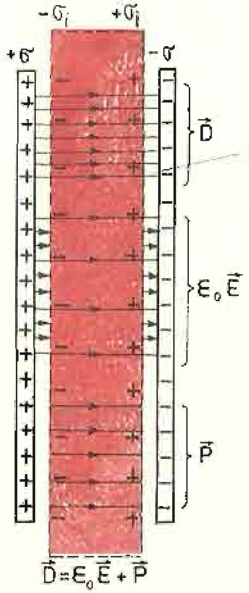


Fig. 1.58

— din (1.80) rezultă că $\vec{E}$ este generat de suma algebrică a sarcinilor libere și legate.

Din acest motiv în electrostatică se consideră fundamentală mărimea fizică $\vec{E}$ iar mărimile $\vec{P}$ și $\vec{D}$ sînt ajutătoare. În figura 1.58 ilustrăm orientarea și valoarea relativă (prin numărul liniilor de cîmp) a vectorilor $\vec{E}$, $\vec{P}$ și $\vec{D}$ într-un dielectric. În dielectricii anizotropi orientarea acestor vectori poate să nu fie după aceeași direcție.

Observație: *În legea lui Gauss scrisă în funcție de cîmpul electric E (în coloana a doua a tabelului 1.2), în membrul drept intră sursele cîmpului $\vec{E}$, adică suma algebrică a sarcinilor libere și legate.*

Capitolul 2
ELECTROCINETICA

2.1. CURENTUL ELECTRIC

Mișcarea ordonată (unidirecțională) a purtătorilor de sarcină electrică se numește curent electric.

Dacă mișcarea ordonată a sarcinilor are loc în medii conductoare sau în vid, curentul se numește curent electric de conducție. Exemple:

— *mișcarea ordonată a electronilor liberi în metale;*
— *mișcarea electronilor de la catod spre anod în tuburile electronice;*
— *mișcarea orientată (spre electrozi) a ionilor în electroliți;*
— *mișcarea orientată a ionilor și electronilor în gazele ionizate etc.*

Mișcarea ordonată a sarcinii electrice de pe un corp încărcat, odată cu mișcarea corpului, se numește curent de convecție.

Cauza apariției mișcării ordonate a purtătorilor de sarcină (a curentului electric de conducție) *este cîmpul electric din conductor. Curentul electric de conducție dispare odată cu dispariția cîmpului electric din conductor.* Sensul curentului electric coincide cu sensul cîmpului electric din conductor.

Observație: *În cîmp electric purtătorii de sarcină liberi pozitivi se deplasează în sensul cîmpului iar cei negativi în sens opus cîmpului. De aceea se obișnuiește să se spună că sensul curentului este același cu sensul deplasării în cîmp a sarcinilor pozitive.*

2.1.1. INTENSITATEA CURENTULUI ELECTRIC

Intensitatea curentului printr-un conductor se definește ca sarcină electrică transportată de purtătorii de sarcină în unitatea de timp, prin orice secțiune transversală a conductorului; intensitatea curentului se notează cu I.

Dacă în intervalul de timp Δt, prin secțiunea transversală a conductorului trece sarcina ΔQ, atunci prin definiție

$$I=\frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{2.1}$$

• *Unitatea SI pentru intensitatea curentului* este Ampèr-ul, se notează cu A și este aleasă ca unitate fundamentală. Din (2.1) avem:

$$1\text{A}=\frac{1\text{C}}{1\,s}$$

Intensitatea curentului printr-un conductor este egală cu 1A dacă el transportă în fiecare secundă sarcina de 1C prin suprafața secțiunii transversale a conductorului.

Curentul electric a cărui intensitate și direcție nu se modifică în timp se numește curent continuu (constant); în caz contrar curentul se numește variabil.

• *Intensitatea curentului continuu* se poate exprima prin raportul

$$I=\frac{Q}{t} \tag{2.1'}$$

deoarece în acest caz curentul transportă prin secțiunea conductorului aceeași sarcină în fiecare secundă.

• *Intensitatea curentului variabil în timp* este caracterizată de valoarea instantanee a expresiei (2.1), adică

$$i=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \tag{2.1''}$$

Valoarea instantanee a intensității curentului se notează prin i.

2. DENSITATEA DE CURENT

Intensitatea curentului caracterizează complet curentul numai în conductorii omogeni și rectilinii, în care valoarea curentului și viteza purtătorilor de sarcină este aceeași în orice secțiune a conductorului. Pentru caracterizarea curentului în conductorii neomogeni este necesar să se definească densitatea de curent.

• *Cazul conductorului omogen și rectiliniu* (figura 2.1). Presupunem că în conductor există *un singur tip de purtători de sarcină*. Notăm cu n concentrația purtătorilor de sarcină (numărul purtătorilor din unitatea de volum a conductorului), cu q sarcina și cu v viteza în cîmp a fiecărui purtător. În timpul Δt vor trece prin secțiunea S_2 a conductorului toți purtătorii de sarcină din cilindrul cu generatoarea $\Delta l=v\cdot\Delta t$, al cărui volum este $\Delta V=S\cdot v\Delta t$. Numărul purtătorilor din acest volum este $n\Delta V$, iar sarcina lor este $\Delta Q=qn\Delta V=qnvS\Delta t$. Înlocuind în (2.1) obținem:

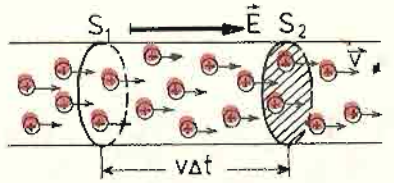


Fig. 2.1

$$I=\frac{qnvS\Delta t}{\Delta t}=qnv\cdot S \tag{2.2}$$

Curentul ce revine unității din suprafața secțiunii conductorului este:

$$j=\frac{I}{S}=qnv \tag{2.3}$$

Formula (2.3) definește valoarea densității de curent din conductorul omogen cu *un singur tip de purtător de sarcină*.

Densitatea de curent este o mărime vectorială. Vectorul densitate de curent are, în fiecare punct din conductor, aceeași orientare ca și viteza purtătorilor de curent în punctul respectiv:

$$\vec{j}=nq\vec{v} \tag{2.3'}$$

Înlocuind (2.3) în (2.2), în cazul conductorului omogen și rectiliniu, putem scrie:

$$I=j\cdot S \tag{2.2'}$$

Expresia (2.2') este valabilă numai dacă secțiunea S este normală la vectorul $\vec{j}$ (la vectorul $\vec{v}$) și dacă valoarea lui $\vec{j}$ este aceeași în toate punctele secțiunii S.

Dacă normala $\vec{n}$ la secțiunea S formează unghiul θ cu $\vec{j}$ (sau cu $\vec{v}$), cum ilustrăm în figura 2.2, atunci proiecția secțiunii S pe planul normal la $\vec{j}$ este $S'=S\cos\theta$. Pentru secțiunea S', normală la $\vec{j}$, este valabilă relația (2.2'). Deci:

$$I=j\cdot S'=j\cdot S\cos\theta. \tag{2.4}$$

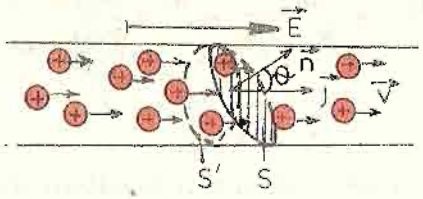


Fig. 2.2

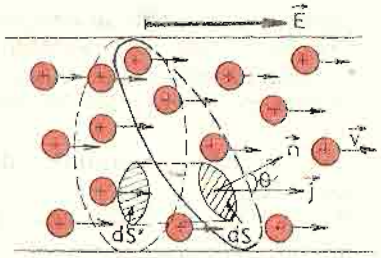


Fig. 2.3

Notăm prin $\vec{S}$ vectorul al cărui modul este egal cu aria secțiunii S și a cărui orientare este în direcția normalei $\vec{n}$ la S. Ținînd seama de definiția produsului scalar a doi vectori (vezi 2.1.4.2 vol. I) retranscriem (2.4) sub forma:

$$I=\vec{j}\cdot\vec{S} \qquad (2.4')$$

• *Cazul conductorului neomogen de formă oarecare.* În conductorii neomogeni vectorul densitate de curent are valoare și orientare diferită în puncte diferite din conductor. Pentru a putea utiliza expresia (2.4') a intensității curentului, delimităm din secțiunea S a conductorului un element de suprafață dS atît de mic încît $\vec{j}$ este constant în limitele lui (figura 2.3). Intensitatea curentului prin dS se poate scrie atunci sub forma (2.4'):

$$dI=\vec{j}\cdot d\vec{S} \qquad (2.5)$$

Intensitatea curentului prin toată secțiunea S a conductorului neomogen, se obține (însumînd) integrînd expresia (2.5) pe toată suprafața S. Se obține:

$$I=\int_S dI=\int_S \vec{j}\cdot d\vec{S} \qquad (2.5')$$

Observație: *Comparînd (2.5') cu expresia (1.24) pentru fluxul vectorului cîmp electric prin suprafața S, se poate defini intensitatea curentului ca fiind fluxul vectorului densitate de curent prin suprafața secțiunii transversale a conductorului.*

Densitatea curentului continuu este funcție numai de coordonatele punctului din conductor în care o calculăm: $\vec{j}=\vec{j}(x, y, z)$ Densitatea curentului variabil este funcție și de timp: $\vec{j}=\vec{j}(x, y, z, t)$

2.1.3. TENSIUNEA ELECTROMOTOARE

În § 2.1.1 am accentuat faptul că deplasarea ordonată a purtătorilor de sarcină (curentul electric) are loc numai atît timp cît în conductor există cîmp electric. Iată un mod în care putem determina apariția curentului electric într-un conductor metalic. Încărcăm sfera conductoare 1 (figura 2.4 a) cu sarcină pozitivă, la potențialul V_1, și sfera conductoare 2 cu sarcină negativă, la potențialul V_2. Între cele două sfere există diferența de potențial $V_1-V_2>0$ și un cîmp electrostatic $\vec{E}_e$ ale cărui linii de cîmp sînt identice cu cele ale dipolului electric (fig. 1.14 c). Legînd sferele între ele prin conductorul 3 (figura 2.4 b), sub influența cîmpului $\vec{E}_e$ electronii liberi din conductor încep să se deplaseze ordonat în sens opus cîmpului, ceea ce reprezintă un curent electric în sensul cîmpului. *Curentul prin conductorul 3 durează numai pînă cînd sarcinile de pe cele două sfere se neutralizează reciproc, potențialele sferelor se egalează și cîmpul electric dispare*. Procesul de neutralizare a sferelor (și curentul) durează un timp extrem de scurt (milionimi de secundă).

Pentru a menține un curent constant în conductorul 3, timp îndelungat, este necesar să se închidă circuitul din figura 2.4b prin intermediul unui dispozitiv special, numit generator (sau sursă) —G, cum arătăm în figura 2.4.c. *Generatorul are proprietatea că menține constantă diferența*

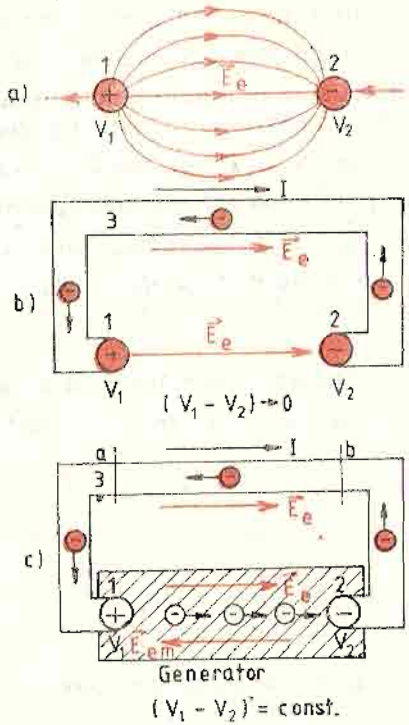


Fig. 2.4

de potențial între bornele sale 1 și 2, chiar dacă prin conductorul 3 electronii trec de la sfera 2 la sfera 1, adică chiar dacă prin conductorul 3 circulă curent electric. Acest lucru este posibil numai dacă generatorul readuce electronii de la borna 1, înapoi la borna 2, în ritmul în care ei se scurg spre borna 1 prin circuitul exterior generatorului. Remarcăm că în generator electronii se deplasează de la borna + spre borna −, împotriva forței $\vec{F}_e = -e\vec{E}_e$ a cîmpului electrostatic. Prin urmare, forța sub influența căreia are loc deplasarea purtătorilor de curent în interiorul generatorului nu poate fi de natură electrostatică. Această forță se numește forță electromotoare, forță indusă sau forță imprimată. Notînd forța electromotoare prin $\vec{F}_{em}$ putem defini un cîmp electromotor $\vec{E}_{em} = \vec{F}_{em}/q$, prin analogie cu definiția (1.14) a cîmpului electrostatic. Natura forței electromotoare poate fi diversă. În acumulatoare și baterii ea apare *pe seama energiei eliberate în reacții chimice exoenergetice*, în celulele solare *pe seama energiei radiațiilor electromagnetice*, în generatoarele electrice rotative pe *seama energiei mecanice* (vezi cap. 7) etc.

Cînd prin circuitul exterior (conductorul 3) nu trece curent (circuit deschis) în interiorul generatorului $\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_{em} = 0$. Îndată ce se închide circuitul exterior, o parte din electroni trec de pe borna 2 a generatorului pe borna 1. Drept rezultat, cîmpul electrostatic scade ($|\vec{E}_e| < |\vec{E}_{em}|$) și predomină cîmpul electromotor $\vec{E}_{em}$. Sub influența cîmpului $|\vec{E}_{em}| - |\vec{E}_e|$, în *interiorul generatorului electronii sînt transportați de la borna 1 la borna 2, împotriva forței cîmpului electrostatic* $\vec{E}_e$. În felul acesta generatorul menține constantă diferența de potențial între bornele 1 și 2 ale sale, precum și valoarea curentului în conductorul exterior 3.

Definim trei mărimi fizice, caracteristice circuitului electric:

- *Căderea de tensiune (tensiunea) U.*

> Căderea de tensiune între două puncte a și b ale unui circuit electric închis reprezintă lucrul efectuat de forța cîmpului electric total din circuit, $\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_{em}$, pentru deplasarea unității de sarcină pozitivă între cele două puncte ale circuitului.

Conform cu (1.31) avem:

$$U_{ab} = \frac{L_{ab}}{q_0} = \int_a^b (\vec{E}_e + \vec{E}_{em}) \cdot \vec{ds} = \int_a^b \vec{E}_e \cdot \vec{ds} + \int_a^b \vec{E}_{em} \cdot \vec{ds} \qquad (2.6)$$

- *Diferența de potențial* ΔV_{ab};

> Diferența de potențial între două puncte a și b ale unui circuit închis reprezintă lucrul efectuat de forța cîmpului electrostatic $\vec{E}_e$, pentru deplasarea unității de sarcină pozitivă între cele două puncte ale circuitului.

Conform cu (1.33) avem:

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{L'_{ab}}{q_0} = \int_a^b \vec{E}_e \cdot \vec{ds}. \qquad (2.6')$$

- *Tensiunea electromotoare (t.e.m.)* $\mathcal{E}$;

> Tensiunea electromotoare între două puncte a și b ale unui circuit reprezintă lucrul efectuat de forța cîmpului electromotor $\vec{E}_{em}$, pentru deplasarea unității de sarcină pozitivă între cele două puncte ale circuitului.

Conform cu (1.31) avem:

$$\mathcal{E}_{ab} = \frac{L''_{ab}}{q_0} = \int_a^b \vec{E}_{em} \cdot \vec{ds} \qquad (2.6'')$$

Înlocuind (2.6') și (2.6'') în (2.6) găsim că între aceste trei mărimi există relația:

$$U_{ab} = (V_a - V_b) + \mathcal{E}_{ab} \qquad (2.7)$$

> Căderea de tensiune între două puncte ale circuitului închis este egală cu suma diferenței de potențial și a t.e.m. între cele două puncte.

Observație: *Dacă între cele două puncte ale circuitului nu există nici un generator (figura 2.4 c) atunci* $\mathcal{E}_{ab} = 0$, *iar căderea de tensiune este egală cu diferența de potențial:* $U_{ab} = V_a - V_b$.

- Analizăm *cazul particular cînd punctele a și b coincid cu bornele 1 și 2 ale generatorului*. Integrarea expresiei (2.6), pe drumul dintre bornele 1 și 2 ale generatorului se poate face: a) pe circuitul exterior generatorului și b) prin interiorul generatorului.

a) *Pe circuitul exterior generatorului nu există cîmp electromotor*, astfel că din (2.6) rezultă că $U_{12}=V_1-V_2$.

> Pe circuitul exterior generatorului căderea de tensiune este egală cu diferența de potențial între borne.

b) *Pe circuitul interior generatorului este diferit de zero atît cîmpul electrostatic* $\vec{E}_e$ *cît și cîmpul electromotor* $\vec{E}_{em}$. Efectuînd integrarea în (2.6), și în acest caz, tot în sensul curentului prin circuit, rezultă că $U_{21}=(V_2-V_1)+\mathcal{E}_{21}$, unde $V_2<V_1$ $[\sphericalangle(\vec{E}_e, \vec{ds})=180°]$. Observînd că $\mathcal{E}_{21}=\mathcal{E}$, este toată t.e.m. din circuit și că $U_{21}=e$ *este căderea de tensiune în interiorul generatorului* obținem:

$$\mathcal{E}=(V_1-V_2)+e=U_{12}+e \qquad (2.8)$$

> *Într-un circuit închis t.e.m. este egală* cu suma tensiunii la borne și a căderii de tensiune în interiorul generatorului.

Dacă circuitul este deschis căderea de tensiune în interiorul generatorului este nulă: $e=0$. Prin urmare

> *Într-un circuit electric deschis t.e.m. este egală cu tensiunea la bornele generatorului.*

• *Căderea de tensiune pe întreg circuitul închis.* Ținînd seama de (1.47) și integrînd în (2.6) pe conturul închis C al circuitului, obținem:

$$U=\oint_C \vec{E}_{em}\cdot\vec{ds}=\mathcal{E} \qquad (2.9)$$

> Într-un circuit electric t.e.m. este egală cu circulația cîmpului electromotor $\vec{E}_{em}$.

Din (2.7) și (2,8) rezultă că mărimile U, $\mathcal{E}$ și e au aceeași unitate de măsură. În SI ele se exprimă în volți ca și diferența de potențial.

2.2. TEORIA ELECTRONICĂ A CONDUCȚIEI ÎN METALE

2.2.1. PURTĂTORII DE SARCINĂ ÎN METALE

Modelul clasic al conducției electrice în metale a fost elaborat la începutul acestui secol de către P. Drude și G. A. Lorentz. Conform acestui model purtătorii de sarcină în metale sînt electronii iar teoria care explică procesul de conducție pe această bază se numește teoria electronică a conducției metalelor.

Conform modelului Drude-Lorentz rețeaua cristalină este formată din ioni pozitivi și electroni liberi (foștii electroni de valență ai atomilor metalului, care părăsindu-și atomii îi convertesc pe aceștia în ioni pozitivi). În figura 2.5 a cercurile cu semnul (+) reprezintă ionii din nodurile rețelei cristaline iar punctele negre electronii liberi. În lipsa cîmpului electric electronii liberi din metale se află într-o mișcare termică, haotică și permanentă cu viteza termică medie $\vec{u}$.

> Comportarea electronilor liberi în metale este analoagă comportării moleculelor unui gaz ideal.

De aceea *ansamblul electronilor liberi din metale poate fi asimilat cu un fel de „gaz electronic", căruia i se pot aplica legile gazelor ideale* (vezi § 9.2 vol. I).

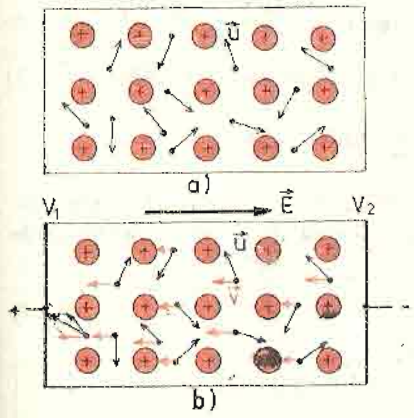


Fig. 2.5

Dacă la capetele conductorului metalic se creează și se menține o diferență de potențial V_1-V_2 (fig. 2.5 b) atunci cîmpul electric $\vec{E}$ ce se instaurează în interiorul metalului imprimă electronilor liberi o mișcare suplimentară, ordonată, cu viteza medie $\vec{v}$ numită „viteză în curent" sau „viteză de drift", orientată în sens opus cîmpului electric. *Apariția mișcării ordonate a electronilor este echivalentă cu apariția în conductor a curentului electric.*

Observație: *Mișcarea haotică de agitație termică a electronilor nu încetează la apariția mișcării ordona-*

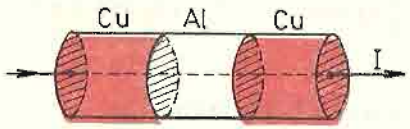


Fig. 2.6

te ci se suprapune peste aceasta, astfel că viteza fiecărui electron este $\vec{u}+\vec{v}$ (figura 2.5 b).

• Pentru a demonstra că purtătorii de sarcină în metale sînt electronii, Rickie (în 1901) a trecut timp de un an curent electric printr-un cilindru format din trei bucăți lipite între ele la baze (fig. 2.6). Cilindrul din mijloc este de aluminiu iar cilindrii de la capete de cupru. Sarcina totală care a traversat suprafața de separare între doi cilindri, în timp de un an, a fost de 3,5 10^6C. Cu toate acestea *nu s-a observat trecere de material dintr-un cilindru în altul* (cupru în aluminiu sau aluminiu în cupru). S-a tras concluzia:

În metale curentul nu apare în urma mișcării ionilor (care sînt de natură diferită în metale diferite), ci în urma mișcării altor particule, care sînt de aceeași natură în toate metalele, adică în urma mișcării orientate a electronilor.

Ulterior s-au adus și alte dovezi experimentale în sprijinul ideii că *în metale purtătorii de sarcină sînt electronii*.

• Atribuind gazului electronic proprietățile unui gaz ideal putem calcula *viteza termică medie a electronilor*, cu ajutorul formulei (9.6) vol. I). La temperatura $T=300$ K obținem:

$$u=\sqrt{\frac{8RT}{M}}=\sqrt{\frac{8kT}{m}}=\frac{8\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\cong 3{,}64\cdot 10^5\text{m/s}$$

Pe de altă parte, din (2 3), *viteza în curent a electronilor* este

$$v=\frac{j}{ne}=\frac{10^6}{10^{29}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}\cong 10^{-4}\text{m/s}$$

unde am luat $q=e=1{,}6\cdot 10^{-19}$C, $n=10^{29}$m^{-3} — concentrația electronilor liberi în cupru și $j=10^6$A/m^2 — densitatea de curent maximă admisă în cupru. Am găsit că

$$v<<u. \qquad (2.10)$$

Viteza în curent a electronilor este neglijabil de mică comparativ cu viteza medie termică.

Observație: *Nu trebuie confundată viteza în curent a electronilor cu viteza de transmitere a semnalului electric prin conductori. Se știe că la închiderea întrerupătorului, situat la sute de kilometri de consumator, curentul se instalează practic instantaneu pe toată lungimea conductorilor de la generator la consumator. Ceea ce se instalează practic instantaneu în conductori este cîmpul electric, care se propagă cu viteza luminii în mediul conductor dat; cîmpul electric pune în mișcare electronii practic instantaneu și simultan pe toată lungimea conductorilor.*

2.22. LEGEA LUI OHM

Modelul gazului electronic ne permite să justificăm legea lui Ohm pe cale teoretică. Într-adevăr, în metale și în semiconductori *mișcarea ordonată a purtătorilor de sarcină este îngreunată de ciocnirea lor cu ionii rețelei cristaline*, ciocniri în urma cărora viteza în curent a electronilor se anulează. Eventual electronul poate rămîne pentru un timp în stare legată de ionul cu care s-a ciocnit, formînd un atom neutru. Deoarece electronii participă concomitent cu mișcarea în curent și la mișcarea termică *ciocnirile lor cu ionii au caracter întîmplător*. Dacă cîmpul electric în conductor este E atunci sub influența forței $F=eE$ electronii sînt accelerați pe durata timpului dintre două ciocniri succesive. Deci, *între două ciocniri succesive electronii execută în cîmp o mișcare uniform accelerată cu accelerația* $a=F/m=eE/m$, unde e și m sînt sarcina, respectiv masa electronului. În figura 2.7 prezentăm graficul posibil al vitezei în curent a unui electron. În intervalul de timp Δt_1 dintre două ciocniri consecutive electronul parcurge distanța $\Delta x_1=a\Delta t_1^2/2$, în intervalul de timp

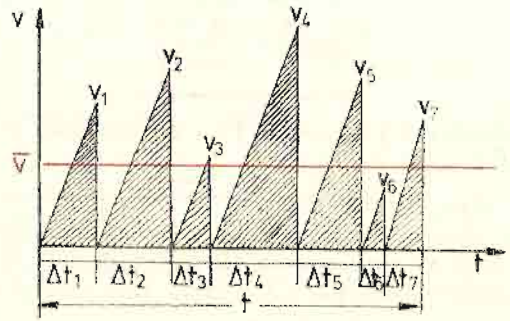


Fig. 2.7

Δt_2 dintre următoarele două ciocniri electronul parcurge distanța $\Delta x_2 = a \cdot \Delta t_2^2/2$, etc. În timpul t electronul parcurge în conductor distanța

$$x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \ldots + \Delta x_n = \frac{a}{2}(\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \ldots + \Delta t_n^2)$$

Viteza medie a mișcării în curent a electronului este

$$\bar{v} = \frac{x}{t} = \frac{a\tau}{2} \tag{2.11}$$

unde

$$\tau = \frac{\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \ldots + \Delta t_n^2}{t}$$

este *timpul mediu dintre două ciocniri* sau *timpul liber mediu*.

• *Forma locală a legii lui Ohm.* Înlocuind în (2.11) $\vec{a} = e\vec{E}/m$ obținem expresia vitezei în câmp a electronului:

$$\boxed{\vec{v} = \frac{e\tau}{2m}\vec{E}} \tag{2.12}$$

Ținînd seama de (2.12) putem exprima densitatea de curent (2.3') sub forma

$$\vec{j} = \frac{e^2 n \tau}{2m}\vec{E}$$

sau

$$\boxed{\vec{j}(x, y, z) = \sigma\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{\rho}\vec{E}(x, y, z)} \tag{2.13}$$

unde

$$\boxed{\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{e^2 n \tau}{2m}} \tag{2.14}$$

Ecuația (2.13) exprimă forma locală (sau diferențială) a legii lui Ohm. Din (2.13) rezultă:

> În fiecare punct $P(x, y, z)$ din conductor densitatea de curent este proporțională cu intensitatea cîmpului electric în acel punct; orientarea vectorului densitate de curent este aceeași cu a cîmpului electric.

În (2.14)

σ — *conductivitatea electrică*,

ρ — *rezistivitatea electrică*,

sînt mărimi fizice constante pentru un material, a căror valoare depinde prin intermediul mărimilor n și τ de natura materialului (vezi tabelul 2.1).

• *Legea lui Ohm pentru o porțiune din conductor.* Referindu-ne din nou la figura 2.1, observăm că dacă diferența de potențial între secțiunile S_1 și S_2 este $U = V_1 - V_2 = El$, unde l este lungimea conductorului cuprins între secțiunile S_1 și S_2, atunci putem transforma (2.13) astfel:

$$jS = \frac{1}{\rho}\frac{U}{l}S = \frac{U}{\rho\frac{l}{S}}$$

Dacă notăm

$$\boxed{R = \rho\frac{l}{S} = \frac{2m}{e^2 n\tau}\frac{l}{S}} \tag{2.15}$$

și ținem seama de (2.2'), găsim legea lui Ohm pentru porțiunea de conductor din figura 2.1, cuprinsă între secțiunile S_1 și S_2:

$$\boxed{I = \frac{U}{R}} \tag{2.16}$$

Mărimea fizică R, definită prin relația (2.15) reprezintă rezistența electrică a porțiunii de conductor din figura 2.1, cuprinsă între secțiunile S_1 și S_2. Cum rezultă din (2.15):

> Rezistența electrică a unei porțiuni de conductor este direct proporțională cu lungimea conductorului, invers proporțională cu aria secțiunii transversale a conductorului și depinde (prin ρ) de natura materialului conductorului.

> Rezistența electrică a conductorului este determinată de faptul că în mișcarea lor în curent, electronii suferă ciocniri cu ionii rețelei cristaline a conductorului. Aceste ciocniri frînează mișcarea în curent a electronilor, jucînd rolul unei forțe de frecare specifică.

• *Unitatea SI pentru rezistența electrică*, rezultată din (2.16), *este raportul dintre unitatea tensiunii și unitatea curentului*; se numește *ohm* și se notează cu Ω. Deci

$$1\Omega = \frac{1\ \text{V}}{1\ \text{A}}$$

O porțiune de conductor care este parcursă de curentul egal cu 1 A, cînd diferența de potențial între capetele sale este 1 V, are rezistența electrică egală cu 1Ω.

Mărimea inversă rezistenței electrice, $G=1/R$ se numește conductanță electrică. Unitatea SI a conductanței este siemens-ul (S) adică $1\text{S}=1\text{A}/1\text{V}=1\Omega^{-1}$. Uneori această unitate se numește mho.

• Conductorii descriși de legea lui Ohm (2.16), pentru care $R=$ const., indiferent de tensiunea aplicată lor, se numesc conductori ohmici sau conductori liniari. În figura 2.8 a prezentăm caracteristica curent-tensiune pentru un conductor liniar. Există însă elemente de circuit cu rezistență neliniară, pentru care legea lui Ohm (2.16) își pierde sensul. De exemplu, caracteristica curent-tensiune a unui *varistor* (element semiconductor de circuit) are forma arătată în figura 2.8 b. Un astfel de element de circuit se numește conductor neliniar.

• Unitatea SI pentru rezistivitatea electrică este egală cu rezistența electrică a unei porțiuni de conductor cu lungimea $l=1$ m și aria secțiunii transversale $S=1\,\text{m}^2$ (rezistența electrică a unui cub cu latura de 1 m). Dacă în (2.15) exprimăm R în Ω, l în m și S în m^2 rezultă că ρ se exprimă în $\Omega\cdot\text{m}^2/\text{m}=\Omega\cdot\text{m}$. Conductivitatea electrică σ, fiind mărime inversă rezistivității se exprimă în $\Omega^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$. În tabelul 2.1 dăm valoarea rezistivității electrice a unor materiale uzuale, la 20°C.

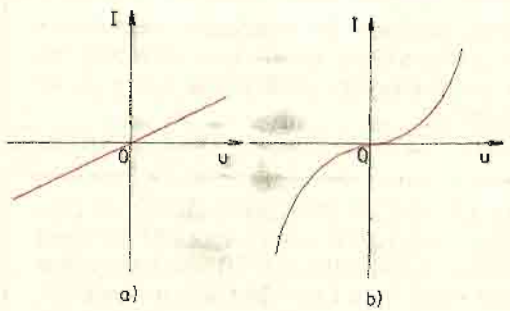


Fig. 2.8

• *Dependența de temperatură a rezistivității conductorilor metalici*. Ionii pozitivi din nodurile rețelei cristaline nu se găsesc în stare de repaus ci execută, la orice temperatură, oscilații în jurul pozițiilor lor de echilibru. *Cu creșterea temperaturii crește și amplitudinea oscilațiilor ionilor, ceea ce determină creșterea probabilității de ciocnire a electronilor cu ionii.*

Din acest motiv *rezistivitatea electrică (și rezistența) conductorilor metalici crește cu creșterea temperaturii*. Experiența arată că în prima aproximație dependența de temperatură a rezistivității metalelor crește liniar cu temperatura după legea:

$$\rho(t)=\rho_0(1+\alpha t) \tag{2.17}$$

unde ρ_0 este rezistivitatea conductorului la $t=0°\text{C}$, t este temperatura conductorului iar α *este coeficientul de temperatură al rezistivității* pentru materialul dat. Pentru majoritatea metalelor, la temperaturi nu prea joase, $\alpha\cong 0{,}004\ \text{K}^{-1}$. Înmulțind (2.17) cu l/S obținem o relație similară pentru R:

$$R(t)=R_0(1+\alpha t) \tag{2.17'}$$

Dependența de temperatură a rezistenței electrice se folosește la măsurarea temperaturii cu așa-numitele electrotermometre rezistive.

Tabelul 2.1

Rezistivitatea electrică la 20°C și coeficientul termic al rezistivității

Materialul		$\rho\cdot 10^8\ \Omega\cdot\text{m}$ (la 0°C)	$\alpha\cdot 10^3\cdot\text{K}^{-1}$ (între 0 și 100°C)
Metale	Aluminiu	2,45	4,5
	Fier	8,9	6,5
	Argint	1,5	4,0
	Cupru	1,56	4,3
	Platină	9,81	3,92
	Nichel	6,14	6,8
Aliaje	Platină-rhodiu (90/10)	18,7	1,66
	Nichel-crom (80/20)	103,0	1,00
	Manganină (Cu 84/Mn 12/Ni 4)	44,1	0,10

Supraconductibilitatea. La temperaturi foarte scăzute (sub 23,2 K) rezistența electrică a unor metale și aliaje scade brusc la zero (fig. 2.9). Se spune că materialul a ajuns în *stare de supraconductibilitate*. Tempe-

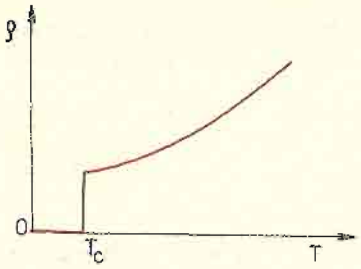


Fig. 2.9

ratura la care are loc trecerea în stare de supraconductibilitate se numește *temperatură critică*. Pentru metale temperatura critică este cuprinsă între 0,14 K (Iridiu) și 9,22 K (Niobiu), iar pentru aliaje între 0,15 K (Bi_2Pt) și 23,2 K (Nb_3Gd). Dacă se stabilește curent electric p intr-un inel supraconductor, de exemplu i rin inducție electromagnetică, atunci curentul persistă luni de zile fără atenuare apreciabilă. Fenomenul de supraconductibilitate se folosește la producerea cîmpurilor magnetice foarte intense. Dacă înfășurarea unui electromagnet se aduce în stare de supraconductibilitate atunci ea suportă curenți extrem de mari și generează cîmpuri magnetice foarte intense. Numeroase elemente de memorie în mașinile electronice funcționează pe baza fenomenului de supraconductibilitate.

• *Mobilitatea purtătorilor de sarcină.* Ținînd seama de (2.3), din (2.13) rezultă că

$$\sigma = \frac{|\vec{j}|}{|\vec{E}|} = n \cdot q \cdot \frac{v}{E}$$

sau

$$\boxed{\sigma = nqb} \qquad (2.18)$$

unde mărimea

$$\boxed{b = \frac{v}{E}} \qquad (2.19)$$

se numește mobilitatea purtătorilor de sarcină.

Mobilitatea unui purtător de sarcină reprezintă viteza lui în mediul conductor cînd intensitatea cîmpului electric este egală cu unitatea ($E = 1$ V/m).

Unitatea SI pentru mobilitate rezultă din (2.19) și *este* $(m/s)/(V/m) = m^2/V \cdot s$.

2.2.3. DEFICIENȚELE TEORIEI CLASICE A CONDUCȚIEI ELECTRONICE ÎN METALE

Unele concluzii ce rezultă din teoria clasică a conducției electronice în metale sînt în contradicție cu faptele experimentale. Amintim doar două din aceste contradicții.

• *Teoria Drude-Lorentz nu explică dependența experimentală* $\rho(T)$. Relația (2.17), stabilită experimental, poate fi scrisă sub forma

$$\rho(t) = \rho_0 \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + t \right) \cong \rho_0 \frac{T}{T_0} \sim T \qquad (2.20)$$

unde $T_0 = 1/\alpha \cong 273$ K. Deci, din experiență rezultă că rezistivitatea electrică crește proporțional cu puterea întîia a temperaturii absolute a metalului. Pe de altă parte, expresia (2.13), obținută teoretic, poate fi transformată astfel:

$$\rho = \frac{2m}{e^2 n \tau} = \frac{2mu}{e^2 n \lambda} \qquad (2.21)$$

unde $\lambda = (u+v) \cdot \tau \cong u \cdot \tau$ este drumul liber mijlociu al electronului între două ciocniri succesive (conform cu 2.10 $v << u$). Înlocuind aici $u = \sqrt{8kT/m}$ obținem

$$\rho = \frac{2m}{e^2 n \lambda} \sqrt{\frac{8kT}{m}} \sim \sqrt{T} \qquad (2.22)$$

Deci:

Din teoria clasică a conducției electrice în metale rezultă că rezistivitatea electrică este direct proporțională cu radical din puterea întîia a temperaturii absolute a conductorului.

• *Teoria clasică nu poate explica starea de supraconductibilitate.* Aceste deficiențe ale teoriei clasice se datorează mai multor cauze, din care amintim:

— *teoria clasică tratează electronii ca pe niște particule clasice, fără să ia în considerare proprietățile lor ondulatorii;*

— *teoria clasică neglijează interacțiunea dintre electronii gazului electronic, iar interacțiunile electronilor cu ionii rețelei cristaline le tratează ca ciocniri clasice, de durată scurtă, deși electronii interacționează tot timpul cu ionii printre care se mișcă;*

— *teoria clasică nu ține seamă de faptul că energia electronilor în metale, la fel ca în atomii liberi, nu poate lua orice valoare ci numai un șir discret de valori (energia electronilor în metale este cuantificată)*;

— *teoria clasică nu ține seama de* principiul de excluziune a lui Pauli, *care limitează, la doi, numărul electronilor ce pot avea aceeași energie.*

Din cele de mai sus nu trebuie trasă concluzia că teoria clasică a conducției electrice în metale nu mai are azi nici o importanță. Din contră, ea este simplă, intuitivă și explică calitativ cele mai importante proprietăți ale curentului electric în metale.

2.2.4. NOȚIUNI DE TEORIA CUANTICĂ A CONDUCȚIEI ELECTRONICE

Expunerea teoriei cuantice depășește nivelul cărții noastre. De aceea, în acest paragraf prezentăm doar o descriere calitativă a particularităților teoriei cuantice.

• *În metale electronii nu sînt complet liberi.* Este mai corect să-i considerăm legați de ionii rețelei dar în așa fel încît *fiecare electron aparține la mai mulți ioni* și nu unui singur ion. Proprietatea comună a mai multor ioni asupra fiecărui electron se datorează faptului că la apropierea atomilor izolați, pentru a forma rețeaua cristalină a metalului, razele orbitelor electronilor de valență sînt mai mari decît distanțele dintre ionii vecini. Drept rezultat electronii de valență interacționează cu toți ionii înconjurați de orbitele lor. Trecerea acestor electroni colectivizați de la un ion la altul, în orice direcție, are loc cu foarte mare ușurință, astfel că electronii de valență se pot deplasa în întreg cristalul. Este important de reținut că:

> Electronii colectivizați din metale își păstrează viteza de $\cong 10^6$ m/s, pe care au avut-o pe orbitele atomilor izolați, valoare care este de aproximativ zece ori mai mare decît viteza medie termică a electronilor din gazul electronic clasic și nu depinde de temperatura metalului.

Gazul electronic cuantic, a cărui energie internă nu depinde de temperatură (spre deosebire de gazul electronic clasic) se numește gaz degenerat.

Observație: *Gazul electronic din metale rămîne degenerat pînă la* $T = 10^4 K$, *adică la toate temperaturile la care metalul există în stare solidă sau lichidă.*

• *Independența de temperatură a vitezei termice medii a electronilor din metale elimină proporționalitatea dintre rezistivitatea electrică a metalelor și* $\sqrt{T}$.

> Dependența liniară de temperatură a rezistivității electrice a metalelor, observată experimental, apare datorită dependenței de temperatură a drumului liber mijlociu λ al electronilor.

Cu creșterea temperaturii crește amplitudinea oscilațiilor ionilor din nodurile rețelei cristaline, deci crește probabilitatea de ciocnire a electronilor cu ioni. Cu cît ciocnirile electron-ion sînt mai dese cu atît λ este mai mic. Deci, λ este invers proporțional cu T.

• Electronii atomilor metalelor, la fel ca atomii izolați, pot avea numai valori discrete ale energiei — *energia lor este cuantificată.* De reținut că:

> Datorită interacțiunii dintre electronii aparținînd la atomi diferiți, valoarea nivelelor energetice ale atomilor din metale este diferită de valoarea nivelelor energetice ale acelorași atomi izolați; energia unor nivele crește iar a altora scade.

• Ocuparea nivelelor energetice de către electroni este guvernată de *principiul de excluziune a lui Pauli*, care stabilește că:

> Pe un nivel energetic se pot găsi cel mult doi electroni al căror moment cinetic de spin este orientat în sens opus.

• Starea de supraconductibilitate este determinată de faptul că la temperaturi sub temperatura critică, *electronii colectivizați ai unor metale (sau aliaje) se asociază în perechi de doi electroni cu spinii opuși*, astfel că momentul cinetic de spin al fiecărei perechi este nul. Împerecherea electronilor, în pofida forțelor de respingere electrostatică dintre ei, devine posibilă la temperaturi joase sub acțiunea energiei cuantelor oscilațiilor rețelei cristaline, numite fononi (prin analogie cu cuantele oscilațiilor cîmpului electromagnetic, numite fotoni). Gazul electronic format din perechi de electroni capătă proprietatea de *superfluiditate* iar metalul ce conține gazul superfluid de electroni se află în stare de supraconductibilitate.

2.3. CONDUCȚIA ELECTRICĂ ÎN SEMICONDUCTORI

După valoarea rezistivității electrice materialele se împart în:

conductori: $\rho < 10^{-7}\Omega \cdot m$

semiconductori: $10^{-7}\Omega \cdot m < \rho < 10^{8}\Omega \cdot m$

izolatori: $\rho > 10^{8}\Omega \cdot m$

Comportarea diferită din punct de vedere al conducției electrice a conductorilor, semiconductorilor și izolatorilor poate fi înțeleasă cel mai corect și mai ușor pe baza modelului benzilor de energie în solide. Expunerea riguroasă a teoriei benzilor de energie în solide necesită cunoștințe de mecanică cuantică. Totuși, originea benzilor de energie și efectul lor asupra proprietăților electrice ale solidelor poate fi explicată în mod calitativ.

2.3.1. BENZILE DE ENERGIE ÎN SOLIDE

Cum am amintit deja, *în atomii izolați electronii se găsesc pe nivele energetice atomice discrete*. În concordanță cu principiul lui Pauli, *în atomi nu pot exista doi electroni care au toate cele* patru numere cuantice *egale*. Formula configurației electronice a unui atom $-1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,3d^{10}\ldots$ — arată că pe nivelele s pot exista cel mult doi electroni, pe cele trei nivele p ($m_l = -1, 0, +1$) pot exista cel mult 6 electroni, pe cele cinci nivele d ($m_l = -2, -1, 0, +1, +2$) pot exista cel mult 10 electroni etc. În partea dreaptă a figurii 2.10 prezentăm diagrama nivelelor energetice ale unui atom izolat și numărul maxim de electroni pe care-i poate „acomoda" fiecare nivel.

• Considerăm un proces imaginar, în care N atomi identici se apropie, venind de la infinit, pentru a forma un cristal. Cît timp atomii sînt izolați unul de altul, constituind fiecare un sistem fizic cuantic independent, schema nivelelor lor energetice coincide întrutotul. *În fiecare atom izolat electronii ocupă nivelele energetice independent de modul în care sînt ocupate nivelele similare în alți atomi, respectîndu-se principiul lui Pauli pentru fiecare atom în parte*:

La apropierea celor N atomi pînă la distanțe de ordinul angstromului, pentru a forma cristalul, ei intră în interacțiune unul cu altul și ca urmare formează un singur sistem cuantic — cristalul. În aceste condiții, *la ocuparea nivelelor energetice ale atomilor din cristal, principiul lui Pauli trebuie respectat pentru cristal, ca sistem cuantic, și nu pentru atomii*

individuali. Dacă în procesul de formare a cristalului valoarea nivelelor energetice ale atomilor ar rămîne aceeași ca în atomii izolați, atunci în cristal ar reveni $2N$ electroni unui nivel energetic, adică s-ar încălca principiul lui Pauli. Pentru ca acest principiu să nu fie încălcat este necesar ca la formarea cristalului nivelele identice ale diferiților atomi izolați să se deplaseze în sus sau în jos, pe scara energiilor, în așa fel încît în cristal să nu existe doi atomi ale căror nivele de energie să aibă aceeași valoare. Deci, așa cum arătăm în figura 2.10 pentru $N=4$, la formarea cristalului din fiecare nivel energetic al atomilor izolați rezultă un set de N nivele. Aceste nivele sînt situate atît de aproape unul de altul încît se poate spune că formează o bandă de energie permisă cvasicontinuă.

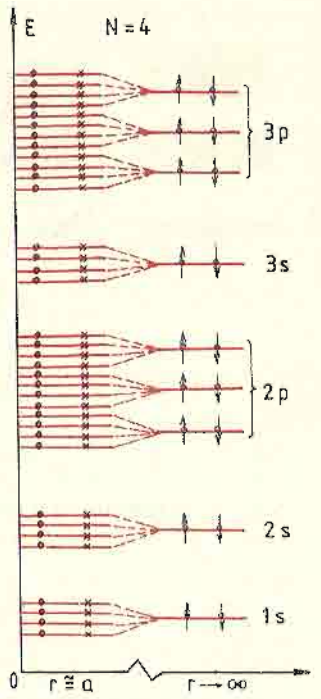


Fig. 2.10

• Cauza fizică care determină deplasarea nivelelor energetice ale atomilor în procesul de formare a cristalului și apariția benzilor de energie este interacțiunea dintre atomi (dintre electronii diferiților atomi), care crește odată cu apropierea atomilor. Cum am arătat în figura 2.10, *fiecărei subpături electronice din atomi* (fiecărei perechi de numere cuantice (n, l) distincte) *îi corespunde în cristal o bandă de energie permisă*. Tot așa cum nivelele de energie permisă ale atomilor izolați sînt separate prin domenii de energie interzisă electronilor, în solide benzile de energie permisă sînt separate prin domenii de energie interzisă electronilor, numite benzi de energie interzise.

Interacțiunea dintre electronii atomici exteriori este mai puternică decît interacțiunea între electronii păturilor atomice interioare. De aceea, la micșorarea distanței între atomi prima dată începe formarea benzilor de energie corespunzătoare electronilor exteriori (de valență) care devin cele mai largi; cu cît nivelul energetic este mai interior atomului despicarea lui începe la distanțe r (între atomi) mai mici iar lărgimea benzilor de energie corespunzătoare lor este mai mică (fig. 2.11).

Pe fiecare nivel energetic din benzile permise pot exista cel mult doi electroni cu momentul cinetic de spin (vol. III) orientat în sens opus. (În figura 2.10 orientarea spinului electronului am reprezentat-o prin punct dacă spinul este orientat dinspre pagină spre cititor și prin cruciu-

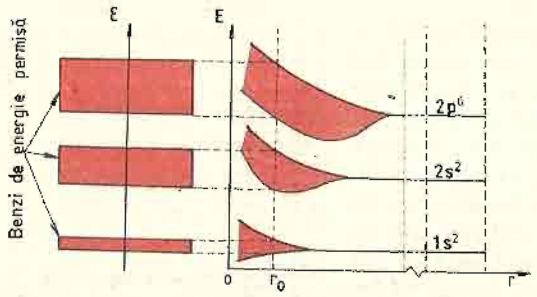


Fig. 2.11

liță dacă orientarea spinului este dinspre cititor spre pagină). Este important de subliniat că benzile de energie formate din nivele energetice atomice complet ocupate cu electroni sînt pline cu electroni, în timp ce benzile formate din nivele atomice ocupate parțial cu electroni rămîn parțial ocupate cu electroni. Evident, nivelelor energetice atomice neocupate cu electroni le corespund în solide benzi de energie fără electroni (goale).

2.3.2. CONDUCTORI, SEMICONDUCTORI ȘI IZOLATORI

Banda de energie permisă ocupată de electronii de valență ai atomilor se numește *bandă de valență* sau *bandă fundamentală*; banda de valență poate fi ocupată complet sau parțial cu electroni.

Banda de energie permisă complet goală, situată imediat deasupra benzii de valență, se numește *bandă de conducție*.

Banda de valență ocupată parțial cu electroni este în același timp și bandă de conducție.

Pentru înțelegerea mecanismului conducției electrcie în semiconductori și a comportării electrice diferite a conductorilor, semiconductorilor și izolatorilor *prezintă importanță benzile de energie de valență de conducție și lărgimea benzii interzise dintre acestea.*

Materialele a căror bandă de valență este ocupată parțial cu electroni și ca urmare coincide cu banda de conducție sînt conductoare (Fig. 2.12 a).

Materialele a căror bandă de valență este complet ocupată cu electroni iar banda de conducție (complet goală) este separată de banda de valență printr-o bandă interzisă îngustă sînt semiconductoare (Fig. 2.12 b).

Materialele a căror bandă de valență este complet ocupată cu electroni iar banda de conducție (complet goală) este separată de banda de valență printr-o bandă interzisă largă sînt izolatoare (Fig. 2.12 c).

Iată cum se explică comportarea electrică descrisă mai sus. Lărgimea benzilor de energie permisă este de ordinul a (1—10)eV. Pe de altă parte, numărul nivelelor energetice din care este formată o bandă de energie permisă într-un cristal cu volumul de 1 cm³ este $N \cong 10^{22}$, aproximativ egal cu numărul atomilor din acest volum. Rezultă că distanța energetică între două nivele adiacente este cuprinsă între $(1/10^{22})$eV și $(10/10^{22})$eV adică este de ordinul a $(10^{-22}—10^{-21})$eV. Din acest motiv electronii din benzile permise de energie ar trebui să poată fi trecuți cu foarte mare ușurință de pe un nivel energetic inferior pe unul superior. Totuși principiul de excluziune a lui Pauli interzice trecerea electronilor din benzile complet ocupate de pe nivele energetice inferioare pe nivele superioare. Examinăm pe rînd răspunsul electronilor din benzile energetice cu structura din figura 2.12, la un cîmp electric aplicat cristalului.

• În figura 2.12 a *banda de valență este incomplet ocupată* cu electroni. De aceea, sub influența forței $\vec{F} = -e\vec{E}$ a unui cîmp electric *oricît de slab* electronii de pe nivelele adiacente cu cele goale pot cîștiga energie și trece pe nivele superioare.

Cu alte cuvinte, în cazul din figura 2.12 a cîmpul electric poate imprima electronilor o viteză orientată în cîmp, peste viteza lor termică, ceea ce reprezintă un curent electric. Deci materialele cu structura de benzi din figura 2.12 a sînt conductoare bune.

• În figura 2.12 b *banda de valență este ocupată complet cu electroni. Oricît de intens ar fi* cîmpul electric aplicat cristalului, acesta

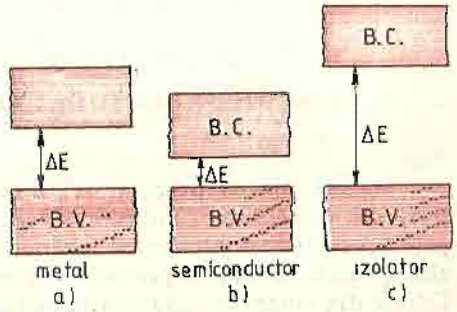


Fig. 2.12

nu poate trece electronii de pe nivele inferioare pe nivele superioare, deoarece acesta sînt deja ocupate. Cu alte cuvinte, cîmpul electric nu poate imprima electronilor o mişcare orientată în cîmp, peste mişcarea termică. Un astfel de material *ar trebui să fie izolator electric*. Totuşi, din cauză că lărgimea benzii interzise ce separă banda de conducţie (complet goală) de banda de valenţă este mică există, chiar la temperatura camerei, posibilitatea ca un număr de electroni să cîştige suficientă energie termică pentru a putea „sări" din banda de valenţă în cea de conducţie, peste banda interzisă. Într-adevăr la $T=300$ K energia termică are valoarea

$$\frac{3}{2}kT=\frac{3}{2}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300\cong 4\cdot 10^{-2}\text{eV}$$

ceea ce nu este cu mult mai mică decît *lărgimea benzii interzise în cazul semiconductorilor*, care *variază între 0,1 eV şi 3 eV*. Electronii ajunşi în banda de conducţie, unde sînt nivele energetice neocupate, pot răspunde la cîmpul electric aplicat, adică pot participa la conducţia curentului electric. Din cauză că numărul electronilor ce pot ajunge în banda de conducţie este totuşi mic la temperatura camerei, *conductivitatea electrică a* materialelor cu structura de benzi din figura 2.12 b este mică. Aceste materiale se numesc semiconductori.

• *Materialele cu structura de benzi din figura 2.12 c au banda interzisă prea largă* (mai largă de 3 eV) pentru ca la temperatura camerei să existe un număr apreciabil de electroni în banda de conducţie. Din acest motiv materialele cu structura de benzi din figura 2.12 c sînt izolatoare la temperatura camerei. Cu creşterea temperaturii un număr tot mai mare de electroni reuşesc să treacă din banda de valenţă în cea de conducţie şi astfel conductivitatea electrică a izolatorilor, ca de altfel şi a semiconductorilor, creşte cu creşterea temperaturii. Astfel se poate explica faptul că la temperaturi suficient de ridicate sticla devine bună conductoare de electricitate.

2.3.3. SEMICONDUCTORI INTRINSECI (FĂRĂ IMPURITĂŢI)

Materialele cu proprietăţi semiconductoare pot fi *elemente chimice pure* sau *combinaţii chimice* ale acestora. Numărul materialelor cu proprietăţi semiconductoare este extrem de mare. *Elementele semiconductoare* sînt grupate în tabelul periodic al elementelor cum arătăm în figura 2.13. Cifrele din cercuri reprezintă valoarea energiei benzii interzise a elementului respectiv, exprimată în electronvolţi (eV). Reprezentanţii tipici ai

elementelor semiconductoare sînt *germaniul* şi *siliciul*, care se găsesc în grupa a patra a tabelului periodic. *Combinaţiile chimice semiconductoare* cel mai des folosite sînt: GaP, GaAs, InSb, ZnS, PbS etc. Indiferent dacă sînt elemente chimice sau combinaţii chimice de mai multe elemente *semiconductorii fără impurităţi se numesc* semiconductori intrinseci.

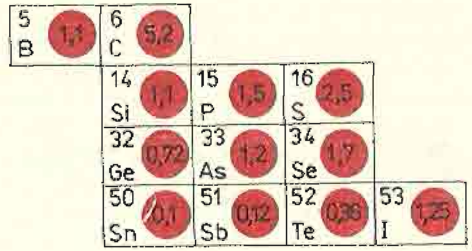


Fig. 2.13

Semiconductorii puri, elemente sau combinaţii chimice, se numesc semiconductori intrinseci.

Pentru a analiza proprietăţile electrice ale semiconductorilor intrinseci ne referim în mod concret la siliciu. Siliciul se găseşte în căsuţa a 14-a a tabelului periodic. Din cei 14 electroni ai învelişului său electronic 4 se găsesc în stratul exterior, deci sînt electroni de valenţă. *Structura cristalină a siliciului*, la fel ca a celorlalţi semiconductori din grupa a IV-a a tabelului periodic, *este cubică, de tipul structurii diamantului* (*fig. 2.14*). În această structură fiecare atom Si se găseşte în centrul unui tetraedru regulat ale cărui vîrfuri sînt ocupate tot de atomi de Si. Legătura chimică covalentă dintre doi atomi vecini este realizată de doi electroni proveniţi cîte unul de la fiecare din atomi. Ca urmare în nodurile reţelei cristaline rămîn ioni pozitivi tetravalenţi de Si. Pentru simplitate, în continuare vom prezenta grafic o imagine plană a reţelei tridimensionale din figura 2.14, imagine care poate fi desenată ca în

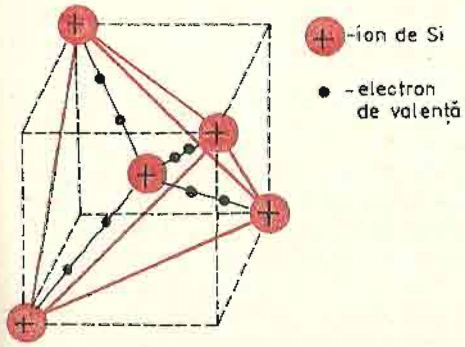


Fig. 2.14

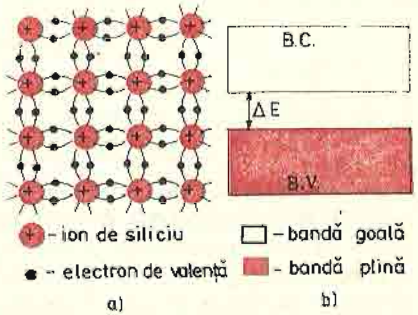


Fig. 2.15

figura 2.15 a. În această figură am presupus că rețeaua siliciului se află la *temperatura* $T=0K$. Cum se vede pe figură, la $T=0$K toți electronii de valență ai semiconductorului intrinsec sînt prinși în legătura chimică covalentă ce se formează între atomii vecini. În limbajul benzilor de energie se poate spune că la $T=0$K toți electronii de valență se găsesc în banda de valență, care este complet plină, cum arătăm în figura 2.15 b. Deoarece la $T=0$K în materialul semiconductor nu există electroni liberi (toți sînt localizați în legăturile chimice) acesta nu poate conduce curentul electric; semiconductorul este izolator perfect la $T=0$K.

La $T=0$K materialele semiconductoare sînt izolatoare perfecte.

2.3.3.1. Conducția electrică în semiconductorii intrinseci

Cum se vede pe figura 2.13, în cazul siliciului lărgimea benzii interzise este $\Delta E=1{,}1$ eV. Dacă ridicăm temperatura semiconductorului pînă la temperatura camerei crește și energia termică a electronilor. *Electronii a căror energie termică devine egală sau mai mare decît* ΔE, *pot părăsi legătura chimică în care se află, devenind electroni liberi (fig. 2.16 a)*. Deoarece în ansamblu materialul semiconductor este electric neutru, locul părăsit de electron în legătura chimică se manifestă ca o sarcină electrică pozitivă egală în valoare cu sarcina electronului. Această sarcină pozitivă se numește gol. În limbajul benzilor de energie *ieșirea unui electron din legătura chimică*, atunci cînd energia lui termică devine egală sau mai mare decît lărgimea benzii interzise, *este echivalentă cu trecerea lui din banda de valență în cea de conducție*, peste banda interzisă (fig. 2.16 b).

În semiconductorii intrinseci, aflați la temperatură mai mare ca 0K, pot apare electroni în banda de conducție și goluri în banda de valență, în urma trecerii unor electroni din banda de valență în cea de conducție.

Golul format într-o legătură chimică părăsită de un electron poate fi ocupat de alt electron ce provine dintr-o legătură chimică vecină. În urma acestui proces golul se deplasează în noua legătură chimică. De exemplu, în figura 2.17 a golul format în legătura 1, prin plecarea unui electron, este ocupat de un electron din legătura 2. Prin deplasarea unui electron din poziția 2 în poziția 1, golul s-a deplasat din poziția 1 în poziția 2. Dacă, în continuare, golul din poziția 2 este ocupat de un

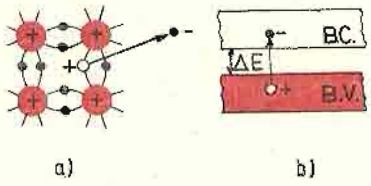


Fig. 2.16

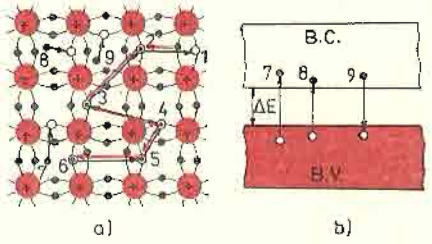


Fig. 2.17

electron din poziția 3, apare golul în această ultimă poziție etc. În concluzie, golurile se pot deplasa în rețeaua semiconductorilor întocmai ca electronii liberi. Sensul deplasării golurilor (săgețile roșii în figura 2.17a) este opus sensului deplasării electronilor (săgețile negre).

• *Alături de procesul de generare a golurilor*, prin trecerea unor electroni din banda de valență în banda de conducție, *are loc și procesul de dispariție a golurilor*, în urma revenirii electronilor din banda de conducție în banda de valență. Acest proces se numește proces de recombinare a electronilor cu golurile (săgeata în jos pe figura 2.17 b). La orice temperatură diferită de 0K se stabilește un *echilibru dinamic* în care în unitatea de volum a semiconductorului *numărul perechilor electron-gol ce se generează în unitatea de timp este egal cu numărul perechilor electron-gol ce se recombină în unitatea de timp*. Ca urmare, la orice temperatură diferită de 0K concentrația n_- a electronilor din banda de conducție, egală cu concentrația n_+ a golurilor din banda de valență, rămîne constantă în timp.

În semiconductorii intrinseci $n_- = n_+ =$ constant la o temperatură constantă, diferită de 0K.

Dacă în semiconductorul intrinsec se creează un cîmp electric, prin aplicarea unei diferențe de potențial între capetele lui, atunci peste mișcarea termică dezordonată a electronilor și golurilor se suprapune o mișcare ordonată a acestora. Golurile, a căror sarcină este pozitivă, se mișcă ordonat în sensul cîmpului electric iar electronii se mișcă ordonat în sens opus cîmpului electric. După cum știm, deplasarea ordonată a sarcinilor electrice reprezintă un curent electric.

În semiconductorii intrinseci purtătorii de curent sînt electronii din banda de conducție și golurile din banda de valență.

Observație: *Nu trebuie să uităm că deplasarea golurilor este în realitate o deplasare a electronilor, cum am arătat în figura 2.17 a. În acest sens am putea spune că în semiconductorii intrinseci purtătorii de curent sînt electronii liberi, în banda de conducție și electronii legați în banda de valență.*

• Conform cu (2.3) densitatea curentului de goluri este $j_+=n_+ q_+ v_+$ iar densitatea curentului de electroni este $j_-=n_- q_- v_-$. Sensul curentului este același, identic cu sensul cîmpului electric aplicat, indiferent de semnul sarcinii purtătorilor de curent. Ca urmare, densitatea totală de curent în semiconductorii intrinseci este egală cu suma densităților curenților de goluri și de electroni.. Acest lucru rezultă și din adunarea vectorială a vectorilor densitate de curent. Dacă luăm ca pozitivă viteza în sensul cîmpului și negativă viteza în sens opus cîmpului atunci conform cu (2.3') avem $\vec{j}_+=n_+ e\vec{v}_+$ și $\vec{j}_-=n_-(-e)(-\vec{v}_-)=n_- e\vec{v}_-$. Avînd în vedere că în cazul semiconductorilor intrinseci $n_+=n_-=n$, obținem:

$$\vec{j}=\vec{j}_+ +\vec{j}_-=ne(\vec{v}_+ +\vec{v}_-) \tag{2.23}$$

Dacă ținem seama de (2.19) putem exprima densitatea de curent în funcție de *mobilitățile* b_+ *și* b_- ale golurilor și electronilor:

$$\vec{j}=ne(b_+ +b_-)\vec{E}=\sigma\vec{E}, \tag{2.24}$$

Expresia (2.24) reprezintă *legea lui Ohm sub formă diferențială*, scrisă pentru semiconductorii intrinseci. Evident, *conductivitatea electrică a semiconductorilor intrinseci* are expresia:

$$\sigma=ne(b_+ +b_-) \tag{2.25}$$

Observație: *Am folosit notații diferite pentru vitezele* v_+ *și* v_- *și mobilitățile* b_+ *și* b_- *ale golurilor și electronilor deoarece în general în același material semiconductor valorile lor sînt diferite.*

• *Dependența de temperatură a conductivității electrice a semiconductorilor* este dată de dependența de temperatură a concentrației n a purtătorilor de curent și de dependența de temperatură a mobilităților lor. Totuși dependența de temperatură a mobilităților purtătorilor de curent este slabă comparativ cu dependența de temperatură a concentrației lor și se poate neglija. Cu cît este mai ridicată temperatura semiconductorului cu atît sînt mai numeroși electronii ce pot trece din banda de valență în banda de conducție, peste banda interzisă, deci cu atît este mai mare

concentrația electronilor în banda de conducție și a golurilor în banda de valență. Cu alte cuvinte, spre deosebire de cazul metalelor, conductivitatea electrica a semiconductorilor crește cu creșterea temperaturii. Evident, conductivitatea semiconductorilor la o temperatură dată trebuie să depindă și de valoarea lărgimii benzii interzise. Cu cît banda interzisă este mai îngustă cu atît este mai mare numărul electronilor ce pot trece, la o temperatură dată, din banda de valență în cea de conducție. Dependența concretă de temperatură și de lărgimea benzii interzise a conductivității electrice a semiconductorilor intrinseci este exponențială și are forma:

$$\sigma=\sigma_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}} \tag{2.26}$$

unde k este constanta Boltzmann iar σ_0 este o constantă, reprezentînd valoarea ipotetică a conductivității semiconductorului la $T\to\infty$.

Conductivitatea electrică a semiconductorilor crește exponențial cu creșterea temperaturii.

2.3.4. SEMICONDUCTORI EXTRINSECI (CU IMPURITĂȚI)

Semiconductorii care se obțin prin introducerea în siliciu pur, sau în germaniu pur, a unor atomi străini se numesc *semiconductori extrinseci, cu impurități* sau *dopați*.

• *Gradul de dopare* este, de cele mai multe ori, de aproximativ un atom de impuritate la un milion atomi ai semiconductorului de bază; exprimat în valoare relativă gradul de dopare este de 10^{-6}. Se înțelege că o concentrație atît de mică de atomi străini poate determina proprietățile electrice ale materialului de bază numai dacă puritatea acestuia este extrem de ridicată; *concentrația impurităților accidentale din material trebuie să fie neglijabilă față de concentrația impurităților de dopare.* Atomii dopantului trebuie să se integreze bine în rețeaua materialului de bază, ocupînd noduri ale rețelei cristaline și formînd legături chimice cu atomii rețelei de bază. La o concentrație de 1 la 10^6, fiecare atom de impuritate este înconjurat numai de atomi ai materialului de bază. Pentru a obține din Si și Ge (elemente tetravalente) materiale semiconductoare

cu proprietăţile dorite, *doparea trebuie să se facă fie cu elemente pentavalente*, din grupa a V-a a tabelului periodic, *fie cu elemente trivalente*, din grupa a III-a a tabelului periodic. Dacă doparea se face cu N, P, As sau Sb se obţin *semiconductori de tip N*, iar dacă doparea se face cu B, Al, Ga sau In se obţin semiconductori de tip P. Analizăm pe rînd cele două tipuri de materiale semiconductoare.

23.4.1. Semiconductori extrinseci de tip N

Presupunem că în reţeaua siliciului unii atomi sînt înlocuiţi cu atomi de arsen, cum arătăm în figura 2.18 a. Patru din cei cinci electroni de valenţă ai atomilor de As sînt prinşi în legătura chimică cu atomii de Si. *Al cincilea electron* nu are loc în legătură. El rămîne în vecinătatea atomului de As (cazul electronului 1 în fig. 2.18 a) însă *este de aproximativ 100 de ori mai slab legat de atomul de As decît electronii prinşi în legătură.* Înseamnă că este de cel puţin 100 de ori mai uşor să se desprindă de atomul de As electronul neangajat în legătura chimică decît unul din electronii ce participă la formarea legăturii. *Chiar la temperaturi foarte scăzute* (diferite de 0K) *energia termică este suficientă pentru a desprinde electronul neangajat în legătura chimică de atomul de As părinte şi a crea în acest fel un electron liber* în reţeaua cristalină a materialului de bază (cazul electronului 2 în figura 2.18 a).

În limbajul benzilor de energie acesta înseamnă că nivelul energetic pe care se află electronul slab legat de atomul de As (electronul 1) este mai aproape de baza benzii de conducţie de cel puţin 100 de ori, decît nivelele din banda de valenţă, ocupate de electronii prinşi în legături chimice. În figura 2.18 b am reprezentat în banda interzisă a siliciului, foarte aproape de baza benzii de conducţie, nivelul energetic pe care se află electronii slab legaţi 1 şi 2. *Pentru ca electronul 2 să părăsească acest nivel şi să ajungă în banda de conducţie este nevoie de energia* $\Delta E_d \ll \Delta E$.

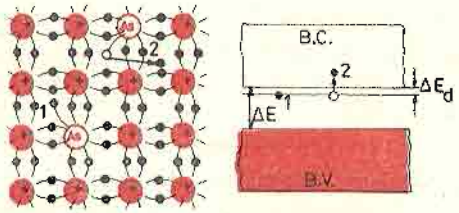


Fig. 2.18

Prin doparea unui semiconductor din grupa a IV-a cu atomi ai elementelor din grupa a V-a apar în banda interzisă a semiconductorului de bază nivele energetice foarte apropiate de banda de conducţie, numite *nivele donoare*; atomii din grupa a V-a, care determină apariţia nivelelor donoare se numesc *impurităţi donoare*.

Fiecare impuritate donoare „dă" un electron pe nivelele de impuritate, care ajunge apoi foarte uşor electron liber în banda de conducţie. La temperaturi joase, unde foarte puţini electroni pot trece din banda de valenţă în cea de conducţie, generînd astfel goluri, marea majoritate a purtătorilor de curent în semiconductor sînt electronii. Aplicînd semiconductorului un cîmp electric, electronii liberi din reţea (din banda de conducţie) participă la o mişcare ordonată în sens opus cîmpului electric, contribuind la conducţia curentului electric.

În semiconductorii dopaţi cu impurităţi donoare purtătorii de curent sînt electronii, care au sarcină electrică negativă (N).

Semiconductorii în care conducţia electrică este asigurată de purtătorii de curent negativi (de electroni) se numesc semiconductori de tip N.

Prin analogie cu formulele (2.24)—(2.26) în semiconductorii de tip N densitatea de curent are expresia:

$$\vec{j}_- = n_- e \vec{v}_- = n_- e b_- \vec{E} = \sigma_- \vec{E} \qquad (2.27)$$

unde

$$\sigma_- = n_- e b_- = \sigma_{0-} e^{-\frac{\Delta E_d}{2kT}} \qquad (2.28)$$

Relaţia (2.28) exprimă dependenţa de temperatură şi de energia de ionizare a impurităţilor donoare ΔE_d, a conductivităţii electrice a semiconductorilor de tip N.

2.34.2. Semiconductori extrinseci de tip P

Presupunem că reţeaua siliciului este dopată cu atomi de indiu, un element trivalent (fig. 2.19 a). Cei trei electroni de valenţă ai atomului de In participă la formarea legăturii chimice cu atomii de Si, însă într-una din cele patru legături rămîne un loc fără electron (locul 1 în figura 2.19 a). *Lipsa unui electron în legătura chimică se manifestă ca o sarcină electrică pozitivă, egală în valoare cu sarcina electronului, deci reprezintă un gol.* În ansamblu, reţeaua cristalină rămîne neutră deoarece ionul de In format este trivalent. Concentraţia golurilor formate este

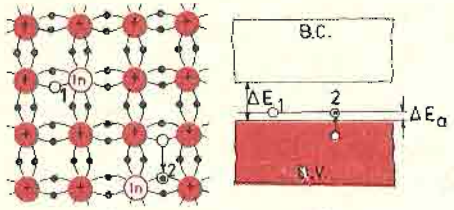


Fig. 2.19

egală cu concentrația atomilor de In în rețeaua de bază. Golurile pot fi ocupate ușor de electronii vecini, prinși în legăturile chimice. De exemplu, în figura 2.19 a golul 2 a fost ocupat de un electron, lăsînd în urmă un gol în altă legătură. Energia necesară electronului pentru a părăsi o legătură chimică și a ocupa un gol din legătura incompletă a impurității este de aproximativ 100 de ori mai mică decît energia necesară electronului respectiv pentru a deveni electron complet liber în rețea. În limbajul benzilor de energie aceasta înseamnă că nivelul energetic pe care se află golul din legătura impurității este mai aproape de banda de valență decît de banda de conducție de cel puțin 100 de ori. În figura 2.19b am reprezentat în banda interzisă a siliciului, foarte aproape de banda de valență, nivelul energetic pe care se află golurile impurităților. Pentru ca un electron să treacă din banda de valență pe nivelul golurilor impurității și să ocupe, de exemplu, golul 2 este necesară energia $\Delta E_a << \Delta E$. Prin acceptarea de către golurile de pe nivelele impurităților de In a unor electroni din banda de valență în aceasta rămîn locuri neocupate, adică se formează un număr egal de goluri în banda de valență a siliciului.

Prin doparea unui semiconductor din grupa a IV-a cu atomi ai elementelor din grupa a III-a apar în banda interzisă a semiconductorului de bază nivele energetice foarte apropiate de banda de valență, numite *nivele acceptoare*; atomii din grupa a III-a, care determină apariția nivelelor acceptoare se numesc *impurități acceptoare*.

Datorită existenței golurilor din banda de valență (în legăturile chimice ale rețelei de bază) electronii din această bandă se pot deplasa în cristal, ocupîndu-le și lăsînd în urma lor alte goluri. La aplicarea unui cîmp electric asupra cristalului semiconductor de siliciu dopat cu atomi de indiu, electronii legați vor trece în goluri situate pe direcția deplasării lor în cîmp. Pentru a înțelege acest proces să ne imaginăm că ne găsim într-o sală de spectacol în care toate locurile rîndului întîi sînt ocupate, cu excepția celui mai central. Acest loc reprezintă golul. Spectatorul cel mai apropiat, dorind să ocupe un loc mai central, ocupă locul gol. Golul s-a deplasat, să zicem la dreapta cu un loc. Următorul spectator vecin locului gol ocupă acest loc și scaunul gol se deplasează cu încă un loc spre dreapta. Procedînd la fel toți spectatorii din rîndul întîi, se ajunge în cele din urmă în situația că locul gol s-a deplasat la marginea sălii. Pentru spectatori motivația deplasării spre stînga este un loc mai central. Pentru electronii din legăturile chimice cauza deplasării în sens opus cîmpului electric aplicat este forța cîmpului electric. Deci, deplasarea golurilor este în sensul cîmpului electric.

În semiconductorii dopați cu impurități acceptoare purtătorii de curent sînt golurile, care au sarcină pozitivă (P).

Semiconductorii în care conducția electrică este asigurată de purtătorii de curent pozitivi (de goluri) se numesc semiconductori de tip P.

Prin analogie cu cele scrise în cazul semiconductorilor de tip N, pentru semiconductorii de tip P, avem

$$\vec{j}_+ = n_+ e\vec{v}_+ = n_+ e b_+ \vec{E} = \sigma_+ \vec{E} \qquad (2.29)$$

unde

$$\sigma_+ = n_+ e b_+ = \sigma_{0+} e^{-\frac{\Delta E_a}{2kT}} \qquad (2.30)$$

2.4. CONDUCȚIA ELECTRICĂ ÎN LICHIDE

2.4.1. DISOCIAȚIA ELECTROLITICĂ

Lichidele pure *nu conduc curentul electric* — sînt dielectrice.

• *Electrolitul*:

Substanțele ale căror soluții în apă, sau în alte lichide, (sau în stare topită) conduc curentul electric se numesc *electroliți*.

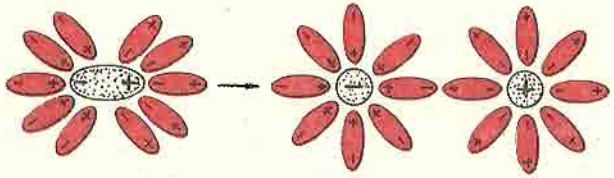
În esență electroliții sînt:

săruri — $NaCl$, $CuCl_2$, Na_2SO_4, $CuSO_4$, $AgNO_3$ etc;

acizi — HCl, H_2SO_4, HNO_3 etc;

baze — $NaOH$, KOH etc;

Observație: *Deși metalele topite sînt bune conductoare ele nu sînt electroliți.*



a) b)

Fig. 2.20

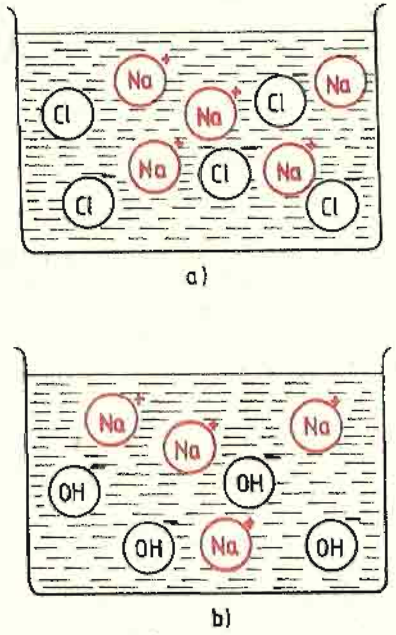
Moleculele electrolitului (*solvatului*) și ale *solventului* sînt dipolare (vezi § 1.6.2). Ca urmare, *în soluție fiecare moleculă a electrolitului este înconjurată de un grup de molecule ale solventului* (fig. 2.20 a). Cum arătăm în figură, moleculele solventului tind să rupă moleculele electrolitului. Ruperea moleculelor electrolitului în două părți cu sarcină de semn opus este cu atît mai ușoară cu cît este mai mare constanta dielectrică a solventului. *În apă*, de exemplu, pentru care $\varepsilon_r=81$, *forța de atracție între sarcinile de semn opus ale moleculei dipolare se micșorează de 81 ori față de molecula liberă* (vezi tabelul 1.1). Drept rezultat, majoritatea moleculelor electrolitului se desfac, în contact cu solventul, în ioni pozitivi, numiți cationi și ioni negativi numiți anioni.

Exemple: $NaCl \rightarrow Na^+ + Cl^-$; (Fig. 2.21 a)
$NaOH \rightarrow Na^+ + OH^-$; (Fig. 2.21 b)
$HCl \rightarrow H^+ + Cl^-$;
$NaNO_3 \rightarrow Na^+ + NO_3^-$;
$CuSO_4 \rightarrow Cu^{2+} + SO_4^{2-}$.

Este posibil ca și moleculele solventului să se desfacă în ioni.

Procesul de desfacere a moleculelor electrolitului în ioni de semn opus, îndată ce vin în contact cu solventul, se numește *disociație electrolitică*.

Sarcina ionului de valență z este $+ze$ ($e=1{,}6\cdot 10^{-19}$C), dacă ionul este pozitiv și $-ze$ dacă este negativ.



a)

b)

Fig. 2.21

• *Coeficientul de disociere.* Notăm prin n_+ *concentrația în soluție a ionilor pozitivi* și prin n_- *concentrația celor negativi*. Dacă în soluție nu se introduc ioni străini $n_+=n_-=n$. Concentrația ionilor în soluție depinde de gradul de disociere α al electrolitului.

Coeficientul (sau gradul) de disociere se definește ca raportul dintre concentrația moleculelor de electrolit disociate n și concentrația totală n_0 a moleculelor electrolitului în soluție.

Deci

$$\alpha=\frac{n}{n_0} \tag{2.31}$$

Prin urmare, *concentrația moleculelor de electrolit nedisociate* este

$$n'=n_0-n=(1-\alpha)\,n_0. \tag{2.32}$$

Gradul de disociere al unui electrolit depinde de natura electrolitului, de concentrația n_0 a electrolitului și de temperatură. În soluții foarte diluate $n \to n_0$ și $\alpha \to 1$. *Cu creșterea temperaturii* α *crește.*

Alături de procesul de disociație electrolitică, în prezența ionilor de semn opus are loc și procesul invers, de *recombinare* a ionilor, pentru a forma molecule dipolare de electrolit. Procesul de *recombinare* sau *molizare*, cum se mai numește, este împiedicat în mare măsură de stratul de molecule de solvent ce înconjoară fiecare ion al electrolitului (fig. 2.20 b). Cu toate acestea, pe măsură ce concentrația ionilor de electrolit în soluție crește, procesul de recombinare devine tot mai probabil. În cele din urmă, la temperatură constantă, se ajunge la o *stare de echilibru dinamic* în care, numărul de molecule care se disociază în unitatea de timp este egal cu cel al moleculelor ce se recombină în același interval de timp.

• *Viteza de discoiere* dN/dt, adică viteza de creștere a concentrației ionilor de ambele semne în urma procesului de disociere, este proporțională cu concentrația n' a moleculelor nedisociate. Ținînd seama de (2.32) vom scrie:

$$\frac{dN}{dt} = A(1-\alpha)\, n_0 \qquad (2.33)$$

unde A este un coeficient de proporționalitate.

• *Viteza de recombinare* dN/dt, adică viteza de scădere a concentrației ionilor de ambele semne în urma procesului de recombinare este proporțională atît cu concentrația n_+ a ionilor pozitivi cît și cu concentrația n_- a ionilor negativi. Întrucît am presupus $n_+ = n_- = n$, ținînd seama de (3.31) avem:

$$\left(\frac{dN'}{dt}\right) = Bn^2 = B\alpha^2 n_0^2 \qquad (2.34)$$

La *echilibru dinamic* trebuie, evident, ca *cele două viteze* să fie *egale*, de unde rezultă legea lui Oswald:

$$\boxed{\frac{1-\alpha}{\alpha^2} = \frac{B}{A}\, n_0} \qquad (2.35)$$

care *descrie* dependența coeficientului de disociere de concentrația electrolitului.

În cazul soluțiilor foarte diluate ($n_0 \cong 0$) rezultă și din (2.35) că $\alpha \cong 1$, adică toate moleculele electrolitului sînt disociate. În cazul disocierii slabe, $\alpha \ll 1$, și din (2.35) avem:

$$\alpha = \sqrt{\frac{A}{B}}\,\frac{1}{\sqrt{n_0}} \qquad (2.36)$$

Prin urmare, α scade cu creșterea concentrației electrolitului.

2.4.2. CONDUCTIBILITATEA ELECTRICĂ A LICHIDELOR

În lipsa cîmpului electric ionii electrolitului, împreună cu stratul de molecule de solvent ce-i înconjoară, se mișcă haotic în soluție. Dacă în vasul cu electrolit, numit voltametru, se introduc doi electrozi, între

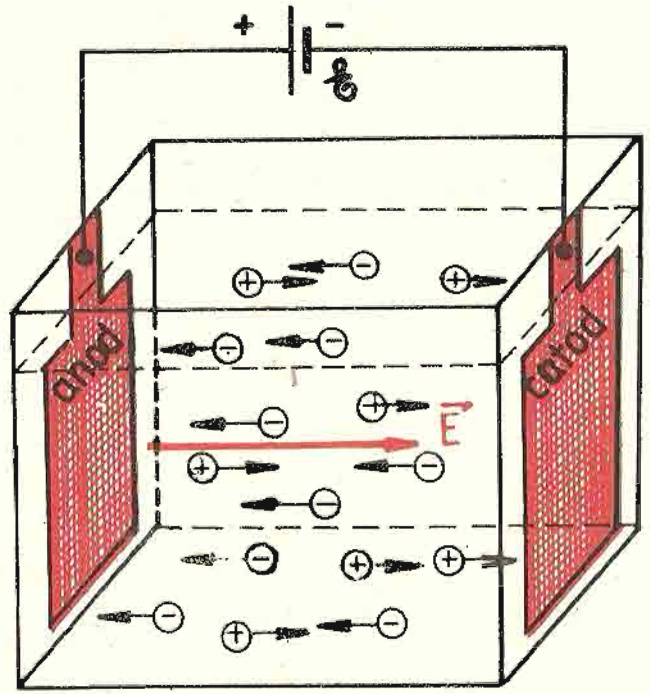


Fig. 2.22

care se creează o diferență de potențial (Fig. 2.22), atunci în soluție se instalează un cîmp electric în care ionii electrolitului capătă o componentă ordonată a mișcării: *cationii se deplasează spre electrodul negativ, numit catod, iar anionii se îndreaptă spre electrodul pozitiv, numit anod.*

În soluțiile electrolitice purtătorii de curent sînt ionii pozitivi și negativi; conducția electrică în lichide se numește *conducție ionică.*

Mişcarea ordonată a ionilor, de ambele semne, reprezintă conţinutul curentului electric în lichide. Alături de soluţiile electroliţilor amintiţi mai prezintă conducţie ionică topiturile sărurilor şi oxizilor metalelor.

• *Densitatea curentului* în soluţiile electrolitice se exprimă prin aceeaşi formulă (2.23), ca în cazul semiconductorilor intrinseci:

$$\vec{j}=\vec{j}_+ +\vec{j}_-=q_+ n_+ \vec{v}_+ +q_- n_- \vec{v}_- \qquad (2.37)$$

unde q_+ şi q_- sînt respectiv sarcinile cationilor şi anionilor, n_+ şi n_- concentraţiile ionilor respectivi iar $\vec{v}_+$ şi $\vec{v}_-$ sînt vitezele lor în curent (de drift). Ţinînd seama de legea conservării sarcinii electrice şi de faptul că $n_+=n_-=n=\alpha n_0$, iar $q_+=+ze$ şi $q_-=-ze$, putem scrie (2.37) sub forma

$$\vec{j}=ezn_0^{\rightarrow}(\vec{v}_+ +\vec{v}_-)=ezn_0(b_+ +b_-)\alpha\vec{E}=\sigma\vec{E} \qquad (2.38)$$

unde b_+ şi b_- sînt mobilităţile ionilor iar

$$\sigma=ezn_0(b_+ +b_-)\alpha \qquad (2.39)$$

este expresia conductivităţii electrice a soluţiilor electrolitice.

• *Dependenţa conductivităţii de concentraţia electrolitului*. La concentraţii mici ale soluţiei, α este constant ($\alpha\cong 1$). Mobilităţile de asemenea. Rezultă că la concentraţii mici ale soluţiei conductivitatea electrică a lichidelor este proporţională cu concentraţia; la concentraţii mari, dependenţa de concentraţie este mai complicată. Pe de-o parte trebuie să se ţină seama de dependenţa de concentraţie a lui α, iar pe de alta, de dependenţa de concentraţie a mobilităţilor ionilor, care scad cu creşterea concentraţiei; începe să se manifeste interacţiunea electrică între ioni.

• *Dependenţa conductivităţii electrice de temperatură*. Cu creşterea temperaturii creşte coeficientul de disociere, deoarece mişcarea mai agitată a ionilor reduce numărul actelor de recombinare şi uşurează disocierea prin ciocniri. De asemenea, cu creşterea temperaturii cresc mobilităţile ionilor din cauza scăderii vîscozităţii lichidului. Drept rezultat, conductivitatea electrică a electroliţilor creşte foarte rapid cu creşterea temperaturii electrolitului.

24.3. ELECTROLIZA

2.4.3.1. Oxidarea şi reducerea la electrozi

Am arătat că prin simpla dizolvare a electrolitului în solvent, independent de existenţa curentului electric, electrolitul se disociază în ioni de semn opus. În momentul creării în voltametru a unui cîmp electric, aplicînd electrozilor o diferenţă de potenţial, apare o componentă ordonată, spre electrozi, a mişcării ionilor. În volumul soluţiei ionii îşi păstrează individualitatea însă ajunşi la electrozi, unde are loc trecerea de la conducţia ionică din soluţie la cea electronică în metal, ei participă la diferite procese chimice: a) ajunşi la anod, anionii cedează electronii în surplus anodului de unde trec în circuitul exterior; b) cationii ajunşi la catod reprimesc electronii din circuitul exterior. *Ambele tipuri de ioni se neutralizează la electrozi.*

Din chimie se ştie că un *proces (reacţie) chimic în care se pierd electroni se numeşte* oxidare, iar *un proces chimic în care se cîştigă electroni se numeşte* reducere. Putem trage următoarea concluzie calitativă:

> În timpul trecerii curentului electric prin soluţii electrolitice anionii sînt oxidaţi la anod iar cationii sînt reduşi la catod.

Evident, randamentul procesului de oxidare anodică este egal cu randamentul procesului de reducere catodică (altfel s-ar acumula sarcini la un electrod şi ar dispărea la celălalt, ceea ce nu este permis într-un circuit electric).

> Procesul de deplasare, neutralizare (prin oxidare sau reducere) şi depunere sau eliberare a produşilor rezultaţi din disocierea electrolitică, determinat de trecerea curentului electric continuu prin soluţiile electrolitice, se numeşte *electroliză*.

Examinăm cîteva cazuri reprezentative de electroliză.

2.4.3.2. Electroliza simplă

Examinăm electroliza acidului clorhidric în soluţie apoasă. Procesele chimice care au loc la electrozi se pot urmări pe figura 2.23, în

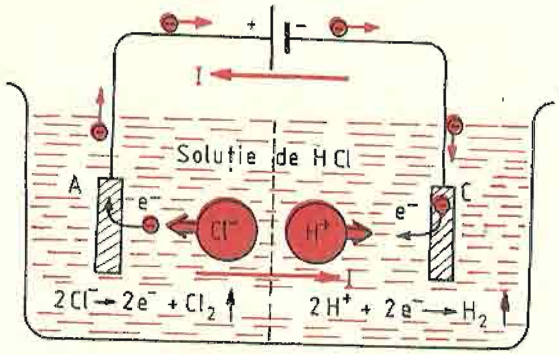


Fig. 2.23

care anodul este un element inert (grafit). În timpul electrolizei ionul Cl^- se deplasează spre anod unde se oxidează iar ionul H^+ se deplasează spre catod unde se reduce. Reacțiile de oxidare și reducere sînt:

la anod: $2\,Cl^- \rightarrow 2\,e^- + Cl_2\uparrow$* *la catod*: $2\,H^+ + 2\,e^- \rightarrow H_2\uparrow$

Atomii de clor rezultați în urma oxidării ionilor *se unesc* cîte doi, *formînd molecule de clor* în jurul anodului. La fel *se unesc și atomii de hidrogen, dînd molecule de hidrogen.* Cînd presiunea gazului în jurul electrozilor egalează valoarea presiunii atmosferice, gazul iese din lichid sub formă de bule în jurul electrozilor. Identificarea gazelor se poate face ușor: clorul decolorează hîrtia indigo iar hidrogenul arde cu flacără albăstruie.

Fenomene analoage se produc în cazul electrolizei soluțiilor clorurii de staniu ($SnCl_2$), clorurii de cupru ($CuCl_2$) etc. cu deosebirea că Sn, respectiv Cu, se depun pe catod. Reacțiile la electrozi sînt următoarele:

la anod: $2\,Cl^- \rightarrow 2\,e^- + Cl_2\uparrow$ *la catod*: $Sn^{2+} + 2\,e^- \rightarrow Sn\downarrow$

$2\,Cl^- \rightarrow 2\,e^- + Cl_2\uparrow$ $Cu^{2+} + 2\,e^- \rightarrow Cu\downarrow$

2.4.3.3. Cazul ionilor poliatomici

• *Anioni poliatomici*. Considerăm electroliza hidroxidului de sodiu (NaOH) topit. Anionii OH^- sînt diatomici. Procesele de oxidare la anod, respectiv reducere la catod, pot fi urmărite pe figura 2.24. Ele sînt:

* Săgeata în sus semnifică degajarea produsului de electroliză iar săgeata în jos semnifică depunerea lui pe electrod.

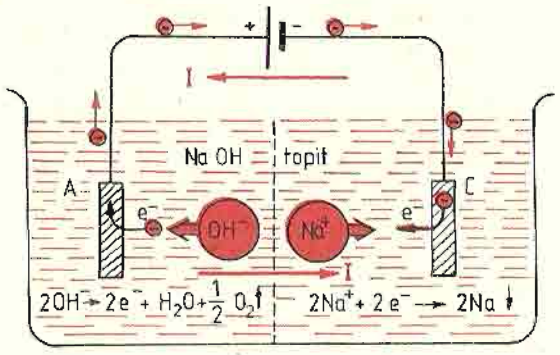


Fig. 2.24

la anod: $2\,OH^- \rightarrow 2\,e^- + H_2O + \frac{1}{2}O_2\uparrow$ *la catod*: $2\,Na^+ + 2\,e^- \rightarrow 2\,Na\downarrow$

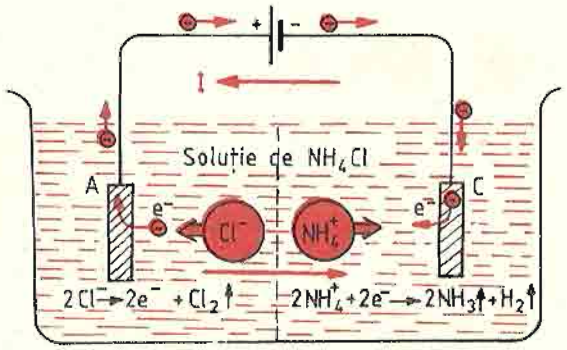


Fig. 2.25

• *Cationi poliatomici*. Considerăm electroliza clorurii de amoniu (NH_4Cl). Cationul NH_4^+ este tetraatomic. Procesele de oxidare și reducere la electrozi pot fi urmărite pe figura 2.25. Ele sînt:

la anod: $2\,Cl^- \rightarrow 2\,e^- + Cl_2\uparrow$ *la catod*: $2\,NH_4^+ + 2\,e^- \rightarrow 2\,NH_3\uparrow + H_2\uparrow$

2.4.3.4. Influența solventului (a apei)

Simultan cu disocierea electrolitului are loc și disocierea apei, într-o măsură redusă: $H_2O \rightarrow H^+ + OH^-$. Acești ioni pot fi, uneori, reduși sau

oxidați mai ușor decît ionii furnizați de electrolit. În astfel de situații rolul apei devine important.

• *Anionul* OH^- *se oxidează mai ușor decît anionii electrolitului* (SO_4^{2-}, NO_3^- etc.). Astfel de situații apar cînd anodul este un metal inert (platină sau grafit). Examinăm electroliza soluției în apă a acidului sulfuric (fig. 2.26). Ionii SO_4^{2-} ajunși la anod nu se oxidează deoarece sînt mai activi ionii OH^-. Reacțiile ce au loc la electrozi sînt următoarele:

la anod:

$$H^+ + OH^- \rightarrow 2e^- + 2H^+ + \frac{1}{2}O_2\uparrow$$

la catod:

$$2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2\uparrow$$

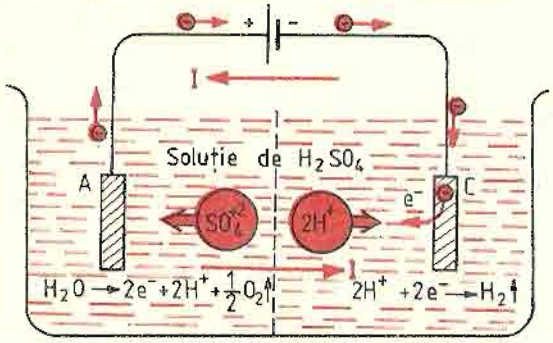


Fig. 2.26

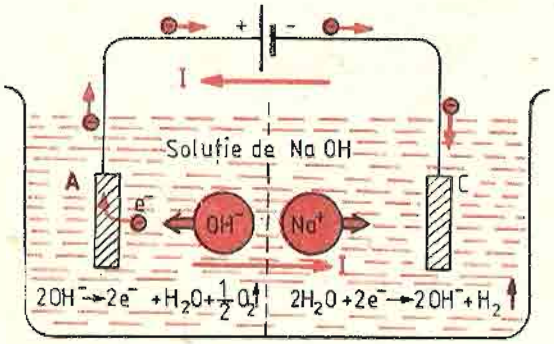


Fig. 2.27

Observație: *Ionii* H^+ *care se reduc la catod sînt regenerați la anod. Drept rezultat masa electrolitului* (H_2SO_4) *nu se modifică în timpul electrolizei; crește însă concentrația lui la anod, spre care se îndreaptă anionii* SO_4^{2-} *și unde se generează ionii* H^+.

Bilanțul final al electrolizei este descompunerea apei în hidrogen și oxigen, gaze care se degajă la electrozi.

• *Cationul* H^+ *se reduce mai ușor decît cationul electrolitului.* Astfel de situații apar în cazul cationilor metalici foarte oxidabili, foarte electropozitivi (Na^+, K^+, Ca^{2+} etc.). Examinăm ca exemplu electroliza soluției în apă a hidroxidului de sodiu (Fig. 2.27). Reacțiile la electrozi sînt:

la anod:

$$2OH^- \rightarrow 2e^- + H_2O + \frac{1}{2}O_2\uparrow$$

la catod:

$$2H^+ + 2OH^- + 2e^- \rightarrow 2OH + H_2\uparrow$$

Observație: *Ionii* OH^- *care se oxidează la anod se regenerează la catod. Masa totală a electrolitului* (NaOH) *nu se modifică în timpul electrolizei; crește însă concentrația sa la catod, spre care se îndreaptă cationii* Na^+ *și unde se generează ionii* OH^- *și scade la anod. Bilanțul final este, ca în cazul precedent, descompunerea apei în oxigen și hidrogen.*

2.4.3.5. Electroliza cu anod solubil

Considerăm electroliza unei soluții de sulfat de cupru ($CuSO_4$) într-un voltametru în care *anodul este cupru metalic* (fig. 2.28). În timpul electrolizei se observă următoarele:

— pe catod se depune cupru;

— anodul se subțiază, fără nici o degajare de gaze.

După un timp suficient de lung anodul dispare complet. Reacțiile ce au loc la electrozi sînt următoarele:

la anod:

$$Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$$

la catod:

$$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu\downarrow$$

Atomii electrodului de cupru sînt atacați de anionii SO_4^{2-}, trași în soluție și oxidați la Cu^{2+}. Anodul se „dizolvă" în soluția de acid sulfuric, de unde numele de anod solubil. *La catod ionii* Cu^{2+} *sînt reduși și se depun pe electrod.* Un proces analog are loc la electroliza soluției de azotat de argint cînd voltametrul are *anodul de argint*, la electroliza soluției clorurii de aur, cînd voltametrul are *anodul din aur* etc. Bilanțul electrolizei cu anod solubil este transferul metalului de la anod la catod.

Gazele ce se degajă la electrozi în timpul electrolizei pot fi captate dacă înconjurăm fiecare electrod cu un cilindru (de sticlă) închis la capă-

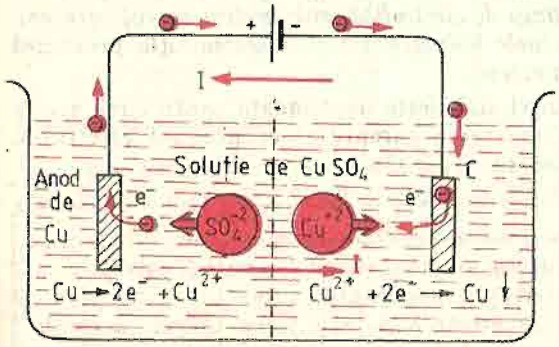


Fig. 2.28

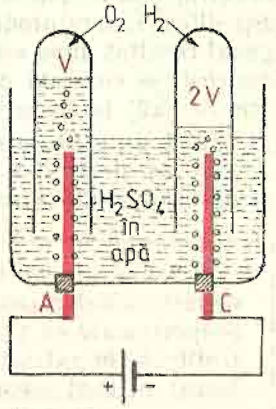


Fig. 2.29

tul superior. În figura 2.29 ilustrăm această posibilitate în cazul electrolizei ce are ca bilanț final descompunerea apei în oxigen și hidrogen. Se constată că la aceeași presiune volumul hidrogenului degajat la catod este totdeauna dublul volumului oxigenului degajat la anod. Acest rezultat este consecința faptului că în molecula de apă descompusă intră doi atomi de hidrogen și un singur atom de oxigen.

2.4.4. LEGILE ELECTROLIZEI

Legile care guvernează fenomenul de electroliză au fost stabilite experimental de către M. Faraday, încă în secolul trecut.

• *Prima lege a electrolizei* se referă la factorii care influențează cantitativ, sau nu influențează, fenomenul de electroliză:

1. Cantitatea produșilor de electroliză (a gazului degajat la electrozi sau a metalului depus pe electrod) nu depinde de forma și dimensiunea electrozilor sau voltametrului, nici de natura electrolitului, ci numai de intensitatea curentului de electroliză și de timpul cît durează electroliza.

Această lege poate fi stabilită și în zilele noastre, ca în secolul trecut, numai pe cale experimentală. Pentru aceasta este suficient să se înserieze trei voltametre de formă și dimensiune diferită, cu *electrozi din același material* însă de formă și dimensiune diferită, în care se pun trei electroliți diferiți, care produc fiecare la catod hidrogen gazos. Captînd hidrogenul rezultat *după același timp de electroliză*, sub *același curent prin voltametru*, se constată că *volumele hidrogenului sînt aceleași* (la presiunea atmosferică) în toate voltametrele.

• *A doua lege a electrolizei* stabilește dependența cantitativă a produșilor de electroliză de intensitatea curentului ce produce electroliza și de timpul cît durează aceasta.

2. La electroliza cu ioni monoatomici masa de substanță depusă (sau degajată) la fiecare electrod (anod sau catod) este direct proporțională cu produsul dintre intensitatea curentului prin electrolit și timpul cît durează electroliza; sau (ceea ce este același lucru) cu cantitatea de electricitate ce traversează voltametrul.

Această lege poate fi stabilită și teoretic în zilele noastre, după cum urmează. Dacă în timpul t la catod se reduc și se depun (sau se degajă) N ioni cu valența z și masa m, atunci sarcina transportată de ei prin voltametru (și neutralizată la catod) este $Q=Nze$. Masa transportată și depusă (sau degajată) la catod de cei N ioni este $M=Nm$. Pentru un electrolit dat, masa m și valența z a atomilor sînt constante astfel că raportul

$$\frac{M}{Q}=\frac{m}{ze}=k=\text{constant} \tag{2.30}$$

Rezultă *expresia matematică a legii a doua a electrolizei*.

$$\boxed{M=kQ=kIt} \tag{2.30'}$$

unde constanta k se numește echivalent electrochimic și depinde de natura elementului depus (eliberat) la electrod.

• *Semnificația fizică a echivalentului electrochimic* rezultă din (2.30'). Dacă sarcina $Q=1C$, masa $M=k$. Deci, echivalentul electrochimic este egal numeric cu masa de substanță eliberată la electrod cînd voltametrul este traversat de sarcina egală cu 1C. În tabelul 2.2 prezentăm valoarea echivalentului electrochimic pentru cîteva elemente.

Tabelul 2.2.

Valoarea echivalentului electrochimic al unor elemente

Elementul	k ($\cdot 10^{-6}$ kg/C)	Elementul	k (10^{-6} kg/C)
Al ($z=3$)	0,093	Na ($z=1$)	0,238
H ($z=1$)	0,01045	Ni ($z=2$)	0,30
Fe ($z=2$)	0,29	Pb ($z=2$)	1,074
Fe ($z=3$)	0,19	Ag ($z=1$)	1,118
Au ($z=3$)	0,68	Cl ($z=1$)	0,367
Cu ($z=2$)	0,33	Zn ($z=2$)	0,34

• *A treia lege a electrolizei* exprimă relația între echivalentul electrochimic al unui element, masa atomică și valența sa.

3. La electroliza cu ioni monoatomici masa substanței eliberate la fiecare electrod este direct proporțională cu masa atomică a elementului eliberat și invers proporțională cu valența sa.

Într-adevăr, amplificînd (2.30) cu numărul lui Avogadro N_A, observînd apoi că $N_A m = A$ — masa atomică a elementului și notînd $N_A e = F$, obținem

$$M = \frac{1}{F}\frac{A}{z}Q = \frac{1}{F}\frac{A}{z}It \qquad (2.31)$$

Constanta universală F, egală cu sarcina a N_A sarcini elementare, se numește Faraday. Valoarea sa este următoarea:

$$1\ F = N_A \cdot e = 6{,}02 \cdot 10^{26} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C} = 9{,}6484 \cdot 10^{7}\ \text{C}$$

Observație: *Raportul A/z, dintre masa atomică a unui element, exprimată în grame și valența sa se numește* val-gram sau simplu val. (În cărțile mai vechi era denumit echivalent-gram). *Pentru substanțele monoatomice masa atomică A coincide cu masa moleculară μ, astfel că 1 val $= \mu/z$. Se obișnuiește a se folosi și kval-ul, în care caz A se exprimă în kg.*

Pe lîngă semnificația amintită deja a constantei F mai evidențiem una. Dacă masa substanței eliberate la electrod în timpul electrolizei este egală cu un kval, atunci sarcina care a traversat voltametrul este egală cu F. Într-adevăr, înlocuind în (2.31) $M = A/z$ rezultă $Q = F$.

• *Determinarea sarcinii electronului din electroliză.* Din expresia lui $F = eN_A$, rezultă că

$$e = \frac{F}{N_A} \qquad (2.32)$$

Cîntărind, într-un experiment de electroliză cu anod solubil, catodul înainte și după o perioadă t de electroliză, efectuată la intensitatea I a curentului, aflăm masa M depusă la catod. Măsurînd intensitatea curentului cu care s-a realizat electroliza cu un ampermetru, și timpul cît a durat cu un cronometru, obținem sarcina ce a traversat voltametrul, $Q = It$. Înlocuind M și Q în (2.30) obținem valoarea echivalentului electrochimic al elementului depus pe catod. Înlocuind în (2.31) și cunoscînd valoarea kval-ului pentru elementul dat, rezultă imediat F. Din (2.32) rezultă valoarea sarcinii electronului. Această metodă a fost prima, prin care s-a determinat sarcina electronului și s-a pus în evidență natura cuantificată a sarcinii electrice.

Într-adevăr, pentru a depune pe catod un kval de substanță este necesar să treacă prin voltametru o sarcină egală cu zF. Dacă sarcina fiecărui ion este q atunci sarcina transportată de N_A ioni este qN_A, astfel că $qN_A = zF$ de unde

$$q = \frac{zF}{N_A} = ze \qquad (2.33)$$

unde z este un număr întreg, egal cu valența ionului depus la catod.

2.4.5. APLICAȚIILE PRACTICE ALE ELECTROLIZEI

Numeroase aplicații practice ale electrolizei au determinat dezvoltarea industriei chimice numită — electrochimia — cu subramurile:

- *Electrometalurgia;*
- *Galvanotehnica* ↗ *galvanostegia;* ↘ *galvanoplastia;*

Electrometalurgia este ramura electrochimiei care cuprinde procedeele *de obținere a metalelor* neferoase pe cale electrolitică. În prezent obținerea aluminiului se face în esență pe această cale. *Purificarea unor metale* se face prin rafinare electrolitică. Extragerea electrolitică a metalelor se face nu numai din soluțiile apoase a compușilor lor ci și din topiturile unor compuși.

Galvanostegia include totalitatea procedeelor de depunere electrolitică a unor straturi anticorosive pe suprafața unor corpuri, pentru protejare împotriva corodării sau pentru înfrumusețarea lor. În funcție de metalul depus, procedeul se numește zincare, nichelare, cuprare, argintare, aurire etc.

Galvanoplastia este arta de a modela unele metale, de a reproduce după tipar un obiect, prin metode electrolitice. Exemple constituie confecționarea discurilor de pick-up, a literelor pentru tipografie, a unor opere de artă (statui), după mulaje de ceară etc.

Dintre substanțele nemetalice care pot fi obținute prin electroliză mai amintim: soda caustică, clorul, hidrogenul, oxigenul etc.

2.5 PLASMA. CONDUCȚIA ELECTRICĂ ÎN PLASMĂ

2.5.1. IONIZAREA GAZELOR

După ce am analizat conducția curentului electric în medii solide și lichide este firesc să trecem la studiul trecerii curentului electric în gaze. Realizăm circuitul din figura 2.30 în care porțiunea dintre plăcile condensatorului este mediul gazos — *aer uscat în condiții naturale de presiune și temperatură.* Constatăm că la închiderea sau deschiderea circuitului cu întrerupătorul k, acul indicator al microampermetrului nu deviază, deși *între plăcile condensatorului se creează cîmp electric.* Plăcile con-

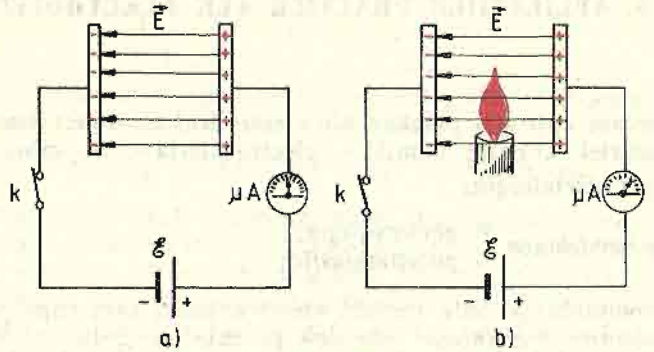


Fig. 2.30

densatorului pot fi închise într-un vas în care să se introducă, pe rînd, diferite gaze (oxigen, hidrogen, neon, argon etc.) rezultatul experienței rămîne același.

În condiții apropiate de cele normale ($p=1{,}013 \cdot 10^5$ N/m², $T=273{,}15$ K) gazele nu conduc curentul electric.

Comportarea gazelor ca izolatori se explică prin lipsa, în condiții normale, a purtătorilor de sarcină. Atomii gazelor monoatomice (He, Ne, Ar, Kr etc.) și moleculele gazelor biatomice (H_2, O_2, N_2 etc.) sau multiatomice (NH_3) *sînt neutri din punct de vedere electric*. Ca urmare, cîmpul electric creat de condensator nu acționează asupra particulelor gazului cu o forță care să le imprime o mișcare ordonată, adică nu poate crea curent electric.

• *Ionizarea termică*. Introducînd între plăcile condensatorului flacăra unei lumînări (Fig. 2.30 b), observăm că dacă întrerupătorul k este închis, microampermetrul indică prezența în circuit a curentului electric. *Apariția curentului electric în circuit indică apariția*, între plăcile condensatorului, în prezența flăcării, a unor particule încărcate electric, adică a unor *purtători de sarcină liberi*. Apariția purtătorilor de sarcină se explică astfel. *În prezența flăcării atomii gazului pierd unul sau mai mulți electroni, devenind* ioni pozitivi. *Electronii liberi rezultați pot fi capturați de alți atomi* (sau molecule) *neutri, formîndu-se* ioni negativi *sau pot rămîne în gaz ca* electroni liberi.

Procesul de desfacere a atomilor (moleculelor) unui gaz în ioni și electroni liberi se numește *ionizare a gazelor*.

Separarea electronului de atom necesită o anumită energie, numită energie de ionizare. Valoarea *energiei de ionizare* depinde de structura atomului și *diferă de la un atom la altul*. În cazul ionizării în flacără energia de ionizare este furnizată sub formă de energie termică, care mărește viteza de mișcare a atomilor (moleculelor) gazului și vehemența ciocnirilor între ei și cu alte particule. *Ionizarea în flacără apare ca rezultat al ciocnirilor interatomice.*

Procesul de ionizare a gazelor sub influența temperaturii se numește *ionizare termică*.

Ionizarea gazelor poate avea loc și sub influența altor agenți exteriori, care pot furniza energia necesară ionizării. De exemplu, *gazele pot fi ionizate sub influența radiației electromagnetice ultraviolete, sub influența razelor X, sub influența radiațiilor emise de preparatele radioactive, sub influența radiației cosmice etc.*

• *Recombinarea ionilor*. După încetarea acțiunii agentului ionizator concentrația ionilor din gaz scade, iar după un timp gazul redevine izolator. Dispariția ionilor și reapariția atomilor (moleculelor) neutri se explică prin faptul că particulele de semn opus (ionii pozitivi și electronii sau ionii pozitivi și negativi) se atrag. La întîlnirea lor în mișcarea haotică ionii pozitivi captează electroni liberi sau de la ionii negativi formîndu-se atomi (molecule) neutri.

Procesul de formare a atomilor (moleculelor) neutri, în urma redobîndirii de către ioni a electronilor pierduți în procesul de ionizare se numește *proces de recombinare a ionilor*.

În fiecare proces de recombinare ionii eliberează o energie egală cu energia cheltuită în procesul de ionizare. În parte, această energie se eliberează sub formă de radiație electromagnetică cu lungimea de undă în domeniul vizibil. De aceea, *procesul de recombinare este însoțit de emisie de lumină numită* lumină de recombinare.

Trecerea curentului electric prin „gazele" ionizate se numește *descărcare electrică în gaze*.

2.5.2. PLASMA

Să urmărim transformările de fază pe care le suferă o substanţă solidă în condiţii normale, odată cu creşterea temperaturii ei. Prin încălzire treptată se ajunge la o temperatură (bine determinată la solidele cristaline sau un interval de temperatură la solidele amorfe) la care solidul suferă transformarea de fază solid-lichid. Continuînd procesul de încălzire, la o temperatură bine determinată pentru o substanţă, lichidul suferă transformarea de fază lichid-gaz. Încălzind în continuare substanţa, în stare gazoasă, la o anumită temperatură începe procesul de ionizare a gazului. La început în gaz apar ioni moleculari sau atomici şi electroni, apoi moleculele disociază rezultînd numai ioni atomici şi electroni. Continuînd încălzirea atomii pierd toţi electronii şi substanţa se prezintă sub forma unui ansamblu de electroni şi nuclee.

Trecerea substanţei din starea de gaz în stare de gaz ionizat parţial sau total se numeşte *transformare de stare gaz-plasmă*.

În figura 2.31 *ilustrăm* evoluţia azotului cu creşterea temperaturii, între 0 K şi 40.000 K, evidenţiind variaţia concentraţiei diferitelor componente ale ansamblului. Evident, formîndu-se din particule neutre,

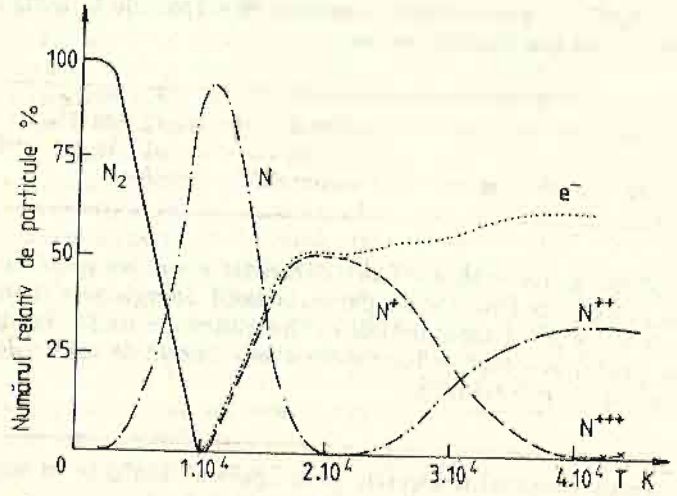


Fig. 2.31

la nivel macroscopic ansamblul de particule încărcate rămîne neutru. Din cele de mai sus rezultă următoarea *definiţie a plasmei*.

Plasma este starea de agregare a substanţei constituite dintr-un ansamblu de particule pozitive, negative şi neutre, între care se manifestă interacţiuni electromagnetice şi care la nivel macroscopic este electric neutră.

• *Plasma în natură*. Din toate stările de agregare, starea de plasmă este cea mai răspîndită în univers. Soarele, stelele şi alte formaţiuni stelare sînt îngrămădiri enorme de plasmă fierbinte. Straturile superioare ale atmosferei terestre (ionosfera), „centurile de radiaţie" care înconjoară Pămîntul (în exteriorul ionosferei) sînt constituite din plasmă rece. Nucleul incandescent al Pămîntului şi metalele topite sînt plasme lichide. Jeturile incandescente ale motoarelor-rachetă sînt, de asemenea, *plasme gazoase*. Se admite existenţa plasmei în stare solidă. De exemplu, ionii pozitivi din nodurile reţelelor cristaline, împreună cu electronii liberi din metale, formează un ansamblu de sarcini, neutru din punct de vedere electric, deci o plasmă solidă. Gazele din tuburile cu descărcare electrică, din arcul electric, din scînteia electrică etc., se află în stare de plasmă parţial ionizată.

Adesea plasma este considerată a patra stare de agregare a substanţei, dar care cuprinde numai plasma gazoasă. Termenul de plasmă a fost introdus în fizică de J. Langmuir în 1923, în legătură cu starea substanţei gazoase în tuburile cu descărcare electrică.

• Mijloacele principale de producere a plasmelor gazoase sînt:
— ionizarea termică;
— descărcarea electrică în gaze;
— bombardarea unor ţinte solide, lichide sau gazoase cu fascicule de electroni (sau ioni) rapizi;
— ionizarea cu fascicule laser de mare putere.

2.5.3. DESCĂRCAREA NEAUTONOMĂ ŞI AUTONOMĂ

La formarea plasmelor prin descărcare electrică un rol foarte important joacă ionizarea atomilor prin ciocniri cu electroni rapizi. Electronii care posedă energie cel puţin egală cu energia de ionizare a atomilor unui gaz pot comunica, prin ciocnire, o parte (sau toată) din energia lor atomilor neutri, expulzînd din aceştia unul sau mai mulţi electroni. Atomul

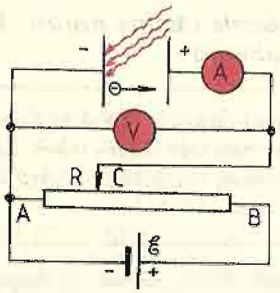


Fig. 2.32

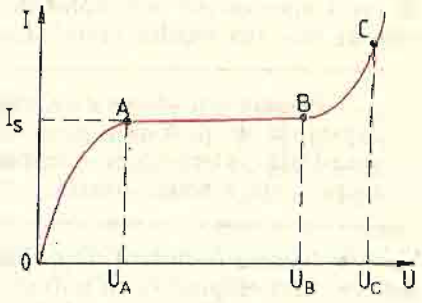


Fig. 2.33

ciocnit se transformă în ion pozitiv iar în gaz apar electroni suplimentari. Experiența fundamentală care a pus în evidență fenomenul de ionizare a atomilor prin ciocniri electron-atom este experiența Franck și Hertz, efectuată în 1914 (vezi vol. III).

• *Descărcarea neautonomă.* Considerăm circuitul din figura 2.32, în care placa negativă a condensatorului este iradiată cu radiație ultravioletă. Radiația ultravioletă ionizează o parte din atomii gazului dintre plăci iar pe de altă parte scoate electroni din placă, prin efect fotoelectric (vezi vol. III). Datorită electronilor și ionilor (purtători de sarcină liberi) spațiul dintre plăci capătă oarecare conductivitate, ceea ce se constată după indicațiile ampermetrului din circuit. Deplasînd cursorul C pe rezistorul R, de la A spre B, creștem lent tensiunea aplicată plăcilor. La început curentul în circuit crește odată cu creșterea tensiunii, ceea ce se explică prin transportul unui număr tot mai mare de electroni spre placa pozitivă (anod) și a unui număr tot mai mare de ioni spre placa negativă (catod). Dependența intensității curentului în circuit, de tensiunea dintre plăci, este ilustrată prin porțiunea OA, a caracteristicii curent-tensiune din figura 2.33. Creșterea în continuare a tensiunii aplicate plăcilor, peste valoarea U_A, lasă intensitatea curentului constantă (porțiunea AB). Valoarea corespunzătoare I_S a curentului se numește curent de saturație Intensitatea de saturație a curentului poate fi mărită numai prin creșterea intensității agentului ionizator (intensitatea radiației ultraviolete), ceea ce va determina creșterea numărului de ioni și de electroni în gaz. Din cele descrise este evident că, deja *la tensiunea U_A sînt transportați spre plăci toți purtătorii de sarcină produși de agentul ionizator*; este necesară radiație mai intensă pentru a produce mai mulți purtători de sarcină, deci un curent mai intens. Oricum, pînă la tensiunea U_B intensitatea curentului rămîne foarte mică (cîțiva microamperi).

Dacă încetează acțiunea agentului ionizator iar tensiunea este menținută undeva între zero și U_B, curentul din circuit scade la zero. Deci,

descărcarea electrică în gazul dintre plăci este întreținută numai de agentul ionizator.

Descărcarea electrică care este menținută numai de acțiunea unor agenți ionizatori exteriori se numește *descărcare neautonomă.*

• *Descărcarea autonomă.* Creșterea tensiunii între plăci peste valoarea U_B, fără a mări intensitatea agentului ionizator, este însoțită de o creștere rapidă a curentului (porțiunea BC a caracteristicii), ceea ce este un indiciu că în gazul dintre plăci au apărut purtători de sarcină noi (care nu sînt produși de agentul ionizator). La creșterea în continuare a tensiunii descărcarea capătă cu totul alt caracter: intensitatea curentului de descărcare crește de sute și mii de ori, iar în gaz apar efecte luminoase și termice pronunțate. Dacă acum încetează acțiunea agentului ionizator, menținînd tensiunea între plăci la valoarea U_C, de exemplu, descărcarea în gaz nu se oprește. Acest fapt ne dovedește că ionii necesari menținerii conductivității gazului sînt generați de descărcarea însăși, în urma proceselor ce au loc la descărcare.

Descărcarea electrică care se automenține și după înlăturarea agentului ionizator exterior se numește *descărcare autonomă.*

Tensiunea U_C de la care începe descărcarea autonomă se numește tensiune de străpungere sau tensiune de aprindere a descărcării.

În funcție de mecanismul principal prin care se generează ionii necesari automenținerii descărcării se vorbește despre tipuri diferite de descărcare autonomă:

— descărcare luminiscentă;
— descărcare în scînteie;
— descărcare corona;
— descărcare în arc etc.

2.5.4. ÎNTREȚINEREA DESCĂRCĂRII AUTONOME

• *Trecerea de la descărcarea neautonomă la cea autonomă.* Presupunem că sub acțiunea unui agent ionizator extern este smuls *un electron* din catod. Pe lungimea parcursului liber (între două ciocniri succesive) electronul este accelerat de forța cîmpului electric dintre plăci și acu-

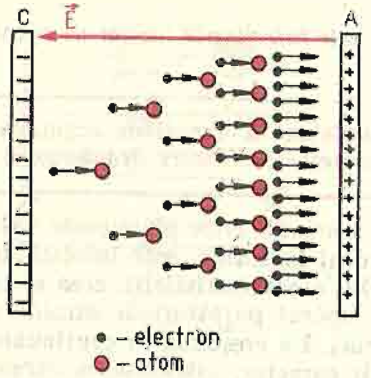


Fig. 2.34

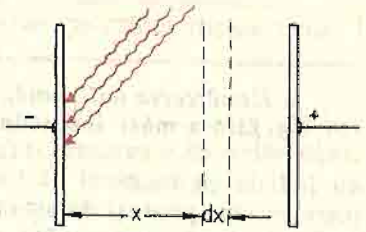


Fig. 2.35

mulează o energie cinetică determinată. Dacă energia cinetică acumulată este egală sau mai mare decît energia de ionizare a atomilor gazului atunci la ciocnirea următoare cu un atom acesta va fi ionizat, proces în urma căruia *apare încă un electron*. Mişcarea ionului pozitiv va fi orientată spre catod iar cea a electronului spre anod. Cei doi electroni vor acumula din nou energie cinetică şi vor ioniza doi atomi, rezultînd *patru electroni*. După a treia accelerare şi ionizare vor apare *opt electroni*, după a patra *şaisprezece electroni* etc. (fig. 2.34); numărul total al electronilor şi ionilor creşte în avalanşă odată cu apropierea lor de electrozi.

Notăm cu β numărul perechilor electron-ion produşi de un singur electron pe unitatea lungimii drumului parcurs. β se numeşte coeficient de ionizare volumică. Evaluăm numărul de electroni (şi de ioni) rezultaţi la anod. Pentru aceasta considerăm stratul de gaz de grosime dx situat la distanţa x de catodul iradiat cu radiaţie ultravioletă (fig. 2.35). Un singur electron produce pe drumul dx un număr de βdx perechi electron-ion. Dacă în strat intră n electroni aceştia vor produce în stratul dx

$$dn = n\beta dx$$

electroni. Separînd variabilele n şi x obţinem ecuaţia $dn/n = \beta dx$, care prin integrare între $x=0$, unde $n=n_0$ (*numărul electronilor scoşi din catod de radiaţia ultravioletă*) şi $x=d$ (*distanţa între catod şi anod*) obţinem succesiv:

$$\int_{n_0}^{n_a} \frac{dn}{n} = \int_0^d \beta dx$$

sau

$$\ln n_a - \ln n_0 = \beta d.$$

Concentraţia electronilor la anod rezultă a fi:

$$\boxed{n_a = n_0 e^{\beta d}} \qquad (2.34)$$

Exemplu: *Presupunem că* $\beta = 300\ m^{-1}$ *şi că distanţa* $d = 3 \cdot 10^{-2}\ m$. *Atunci* $n_a = n_0 e^{300 \cdot 3 \cdot 10^{-2}} = n_0 e^9 \cong 10^4 n_0$ *electroni. Deci numărul electronilor primari* n_0 *este multiplicat de* 10^4 *ori pe distanţa de 3 cm.*

Apariţia în gaz a avalanşei de electroni şi ioni nu asigură încă autonomie descărcării electrice. Într-adevăr, din (2.34) rezultă că pentru $n_0 = 0$ (înlăturarea radiaţiei ultraviolete) avem $n_a = 0$, ceea ce înseamnă stingerea curentului de descărcare. Pentru ca descărcarea în gaz să devină autonomă este necesar ca avalanşele de electroni şi ioni să se autoîntreţină, ceea ce se poate realiza numai dacă în gaz are loc un proces suplimentar (sau cel puţin unul) care să producă noi electroni, în locul celor preluaţi de anod. Unul din procesele ce pot determina autoîntreţinerea descărcării este producerea de electroni secundari la catod, în urma bombardării acestuia de către ionii pozitivi generaţi de electronii primari. Dacă ionii pozitivi ce se deplasează spre catod capătă în cîmp suficientă energie ei pot scoate din catod noi electroni (în lipsa radiaţiei ultraviolete), care să întreţină descărcarea odată declanşată.

• Notăm prin γ coeficientul emisiei secundare de electroni (sau coeficient de ionizare superficială), care reprezintă numărul mediu de electroni scoşi din catod de un singur ion pozitiv. *Valoarea lui* γ *depinde de viteza ionilor, natura lor şi natura materialului catodului*. Referindu-ne din nou la figura 2.35 presupunem că între plăci este în desfăşurare o descărcare electrică neautonomă. Notăm prin n_1 *numărul total de electroni scoşi din catod* (de agentul ionizator extern şi prin emisie secundară) în unitatea de timp. Conform cu (2.34), în urma ionizării volumice vor cădea pe anod numărul de electroni:

$$n_a = n_1 e^{\beta d} \qquad (2.35)$$

Numărul

$$n_a - n_1 = n_1 (e^{\beta d} - 1) \qquad (2.36)$$

este *numărul de electroni ce au fost generaţi în procesele de avalanşă* descrise. Evident, numărul ionilor generaţi în procesele de avalanşă este dat tot

de (2.36). Atunci numărul electronilor secundari smulşi din catod de către ionii pozitivi, creaţi în avalanşă este:

$$n_s = \gamma n_1 (e^{\beta d} - 1) \qquad (2.37)$$

Numărul electronilor primari n_0 emişi de catod în unitatea de timp, plus numărul electronilor secundari n_s emişi de catod în unitatea de timp, trebuie să fie egal cu numărul total n_1, de electroni emişi de catod în unitatea de timp, adică

$$n_0 + \gamma n_1 (e^{\beta d} - 1) = n_1$$

de unde

$$n_1 = \frac{n_0}{1 - \gamma (e^{\beta d} - 1)}$$

Înlocuind expresia lui n_1 în (2.35) obţinem numărul electronilor captaţi de anod în unitatea de timp:

$$n_a = \frac{n_0 e^{\beta d}}{1 - \gamma (e^{\beta d} - 1)} \qquad (2.38)$$

• *Condiţia de autonomie a descărcării electrice în gaze.* Presupunem că mărim tensiunea aplicată plăcilor din figura 2.32, deci mărim intensitatea cîmpului electric între plăci. Drept consecinţă vor creşte valorile coeficienţilor de ionizare β şi γ, ceea ce conform cu (2.38) determină creşterea foarte rapidă a numărului n_a. La o anumită tensiune, la care este îndeplinită condiţia

$$\boxed{\gamma (e^{\beta d} - 1) = 1} \qquad (2.39)$$

numitorul în (2.38) este egal cu zero iar $n_a \to \infty$, oricît de mică ar fi viteza de generare a electronilor primari la catod (oricît de mic ar fi n_0). Prin urmare, cînd este îndeplinită condiţia (2.39), numită condiţia de autonomie a descărcării electrice, nu mai este necesar agentul ionizator extern. Tensiunea la care este îndeplinită condiţia (2.39), notată cu U_C în figura 2.33, *este* tensiunea de aprindere a descărcării.

În explicarea trecerii de la regimul neautonom al descărcării, la regimul autonom, am implicat un singur proces de autogenerare a electronilor — *emisia secundară a electronilor din catod.* În realitate în descărcare au loc mai multe procese ce duc la apariţia de noi electroni sau la

dezexcitarea prin emisie de radiaţie luminoasă a atomilor sau moleculelor excitate prin ciocniri. Dintre acestea amintim cîteva, ilustrate în figura 2.36:

— *fotoionizarea atomilor sau moleculelor;*

— *dezexcitarea radiativă a atomilor şi moleculelor, în urma ciocnirii lor de către ionii acceleraţi;*

— *fotoemisia de electroni secundari, produsă de fotonii rezultaţi în descărcare etc.*

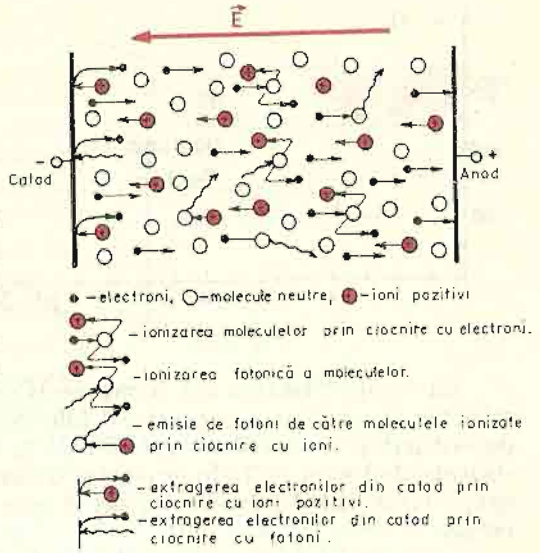


Fig. 2.36

2.5.5. TIPURI DE DESCĂRCĂRI ELECTRICE

Descriem tipurile mai importante de descărcări electrice în gaze, enumerate la sfîrşitul paragrafului 2.5.3., insistînd mai mult asupra descărcării luminiscente.

2.5.5.1. Descărcarea luminiscentă

Descărcarea luminiscentă are loc la presiuni scăzute ale gazului. Considerăm un tub de sticlă (tub de descărcare) cu lungimea de 30—50 cm, prin capetele căruia sînt introduşi electrozi plani (fig. 2.37), între care se creează o diferenţă de potenţial de cîteva sute de volţi. *Se constată că la presiunea atmosferică tensiunea nu este suficientă pentru aprinderea descărcării*, astfel că ampermetrul nu indică prezenţa curentului în circuit. Se conectează tubul la pompa de vid şi se începe evacuarea

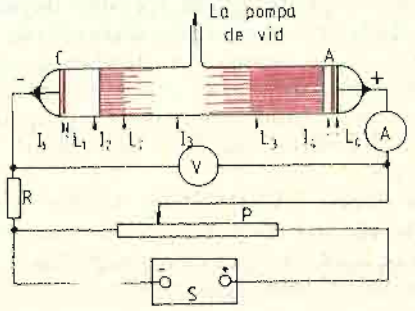


Fig. 2.37

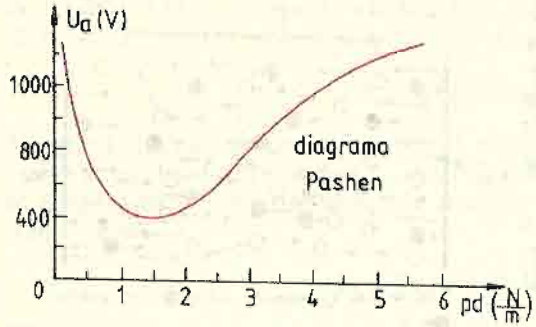


Fig. 2.38

aerului. *La micşorarea presiunii în tub se constată că la o presiune oarecare gazul din tub emite lumină*: s-a aprins descărcarea. Tensiunea de aprindere depinde de produsul *pd* (*p* — presiunea în tub, *d* — distanţa între electrozi), prezentînd un minim. În cazul tubului cu lungimea de 0,5 m această dependenţă este ilustrată în figura 2.38.

La început lumina are forma unui fir ce uneşte electrozii, apoi cu scăderea în continuare a presiunii lumina umple tot tubul. La presiunea de ordinul $(10 \div 1)$ N/m² *coloana de lumină prezintă întreruperi*, cum ilustrăm în figura 2.37. În general sînt patru spaţii întunecoase I şi patru spaţii luminoase L, care de la catod spre anod se succed în următoarea ordine:

— *spaţiul întunecos Aston* (I_1), neobservabil cu ochiul liber;
— *lumina catodică* (L_1), sub forma unei pelicule luminoase lîngă catod;
— *spaţiul întunecos catodic sau Crookes* (I_2);
— *lumina negativă* (L_2), cu limită netă spre catod şi ştearsă spre anod;
— *spaţiul întunecos Faraday* (I_3);
— *lumina (coloana) pozitivă* (L_3), cea mai extinsă în tub;
— *spaţiul întunecat anodic* (I_4);
— *lumina anodică* (L_4), lipită de anod.

Din cele opt regiuni numai două au importanţă deosebită în descărcarea luminiscentă: spaţiul întunecos catodic I_2 şi lumina negativă L_2. În aceste regiuni au loc procesele ce dau autonomie descărcării. La această concluzie se poate ajunge folosind un anod mobil, care se poate deplasa spre catod. Prin micşorarea distanţei *d*, la început se micşorează coloana pozitivă şi se uneşte cu lumina anodică, apoi se micşorează spaţiul întunecos Faraday, pînă ce dispare complet. Totuşi, descărcarea se automenţine încă: Cînd însă anodul, apropiindu-se de catod, trece prin limita ce separă lumina negativă de spaţiul întunecos catodic descărcarea se întrerupe.

• Foarte caracteristică pentru descărcarea luminiscentă este distribuţia căderii de potenţial în lungul tubului de descărcare, ilustrată de figura 2.39. Se vede că aproape toată tensiunea aplicată cade pe lungimea spaţiului întunecos catodic I_2. Valoarea corespunzătoare a căderii de

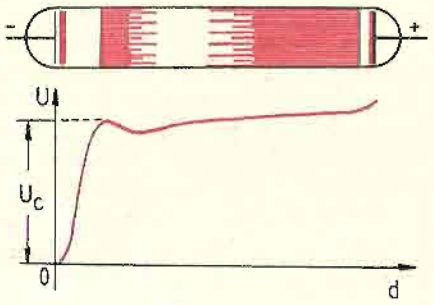


Fig. 2.39

tensiune U_C se numeşte cădere catodică de potenţial. *La curenţi de descărcare nu prea intenşi căderea catodică de potenţial nu depinde de intensitatea curentului*. Valoarea sa constantă se numeşte cădere catodică normală de potenţial. Valoarea căderii catodice normale a potenţialului depinde numai de natura materialului catodului şi de natura gazului din tub. Trebuie reţinut că ionii pozitivi, formaţi în lumina negativă şi în coloana pozitivă (în urma ciocnirii atomilor cu electroni rapizi), în drumul lor spre catod, cîştigă energia cinetică necesară expulzării electronilor din catod, tocmai în regiunea căderii catodice de potenţial. Tot în această regiune sînt accelerati şi electronii secundari pînă la energii suficiente pentru a produce ionizarea atomilor în regiunea luminii negative şi a coloanei pozitive.

Existenţa spaţiului întunecos catodic se explică prin faptul că electronii emişi de catod nu se ciocnesc cu atomii decît după ce parcurg o distanţă egală cu *parcursul liber mediu*. Lungimea spaţiului întunecos catodic este, deci, aproximativ egal cu lungimea parcursului liber mediu al electronilor la presiunea dată şi creşte cu scăderea presiunii gazului.

• *Concentraţia ionilor pozitivi* (ca şi cea a electronilor) *este foarte diferită în lungul tubului de descărcare*. Într-adevăr, datorită masei lor mari (comparativ cu a electronilor) ionii se mişcă mai lent în cîmp, decît electronii. Ca urmare, apare o sarcină spaţială pozitivă în partea catodului care, de fapt, creează căderea catodică de potenţial. Spre anod însă, în coloana pozitivă, concentraţia ionilor şi a electronilor este aproape identică — nu apare sarcină spaţială separată. *Concentraţia mare de electroni şi ioni în coloana pozitivă asigură acesteia o conductivitate electrică foarte bună, ceea ce face ca în lungul coloanei pozitive căderea de potenţial să fie neglijabilă.*

> Coloana pozitivă se caracterizează prin cvasineutralitate şi conductivitate electrică ridicată — este o plasmă parţial ionizată.

• *Recombinarea ionilor cu electronii* are cea mai mare probabilitate în coloana pozitivă, unde concentraţia ambelor tipuri de purtători este mare. Emisia de lumină în coloana pozitivă se explică prin procesele de recombinare, care sînt însoţite de emisie de energie sub formă de radiaţie.

Iată cîteva aplicații practice ale descărcării luminiscente:

• *Razele catodice.* Descărcarea luminiscentă poate fi folosită ca sursă de electroni sau de ioni. Dacă se practică o gaură mică în anod și se apropie de catod pînă la limita dintre lumina negativă și spațiul întunecos catodic, prin gaură vor trece în spatele anodului electroni, accelerați puternic în căderea de potențial catodic.

> Fasciculul de electroni obținut în spatele anodului găurit, în tubul de descărcare, se numește fascicul de *raze catodice* (provin de la catod).

Tuburile de descărcare construite special pentru a obține raze catodice se numesc *tuburi Crookes*. Tensiunea aplicată electrozilor tubului Crookes este de ordinul a 10^4 V, iar presiunea din tub este redusă la $(1 \div 10)$ N/m^2.

• *Razele canal.* Dacă se practică un orificiu în catodul tubului de descărcare, prin acesta vor trece ioni pozitivi, formați în lumina negativă și accelerați în căderea catodică de potențial.

> Fasciculul de ioni obținuți în spatele catodului găurit, în tubul de descărcare, se numește fascicul de *raze canal* sau de *raze pozitive*.

Din cele de mai sus rezultă că *spațiul întunecos catodic reprezintă un „tun" de electroni în cazul generării razelor catodice sau un „tun" de particule grele, pozitive, în cazul generării razelor canal.*

• *Surse de lumină.* Descărcarea luminiscentă se folosește pe scară largă ca sursă de lumină cu proprietăți apropiate de cele ale luminii zilei. În astfel de lămpi, numite *lămpi fluorescente*, lumina emisă în descărcarea electrică este absorbită de substanțe speciale, numite luminofori, depuse în strat subțire pe peretele interior al tubului de descărcare. Luminoforii au proprietatea că absorbind lumina provenită din descărcarea electrică în gaz, emit propria lor lumină, a cărei frecvență depinde de tipul luminoforului. Luminoforii cei mai utilizați sînt:

— *wolframații de calciu sau magneziu și halogenofosfații* (fosfați de clor, fluor, brom), pentru a obține lumină albă;

— *boratul de calciu*, pentru obținerea luminii roșii;

— *silicatul de zinc*, pentru obținerea luminii verzi;

— *silicatul de calciu*, pentru obținerea luminii galben-verzui.

În figura 2.40 prezentăm circuitul electric al lămpii fluorescente, al cărui principiu de funcționare este următorul. La închiderea întrerupătorului k, tensiunea de 220 V aprinde descărcarea între electrozii apro-

piați ai starterului (un tub de descărcare mic, umplut cu neon și argon). Unul din electrozii starterului este un *bimetal*. Sub influența căldurii rezultate din descărcare, bimetalul se înconvoaie (în cîteva secunde) și face contact cu al doilea electrod. Realizarea contactului între electrozii starterului are două urmări: a) stabilește un curent foarte mare prin filamentele tubului de descărcare, legate în serie, la 220 V; b) stinge descărcarea electrică în starter. Stingerea descărcării în starter duce la răcirea bimetalului și la întreruperea bruscă a curentului prin circuitul principal, care are înseriată bobina (balast) cu inductanță mare. Variația bruscă a curentului prin bobină induce la capetele tubului de descărcare o tensiune a cărei valoare de vîrf este cuprinsă între 1000 și 2000 V, suficientă pentru aprinderea descărcării în tubul de descărcare principal. Aprinderea descărcării este favorizată de prezența în tub a electronilor emiși de filamente. După aprinderea descărcării aceasta se autoîntreține iar tensiunea la bornele tubului scade sub 220 V. Sub 220 V starterul nu se mai aprinde. În continuare, curentul trece numai prin tubul principal de descărcare.

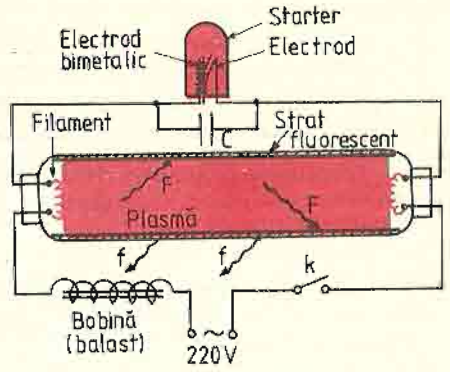


Fig. 2.40

Tubul de descărcare conține argon la presiunea de $(250 \div 400)$ N/m^2 și o picătură de mercur (cîteva miligrame). La începutul descărcării se aprinde argonul. După scurt timp temperatura crește, picătura de mercur se evaporă și predomină descărcarea în vaporii mercurului. (Rolul argonului este de-a evapora mercurul). Fotonii F emiși de mercur, din domeniul ultravioletului, excită atomii luminoforului, care prin dezexcitare emite fotoni f din domeniul vizibil.

• *Reclame și decorațiuni.* Tuburile de descărcare pot fi confecționate în forma literelor, cu care se scriu reclame sau sub formă de floare etc. Introducînd în tub diferite gaze, descărcarea capătă diverse culori (roșie la neon, albastră-verzui la argon etc.).

2.5.5.2. Descărcarea în scînteie

La intensități mari ale cîmpului electric între electrozi (peste $3 \cdot 10^6$ V/m) apar descărcări și în gazele aflate la presiune normală sau mai mare.

Descărcarea în gaze care are loc în gaze aflate în condiții normale de presiune și temperatură, și distanță mare între electrozi (peste 0,1 m), se numește *scînteie electrică*.

Tensiunea la care se declanșează descărcarea în scînteie se numește tensiune de străpungere a gazului. Scînteia electrică are forma unui canal

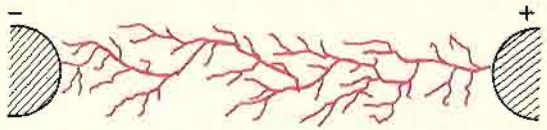


Fig. 2.41

șerpuit și ramificat (numit strimer) care apare brusc între electrozi (fig. 2.41). *Descărcarea prin scînteie are loc cu întreruperi* (canalul se întrerupe și se reaprinde sub altă formă) *și este însoțit de pocnete puternice.*

Descărcarea în scînteie este formată din avalanșe de ioni și electroni produși prin ciocniri, fotoionizări în volumul gazului și expulzări de electroni din catod de către ionii pozitivi. Aceste procese sînt însoțite de degajare de energie mare. Ca urmare temperatura gazului în canalul scînteii ajunge la 10^4 K, ceea ce și determină apariția luminii strălucitoare. Pocniturile ce însoțesc descărcarea în scînteie sînt unde sonore care apar la dilatarea bruscă a gazului ce se încălzește în canale.

• *Fulgerul* este un exemplu de descărcare în scînteie enormă, în condiții naturale. *Fulgerul este o scînteie electrică care se formează în timpul furtunii între un nor și Pămînt sau între doi nori încărcați cu sarcină de sens opus.* Lungimea fulgerului poate fi de cîțiva kilometri, diametrul canalului de 0,25 m iar intensitatea curentului în canal atinge 10^5 A. Durata fulgerului nu depășește 10^{-6} s.

• *Aplicațiile practice* cele mai importante ale descărcării electrice în scînteie sînt:

— *aprinderea amestecului carburant la motoarele cu ardere internă de tipul Otto (bujia);*

— *protejarea liniilor de înaltă tensiune față de suprasarcină (descărcătorul cu scînteie);*

— *obținerea plasmei total ionizate în laboratoare;*

— *tăierea sau găurirea metalelor prin descărcare în scînteie* (prelucrarea metalelor prin descărcare electrică în scînteie, care determină erodarea suprafețelor metalice).

2.5.5.3. Descărcarea corona

Descărcarea electrică în gaze la presiune atmosferică (sau mai mare), aflate în cîmpuri electrice puternic neomogene și intense, ce se formează în jurul vîrfurilor ascuțite sau a conductorilor subțiri, se numește *descărcare corona.*

Descărcarea corona este însoțită de o „coroană" de lumină violetă, slabă, în jurul vîrfului ascuțit, și de un sfîrîit ușor. Descărcarea este provocată de ionizarea gazului prin ciocnirea atomilor (moleculelor) neutri cu electroni și ioni (formați spontan de radiația cosmică și terestră) care sînt accelerați în cîmpurile intense și neomogene din jurul vîrfurilor ascuțite. Lumina ce însoțește descărcarea se emite la dezexcitarea atomilor (moleculelor) gazului care au fost excitați prin ciocniri.

• *Paratrăsnetul* este o aplicație a descărcării corona. Cîmpul electric intens care apare în atmosferă pe timp de furtună produce în jurul vîrfului paratrăsnetului o descărcare corona care descarcă lent (neviolent) norii din jur și evită formarea fulgerelor. Descărcarea corona se poate observa în jurul firelor de înaltă tensiune în timpul nopților umede sau în jurul vîrfurilor de catarg. Descărcarea corona este un efect de cîmp (vezi § 1.4.2.).

2.5.5.4. Descărcarea în arc electric

Descărcarea electrică care are loc la tensiune joasă ($\cong$ 60 V) între electrozi metalici sau de cărbune, așezați aproape unul de altul, în aer la presiunea atmosferică, se numește *descărcare în arc.*

Descărcarea în arc produce în spațiul dintre electrozi o temperatură de 5000—6000 K și este însoțită de o lumină orbitor de strălucitoare (temperatura la suprafața Soarelui este de $\cong$ 6000 K!). Densitatea curentului ce se stabilește în arc atinge mii de amperi/cm^2.

Descărcarea în arc este întreținută în principal de emisia termoelectronică a catodului incandescent. Declanșarea descărcării se obține prin punerea la început în contact a electrozilor. Curentul ce se stabilește în circuit încălzește catodul pînă la temperatura de termoemisie electronică. După aceasta electrozii se îndepărtează puțin, astfel că electronii termoemiși produc ionizarea prin ciocniri a gazului dintre electrozi. Catodul rămîne tot timpul descărcării în stare de incandescență, din cauza bom-

bardamentului la care este supus de ionii pozitivi formați în gaz. *Descărcarea în arc produce o plasmă cu un grad de ionizare foarte ridicat.*

• *Aplicațiile practice ale descărcării în arc* sînt multiple:

— *sudura electrică în arc a metalelor*;

— *topirea oțelurilor speciale* (cuptorul cu arc);

— *iluminarea cu arc electric* (farul și proiectorul cu arc);

— *producerea radiațiilor ultraviolete* (prin descărcarea în arc în atmosferă de vapori de mercur la presiune scăzută) folosite în terapeutica medicală și în laboratoare de cercetare etc.).

2.5.6. ELEMETE DE FIZICA PLASMEI

În paragrafele precedente am prezentat posibilitățile de obținere a plasmei în laborator cu ajutorul diferitelor tipuri de descărcări electrice în gaze. În continuare descriem proprietățile fundamentale ale substanței în stare de plasmă.

2.5.6.1. Parametrii plasmei

• *Densitatea de sarcină* ρ. Notînd prin ρ_i și ρ_n densitatea de sarcină (C/m^3) pozitivă și negativă, densitatea totală de sarcină în plasmă este:

$$\rho = \rho_i + \rho_n \tag{2.40}$$

Condiția de neutralitate a plasmei se exprimă atunci prin relația:

$$\rho_i = -\rho_n \tag{2.41}$$

Notînd prin n_i concentrația ionilor pozitivi și presupunînd că în plasmă se găsesc numai ioni simpli (atomi ionizați o singură dată), putem scrie:

$$\rho_i = +n_i e \tag{2.42}$$

Pe de altă parte, sarcină negativă pot avea, pe lîngă electroni, și ionii negativi (atomi ce au captat electroni). Neglijînd concentrația ionilor negativi și notînd cu n_e concentrația electronilor, vom avea:

$$\rho_n = -n_e e \tag{2.43}$$

În funcție de concentrații, condiția de neutralitate (2.41) devine

$$n_i = n_e \tag{2.44}$$

Dacă în unitatea de volum a plasmei sînt n_1 ioni simpli (pozitivi), n_2 ioni dubli etc., și nu există ioni negativi, condiția de neutralitate (2.44) capătă forma:

$$n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \ldots = n_e \tag{2.45}$$

Concentrația electronilor se mai numește concentrația plasmei și se notează cu n.

• *Gradul de ionizare a plasmei*. Dacă din n_0 particule inițial neutre plasma conține N particule neionizate, numărul particulelor ionizate din plasmă este $n_0 - N$. Gradul de ionizare a plasmei notat prin α, se definește prin raportul:

$$\alpha = \frac{n_0 - N}{n_0} = 1 - \frac{N}{n_0} \tag{2.46}$$

Gradul de ionizare a plasmei se definește ca raportul dintre concentrația particulelor ionizate din plasmă și concentrația totală inițială a particulelor.

În funcție de gradul de ionizare plasmele se clasifică în:

1. Plasme parțial ionizate ($\alpha < 1$).
   a) *plasme slab ionizate* ($\alpha \leqslant 10^{-4}$)
   b) *plasme cu grad mediu de ionizare* ($10^{-4} < \alpha < 10^{-2}$)
   c) *plasme puternic ionizate* ($10^{-2} < \alpha \leqslant 1$).
2. Plasme total ionizate ($\alpha = 1$).

• *Temperatura plasmei*. Dacă plasma se află în cîmp electric în ea apare curent electric și se eliberează căldură. Prima dată capătă energie de la cîmp electronii care au mobilitate mult mai mare. Ionii capătă energie mai ales prin ciocnirile cu electronii. Din cauza masei mult mai

mici a electronilor aceştia nu transmit la ciocniri toată energia lor ionilor, ci numai o mică parte. La presiuni joase, cînd ciocnirile sînt rare, energia cinetică medie a electronilor este mult mai mare decît energia cinetică medie a ionilor. Cu alte cuvinte, la presiuni joase temperatura gazului electronic din plasmă este mult mai mare decît temperatura gazului ionic. În acest caz avem o plasmă neizotermă. De exemplu, în coloana pozitivă din descărcarea luminiscentă, la presiunea de $\simeq 13$ N/m^2, temperatura electronilor $T_e \cong 10^5$K în timp ce temperatura ionilor $T_i \cong 500$ K.

La presiuni ridicate numărul ciocnirilor electron-ion creşte, transferul de energie de la electroni la ioni este mai eficient şi diferenţa între temperaturile T_e şi T_i se micşorează. La presiuni suficient de înalte $T_e = T_i$, adică avem o plasmă izotermă. De altfel, plasmele fierbinţi, în care ionizarea este termică, sînt toate izoterme. Exemplu, plasma din canalul descărcării în scînteie este plasmă izotermă. În plasmele parţial ionizate se poate vorbi şi de temperatura particulelor neutre T_n. De regulă între cele trei temperaturi există relaţia: $T_e \gg T_i \cong T_n$.

• *Frecvenţa plasmei.* Datorită agitaţiei termice particulele plasmei sînt în continuă mişcare. Dacă în plasmă există gradient de concentraţie (diferenţă de concentraţie) atunci particulele trec din regiunea cu concentraţie mare spre regiunea cu concentraţie mică. Electronii avînd mase mici, deci temperaturi mari, au tendinţa să difuzeze mai repede spre regiunile cu concentraţie mică decît o fac ionii. Acest lucru duce la încălcarea condiţiei de cvasineutralitate, la separări de sarcini de semn opus. Totuşi, orice separare de sarcini de semn opus (abatere de la cvasineutralitate) duce la apariţia unui cîmp electric al cărui sens tinde să *oprească tendinţa de separare* a sarcinilor.

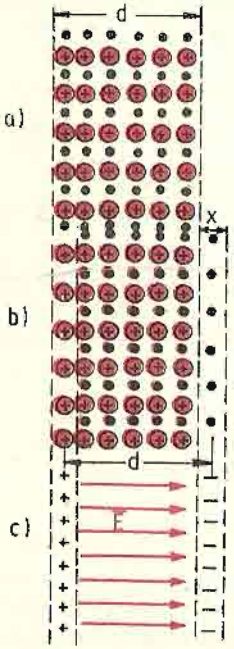


Fig. 2.42

Presupunem un strat de plasmă neutră cu grosimea d (fig. 2.42 a), în care datorită mişcării termice şi gradientului de concentraţie, *electronii se deplasează faţă de ioni pe distanţa microscopică* x (fig. 2.42 b). Atunci feţele opuse ale stratului de plasmă considerat rămîn încărcate cu sarcină necompensată, formînd un fel de condensator (fig. 2.42 c). Intensitatea cîmpului electric creat în plasmă de cele două straturi de sarcină de semn opus se poate calcula folosind formula (1.28), în care densitatea superficială de sarcină este $\sigma = Q/S = \rho V/S = ne \cdot Sx/S = nex$, unde S este aria stratului de plasmă normală la deplasarea x. Atunci

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{nex}{\varepsilon_0} \tag{2.47}$$

Forţa cu care acţionează acest cîmp asupra electronilor, în sensul refacerii cvasineutralităţii plasmei,

$$F = -eE = -\frac{ne^2x}{\varepsilon_0} = -kx \quad \left(k = \frac{ne^2}{\varepsilon_0}\right) \tag{2.48}$$

este de tip elastic. Mişcarea electronilor sub influenţa forţei (2.48) este descrisă de ecuaţia:

$$m_e \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \tag{2.49}$$

sau

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{ne^2}{m_0\varepsilon_0}\right)x = 0 \tag{2.49'}$$

Notînd

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m_0\varepsilon_0}} \quad \text{sau} \quad \nu_p = \sqrt{\frac{ne^2}{4\pi^2 m_i \varepsilon_0}} \tag{2.50}$$

pulsaţia proprie, respectiv frecvenţa proprie a oscilaţiilor plasmei, ecuaţia (2.49) este identică cu ecuaţia oscilatorului armonic. Frecvenţa proprie ν_p se mai numeşte frecvenţă Langmuir.

• *Lungimea Debye* λ_D. Din punct de vedere energetic, energia necesară deplasării electronilor, furnizată de agitaţia termică, trebuie să fie proporţională cu energia termică kT_e a electronilor. Pe de altă parte, variaţia potenţialului electric a unui electron, cînd aceasta se deplasează pe distanţa x este

$$\Delta V = Ex = \frac{nex^2}{\varepsilon_0} \tag{2.51}$$

Energia necesară electronului pentru a se putea deplasa pe această diferenţă de potenţial, împotriva cîmpului electric este:

$$U = e\,\Delta V = \frac{ne^2x^2}{\varepsilon_0} \tag{2.52}$$

Distanţa x pe care se poate deplasa electronul astfel ca energia lui potenţială să fie egală cu kT_e se numeşte lungime Debye.

Înlocuind în (2.52) $U=kT_e$ și $x=\lambda_D$ obținem:

$$\lambda_D=\sqrt{\frac{kT_e\varepsilon_0}{ne^2}} \qquad (2.53)$$

Înlocuind în (2.53) valorile constantelor universale ($k=1{,}38\cdot10^{-23}$ J/K, $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}C^2/N\cdot$m^2, $e=1{,}6\cdot10^{-19}$C) și luînd $n=10^{21}$m^{-3} și $T_e=10^5$K, obținem $\lambda_D=0{,}7\cdot10^{-6}$m, o distanță sub un micron.

Pornind de la definiția lungimii Debye, Langmuir a definit plasma astfel:

> Plasma este un sistem de particule libere de semn opus pentru care lungimea Debye este mică comparativ cu dimensiunea liniară a volumului pe care îl ocupă.

Alături de aplicațiile practice amintite deja, plasma este speranța de viitor a omenirii în legătură cu obținerea de noi surse de energie, cel puțin pe două căi:

a) Generatorul magnetohidrodinamic (GMHD).

b) Realizarea controlată a reacțiilor de fuziune nucleară (vezi vol. III).

Capitolul 3.
CIRCUITE DE CURENT CONTINUU

3.1. CIRCUITE ELECTRICE NERAMIFICATE

3.1.1. CIRCUIT ELECTRIC CU REZISTOR

Cel mai simplu circuit electric este format dintr-un generator și un rezistor (consumator), legate în serie cu ajutorul unor sîrme conductoare, a căror rezistență se presupune atît de mică încît se poate neglija (fig. 3.1). Pentru a putea închide și deschide circuitul după dorință se inserează în circuit și un întrerupător k. Sursa, rezistorul, întrerupătorul și alte dispozitive ce intră în formarea circuitului se numesc elementele circuitului. De regulă pentru măsurarea mărimilor caracteristice curentului în circuit se mai introduc aparate de măsură: *galvanometre sau ampermetre pentru măsurarea intensității curentului* și *voltmetre pentru măsurarea tensiunii*. Pentru a distinge diferitele elemente de circuit ele sînt reprezentate prin diferite simboluri. Pentru același element de circuit în literatura de specialitate se folosesc simboluri diferite. În această carte, folosim simbolurile din fig. 3.2, general acceptate în țara noastră.

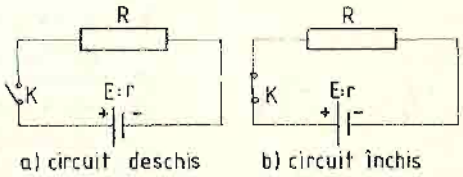


Fig. 3.1.

• *Caracterizarea elementelor de circuit*: *Generatorul* este caracterizat complet prin: 1) *valoarea tensiunii electromotoare* $\mathcal{E}$ și 2) *rezistența sa interioară r*. *Rezistorul* fix se caracterizează complet prin rezistența sa R. *Aparatele de măsură* se caracterizează prin parametrii:

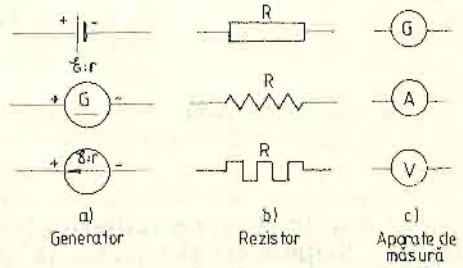


Fig. 3.2

1) *Rezistența interioară*
R_g — pentru galvanometru
R_a — pentru ampermetru
R_v — pentru voltmetru

2) *Valoarea maximă a mărimii măsurate*
I_{gm} — pentru galvanometru
I_m — pentru ampermetru
U_m — pentru voltmetru

3) *Sensibilitatea aparatului* — sau numărul de diviziuni cu care deviază acul aparatului, pe o scală circulară cu raza de 1 m, cînd valoarea mărimii măsurate este egală cu unitatea.

Aparatul destinat măsurării intensității curentului, ampermetrul, se include în circuit în serie cu celelalte elemente ale circuitului.

Deoarece într-un circuit fără ramificații intensitatea curentului este aceeași în toate punctele circuitului, ampermetrul poate fi inclus în circuit în orice punct al acestuia (fig. 3.3).

Aparatul destinat măsurării diferenței de potențial (a tensiunii) între două puncte ale circuitului se include în circuit în paralel cu porțiunea de circuit. (fig. 3.3).

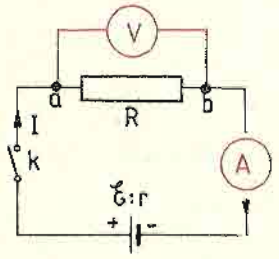


Fig. 3.3

În figura 3.3 ampermetrul măsoară intensitatea curentului în circuit iar voltmetrul măsoară diferența de potențial între capetele a și b ale rezistorului R.

• *Ampermetrul ideal* trebuie să aibă rezistența internă $R_a=0$, *pentru ca includerea lui în circuit să nu modifice rezistența totală a circuitului, și prin aceasta intensitatea curentului ce trebuie măsurat.* Un astfel de ampermetru nu există. Totuși, constructorii de ampermetre reduc la maximum posibil valoarea rezistenței R_a.

• *Voltmetrul ideal* trebuie să aibă rezistența internă $R_v=\infty$, *pentru ca la conectarea lui în paralel cu o porțiune de circuit curentul să nu se ramifice, o parte trecînd prin voltmetru și nu prin porțiunea de conductor între capetele căreia se măsoară tensiunea.* Astfel de voltmetre nu există. Totuși, constructorii de voltmetre tind să mărească la maximum valoarea R_v. Voltmetrele electronice au rezistența internă foarte mare. Vom presupune totuși că ampermetrele și voltmetrele sînt ideale.

3.1.2. APLICAREA LEGII LUI OHM

• *Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit.* Dacă în figura 3.3 voltmetrul V măsoară tensiunea $V_a-V_b=U_{ab}$, iar ampermetrul A măsoară curentul I, atunci conform legii lui Ohm (2.16) între I, U_{ab} și rezistența R, a porțiunii respective de circuit, există relația:

$$I=\frac{U_{ab}}{R};\quad R=\frac{U_{ab}}{I};\quad U_{ab}=RI \tag{3.1}$$

Această relație exprimă legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit, care nu include nici un generator.

• *Legea lui Ohm pentru întreg circuitul neramificat.* Dacă rezistența electrică a conductorului 3, figura 2.4 c, este egală cu rezistența R a rezistorului din figura 3.1 b, iar tensiunile electromotoare și rezistențele interne ale generatorului din cele două circuite sînt de asemenea egale, atunci cele două circuite sînt echivalente. Aceasta înseamnă că ecuația (2.8) este aplicabilă și circuitului 3.1 b. Observăm că aplicînd legea lui Ohm pentru porțiunea de circuit dintre punctele 1 și 2 ale circuitului din figura 2.4 c, care include numai generatorul cu rezistența internă r, putem exprima căderea de tensiune pe r sub forma $e=Ir$. Înlocuind în (2.8), și ținînd seama de (3.1) avem

$$\mathcal{E}=V_a-V_b+e=IR+Ir=I(R+r) \tag{3.2}$$

sau

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r} \tag{3.2'}$$

Formula (3.2') exprimă legea lui Ohm pentru întreg circuitul neramificat, ce conține un singur generator și un singur rezistor.

• *Generator în scurt-circuit.* Dacă bornele generatorului sînt legate între ele cu o sîrmă cu rezistența nulă (neglijabilă) spunem că generatorul este scurtcircuitat (fig. 3.4). Deoarece în acest caz $R=0$, din (3.2) obținem intensitatea curentului în scurtcircuit.

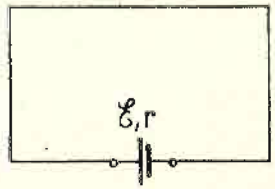


Fig. 3.4

$$I_{sc}=\frac{\mathcal{E}}{r} \qquad (3.3)$$

• *Tensiunea la bornele generatorului scurtcircuitat* se poate scrie astfel:

$$V_a-V_b=U_{ab}=\mathcal{E}-I_{sc}\cdot r=\mathcal{E}-\left(\frac{\mathcal{E}}{r}\right)\cdot r=0$$

Deci

Tensiunea la bornele generatorului scurtcircuitat este nulă iar intensitatea curentului de scurtcircuit este maximă.

La scurtcircuit, deoarece $V_a=V_b$, *în generator (și în exteriorul lui) nu există cîmp electrostatic ci numai cîmp electromotor.*

• *Măsurarea tensiunii electromotoare.* În cazul unui circuit deschis $I=0$, $Ir=e=0$ și din (2.9) rezultă că $\mathcal{E}=V_1-V_2$, adică:

Tensiunea la bornele generatorului cu circuitul deschis este egală cu tensiunea electromotoare a generatorului.

De aceea, un *voltmetru conectat la bornele generatorului cu circuitul deschis măsoară tensiunea electromotoare a generatorului.*

• *Măsurarea tensiunii la borne.* Cînd circuitul generatorului este închis, prin circuit curge curentul I. O parte din tensiunea electromotoare a generatorului, egală cu Ir, cade pe rezistența internă a generatorului, iar la bornele sale rămînînd tensiunea $V_1-V_2=\mathcal{E}-Ir$. Deci, *voltmetrul legat la bornele generatorului cu circuitul exterior închis măsoară tensiunea la bornele generatorului.*

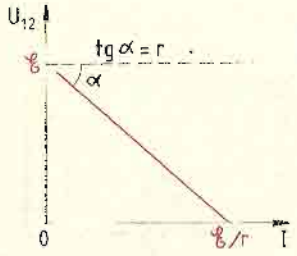


Fig. 3.5

• *Tensiunea la bornele generatorului depinde de intensitatea curentului electric în circuit.* Reprezentînd grafic ecuația $V_1-V_2=U_{12}=\mathcal{E}-Ir$ în funcție de I, pentru $\mathcal{E}$ și r constante, obținem graficul din figura 3.5. Din figură rezultă că *tensiunea la bornele generatorului scade liniar cu creșterea curentului în circuit.*

• *Generatorul în regim de electromotor.* În circuitul din figura 3.6 generatoarele cu t.e.m. $\mathcal{E}_1$ și $\mathcal{E}_2$ ($\mathcal{E}_2>\mathcal{E}_1$) sînt cuplate în opoziție. Sensul

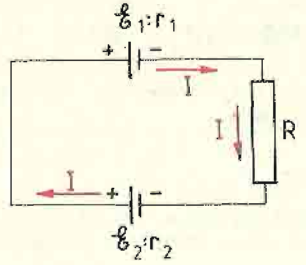


Fig. 3.6

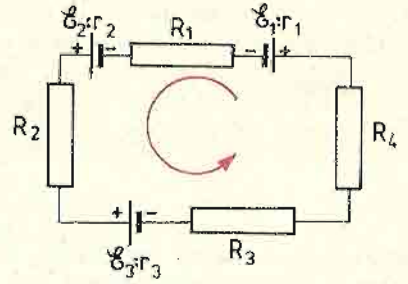


Fig. 3.7.

curentului în circuit este determinat de polaritatea generatorului cu t.e.m. mai mare, $\mathcal{E}_2$. Generatorul cu t.e.m. $\mathcal{E}_1$ nu debitează ci consumă curent. Ca urmare, tensiunea U_1 la bornele lui este egală cu suma t.e.m. $\mathcal{E}_1$ și a căderii de tensiune pe rezistența internă r_1 a generatorului. Dacă intensitatea curentului în circuit este I, atunci

$$U_1=\mathcal{E}_1+I\cdot r_1 \qquad (3.4)$$

Pentru că tensiunea $\mathcal{E}_1$ este opusă tensiunii $\mathcal{E}_2$, care debitează curent în circuit, ea se numește tensiunea contraelectromotoare.

Intensitatea curentului în circuit se obține scriind legea lui Ohm pentru întreg circuitul. Rezistența totală a circuitului este $R+r_1+r_2$ iar t.e.m. totală este $\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1$. Prin urmare.

$$I=\frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1}{R+r_1+r_2} \qquad (3.5)$$

Evident, dacă $\mathcal{E}_1=\mathcal{E}_2$, prin circuit nu trece curent.

Observație: *În scrierea ecuației (3.5) t.e.m. a sursei în care curentul intră în polul (—) și iese din polul (+) s-a luat cu semnul plus. În caz contrar, t.e.m. a sursei se ia cu semnul minus.*

• *Circuitul neramificat cu mai multe surse și rezistori (fig. 3.7).* Dacă se cunoaște sensul curentului în circuit se procedează ca în cazul precedent:

t.e.m. totală din circuitul neramificat este egală cu suma algebrică a t.e.m. ale surselor; se iau cu semnul plus t.e.m. ale surselor în care curentul intră în polul (—) și iese din polul (+) și cu semnul minus în caz contrar.

Dacă nu se cunoaşte sensul curentului în circuit se alege un sens la întîmplare şi se reprezintă printr-o linie cu săgeată (vezi figura). *Se vor lua cu semnul plus tensiunile electromotoare ale surselor în care săgeata intră la polul (—) şi iese la polul (+) şi cu semnul minus tensiunile celorlalte surse.* Rezistenţa totală a circuitului este

$$R_t = \sum_{i=1}^{n} R_i + \sum_{j=1}^{m} r_j$$

unde n = numărul rezistorilor în circuit iar m = numărul surselor în circuit. Intensitatea curentului se scrie

$$I = \frac{\sum_{j=1}^{n} \mathcal{E}_j}{\sum_{i=1}^{n} R_i + \sum_{j=1}^{m} r_j} \qquad (3.6)$$

Dacă se primeşte pentru I valoare negativă înseamnă că sensul de parcurs ales de noi nu coincide cu cel al curentului din circuit ci este opus lui. Se poate, deci, stabili corect sensul curentului.

3.2. CIRCUITE ELECTRICE RAMIFICATE

3.2.1. REŢEAUA ELECTRICĂ

Marea majoritate a circuitelor electrice de interes practic sînt ramificate. Aceasta înseamnă că elementele de circuit (surse, rezistori, condensatori, bobine etc.) sînt incluse în diferite ramuri ale circuitului, ramuri ce se întîlnesc în anumite puncte şi formează ochiuri închise de circuit, cum este cazul circuitului din figura 3.8. Un astfel de circuit, se numeşte reţea electrică. Existenţa ramificaţiilor ne permite să definim următoarele elemente ale reţelei:

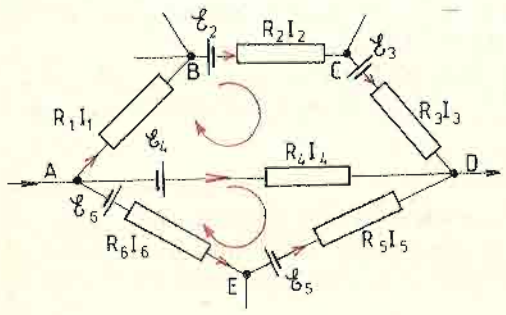


Fig. 3.8

• *nodul de reţea* — un punct al reţelei în care se întîlnesc cel puţin trei ramuri;

• *latura (ramura) reţelei* — porţiunea cu rezistenţă diferită de zero dintre două noduri (dacă rezistenţa circuitului între două puncte este nulă ele reprezintă unul şi acelaşi nod).

• *ochiul de reţea* — conturul poligonal închis format din mai multe ramuri de reţea.

În figura 3.8 *porţiunile AB, BC, CD etc sînt ramuri, punctele A, B, C etc sînt noduri*, iar *poligonul închis ABCDA este ochi de reţea.*

3.2.1.1. Legea I a lui Kirchhoff

Suma algebrică a intensităţilor curenţilor electrici care se întîlnesc într-un nod de reţea este egală cu zero.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \qquad (3.7)$$

Pentru scrierea acestei legi se adoptă şi se respectă convenţia:

$I>0$ — dacă intră în nod;

$I<0$ — dacă iese din nod.

Legea I a lui Kirchhoff este consecinţa legii conservării sarcinii electrice. Într-adevăr, dacă imaginăm nodul N din figura 3.9 în interiorul unei suprafeţe S închise, pentru a rămîne constantă sarcina din interiorul ei, *este necesar ca sarcina ce intră în interiorul suprafeţei în timpul t să fie egală cu sarcina ce iese din interiorul suprafeţei în acelaşi timp.* În nodul N intră sarcină (datorită curentului electric) prin ramurile 1 şi 4 şi iese prin ramurile 2,3 şi 5. Trebuie să avem

$$Q_1 + Q_4 = Q_2 + Q_3 + Q_5$$

Împărţind prin t şi ţinînd seama de (2.1') avem

$$\frac{Q_1}{t} + \frac{Q_4}{t} = \frac{Q_2}{t} + \frac{Q_3}{t} + \frac{Q_5}{t}$$

sau

$$I_1 + I_4 - I_2 - I_3 - I_5 = 0,$$

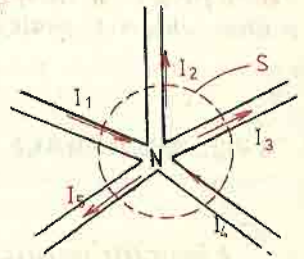


Fig. 3.9

ceea ce concordă cu (3.7). *Pentru un circuit cu n noduri se pot scrie numai n−1 ecuații (3.7) independente.*

3.2.1.2. Legea a II-a a lui Kirchhoff

De-a lungul conturului unui ochi de rețea, suma algebrică a tensiunilor electromotoare este egală cu suma algebrică a produselor dintre intensitatea curentului și rezistența totală din fiecare ramură (a căderilor de potențial)

$$\sum_{i=1}^{n} \mathcal{E}_i = \sum_{j=1}^{m} I_j R_j \qquad (3.8)$$

Pentru a scrie suma algebrică a tensiunilor electromotoare se aplică regula stabilită în cazul circuitului neramificat. Pentru a scrie suma algebrică a produselor *curent* x *rezistență* se procedează astfel:

- *se alege, la întîmplare, un sens al curentului prin fiecare latură a ochiului circuitului;*
- *se alege, la întîmplare, un sens de parcurs al conturului ochiului, reprezentat printr-o linie cu săgeată;*
- *pentru laturile pe care sensul curentului coincide cu sensul de parcurs ales, produsul IR se ia cu semnul plus; în caz contrar produsul poartă semnul minus.*

Aplicarea acestor reguli la ochiul ADEA, figura 3.8 conduce la ecuația

$$\mathcal{E}_4 + \mathcal{E}_5 - \mathcal{E}_6 = I_4R_4 + I_5R_5 - I_6R_6$$

Pentru fiecare ochi independent (care are cel puțin o latură ce nu aparține și altor ochiuri) *se poate scrie cîte o ecuație de tipul* (3.8).

3.2.2. REZISTORUL ECHIVALENT AL UNEI PORȚIUNI DE REȚEA

Elementele rezistive *de circuit* (rezistor, aparate electrice etc) incluse între două puncte a și b ale rețelei electrice *pot fi grupate în serie*, în paralel sau mixt.

Rezistența echivalentă a porțiunii de rețea dintre punctele *a* și *b* ale rețelei este rezistența unui singur rezistor R_e, care inclus între punctele *a* și *b* ale rețelei, sub aceeași tensiune ca și grupul de rezistori, este străbătut de același curent.

• *Gruparea în serie.* Presupunem că între punctele *a* și *b*, între care există tensiunea U_{ab}, sînt incluși rezistorii R_1, R_2, R_3 astfel: o bornă a lui R_1 se leagă la *a*, a doua bornă la prima bornă a lui R_2, a doua bornă a lui R_2 la prima bornă a lui R_3, care are o bornă legată la *b* (fig. 3.10). *O astfel de grupare se numește grupare în serie.* Rezistența echivalentă a acestui grup de rezistori este rezistența rezistorului R_e, care inclus între *a* și *b* este străbătut de curentul *I*, adică pentru care $U_{ab}=R_eI$. Pentru a exprima rezistența R_e în funcție de rezistențele R_1, R_2 și R_3 observăm că

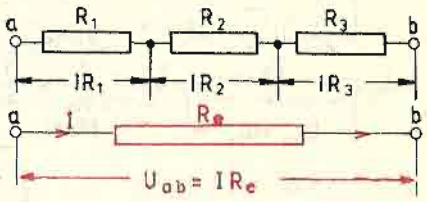


Fig. 3.10

$$U_{ab}=U_1+U_2+U_3=IR_1+IR_2+IR_3$$

sau

$$U_{ab}=I(R_1+R_2+R_3)=IR_e$$

unde

$$R_e=R_1+R_2+R_3$$

Deci

$$R_e=\sum_{i=1}^{n} R_i$$

Rezistența echivalentă a mai mulți rezistori grupați în serie este egală cu suma rezistențelor rezistorilor.

Rezistența echivalentă este mai mare decît oricare din rezistențele individuale.

• *Gruparea în paralel.* Presupunem că între punctele *a* și *b*, între care există tensiunea U_{ab}, sînt incluși rezistorii R_1, R_2, R_3 astfel: cîte o bornă a fiecărui rezistor este legată în *a* iar cealaltă în *b* (fig. 3.11). *O astfel de grupare se numește grupare în paralel.* Este evident că tensiunea între bornele fiecărui rezistor este aceeași. Curentul *I* ce intră în nodul *a* se ramifică în curenții I_1, I_2 și I_3, astfel că $I=I_1+I_2+I_3$ (legea I a lui Kirchhoff). Rezistența echivalentă a acestui grup de rezistori este rezistența rezistorului R_e, care inclus între *a* și *b* este străbătut de același curent total *I*. Pentru a exprima R_e în funcție de

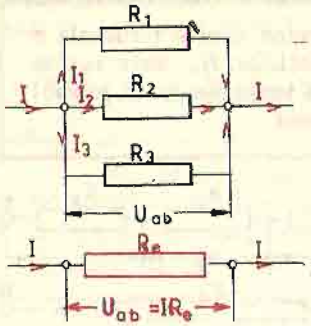


Fig. 3.11

R_1, R_2, R_3 observăm că $I_1 = U_{ab}/R_1$, $I_2 = U_{ab}/R_2$, $I_3 = U_{ab}/R_3$, astfel că

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U_{ab}}{R_1} + \frac{U_{ab}}{R_2} + \frac{U_{ab}}{R_3}$$

sau

$$I = U_{ab}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{U_{ab}}{R_e}$$

unde

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{sau} \quad G_e = G_1 + G_2 + G_3$$

Deci

$$\boxed{\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \quad \text{sau} \quad G_e = \sum_{i=1}^{n} G_i} \qquad (3.10)$$

Inversa rezistenței echivalente a mai multor rezistori grupați în paralel este egală cu suma inverselor rezistențelor rezistorilor individuali; conductanța unui grup de rezistori în paralel este egală cu suma conductanțelor rezistorilor individuali.

Rezistența echivalentă este mai mică decît oricare din rezistențele rezistorilor individuali.

• *Gruparea mixtă.* În figura 3.12 avem o rețea de rezistori din care unii sînt grupați în serie iar alții în paralel. *O astfel de grupare se numește grupare mixtă.* Rezistența echivalentă între punctele *a* și *b* se poate găsi aplicînd formulele (3.9) și (3.10). Astfel:

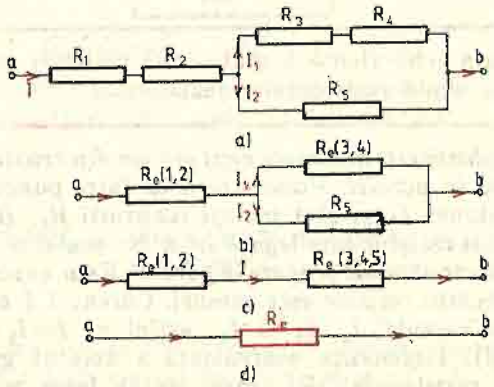


Fig. 3.12

R_1 și R_2 sînt în serie, deci: $R_e(1,2) = R_1 + R_2$

R_3 și R_4 sînt în serie, deci: $R_e(3,4) = R_3 + R_4$

$R_e(3,4)$ și R_5 sînt în paralel, deci: $\dfrac{1}{R_e(3,4,5)} = \dfrac{1}{R_e(3,4)} + \dfrac{1}{R_5}$

$R_e(1,2)$ și $R_e(3,4,5)$ sînt în serie, deci: $R_e = R_e(1,2) + R_e(3,4,5)$

3.2.3. TRANSFORMAREA TRIUNGHI-STEA ȘI STEA-TRIUNGHI

În rețelele mai complexe se întîlnesc situații în care nu putem distinge net rezistorii grupați în serie, în paralel sau mixt, fiind legați mai complex. De exemplu, în figura 3.13, rezistorul R_5 face ca rezistorii R_1 și R_3, precum și R_2 și R_4 să nu fie în paralel; evident ei nu sînt nici în serie. Pentru a putea exprima rezistența echivalentă între punctele *a* și *b* este necesar a transforma una din configurațiile de triunghi (*acd* sau *bcd*) în configurații de stea (fig. 3.14). *Grupul de rezistori R_1, R_2, R_3, ce formează triunghiul acd este echivalent cu grupul de rezistori r_1, r_2, r_3 ce formează steaua Oa, Oc, Ob.* Cunoscînd valorile rezistențelor R_1,

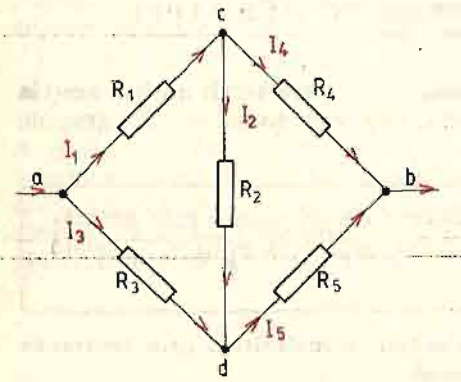


Fig. 3.13

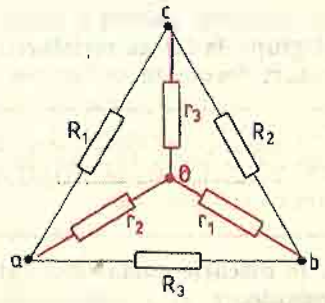


Fig. 3.14

R_2, R_3 se pot calcula valorile rezistențelor r_1, r_2, r_3, și invers, cu ajutorul formulelor:

$$\begin{cases} r_1 = \dfrac{R_2R_3}{R_1+R_2+R_3} \\ r_2 = \dfrac{R_3R_1}{R_1+R_2+R_3} \\ r_3 = \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_3} \end{cases} \qquad \begin{cases} R_1 = \dfrac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_1} \\ R_2 = \dfrac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_2} \\ R_3 = \dfrac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_3} \end{cases} \tag{3.11}$$

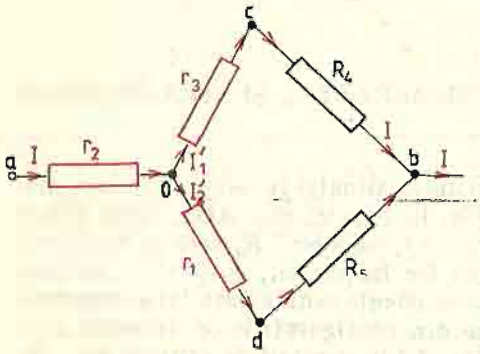


Fig. 3.15

Înlocuind în fig. 3.13 triunghiul *acd* prin stea se obține figura 3.15, în care rezistorii r_3 și R_4, r_1 și R_5 sînt în serie, rezistențele lor echivalente $R_e(3, 4)$ și $R_e(1, 5)$ sînt în paralel, iar rezistența echivalentă $R_e(1, 3, 4, 5)$ este în serie cu r_2. Cu ajutorul formulelor (3.11) (coloana a doua) se poate trece și de la configurația de stea la configurația de triunghi.

3.2.4. GRUPAREA GENERATOARELOR (SURSELOR)

În practică, pentru a obține generatori cu parametrii doriți, aceștia se pot grupa la fel ca rezistorii: *în serie*, *în paralel* sau *mixt*. Un grup de generatori formează o *baterie*.

> Generatorul echivalent unei baterii de generatori este generatorul care debitează printr-un rezistor cuplat la polii săi același curent ca și bateria.

Luăm în discuție numai generatori identici, caracterizați prin tensiunea electromotoare $\mathcal{E}$ și rezistența internă r.

• *Gruparea în serie a generatorilor*. La gruparea în serie a generatorilor polul plus al unui generator se leagă la polul minus al altui generator, astfel că la extremități rămîne liber un pol minus și un pol plus, care reprezintă polii bateriei de generatori. Circuitul din figura 3.16 a este alimentat de o baterie formată din n generatori care întreține curentul I prin rezistorul R. Aplicînd legea lui Ohm (3.2') circuitului echivalent din figura 3.16 b avem:

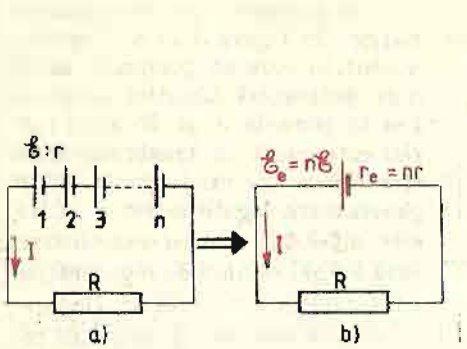


Fig. 3.16

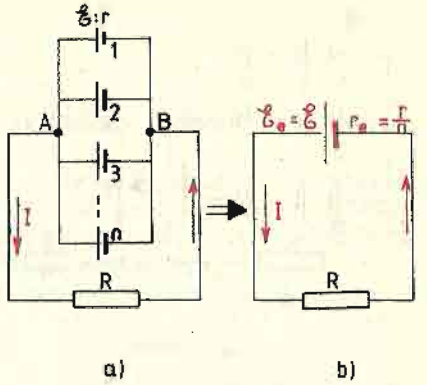


Fig. 3.17

$$I = \frac{\mathcal{E}_e}{R+r_e} = \frac{n\mathcal{E}}{R+nr} \tag{3.12}$$

Același curent este menținut prin rezistorul R de generatorul echivalent cu tensiunea electromotoare $\mathcal{E}_e = n\mathcal{E}$ și rezistența interioară $r_e = nr$.

• *Gruparea în paralel a generatorilor*. La gruparea în paralel *se leagă polul plus al tuturor generatorilor într-un nod A și polul minus al tuturor generatorilor în alt nod B* (figura 3.17 a). Tensiunea între nodurile A și B, *polii bateriei*, este egală cu tensiunea electromotoare $\mathcal{E}$ a unui generator. Deci, $\mathcal{E}_e = \mathcal{E}$. Rezistența internă a bateriei este egală cu rezistența echivalentă a n rezistori cu rezistența r grupați în paralel. Aplicînd formula (3.10) obținem $r_e = r/n$. Scriind legea lui Ohm (3.2') pentru circuitul echivalent din figura 3.17 b avem:

$$I = \frac{\mathcal{E}_e}{R+r_e} = \frac{\mathcal{E}}{R+\frac{r}{n}} \tag{3.13}$$

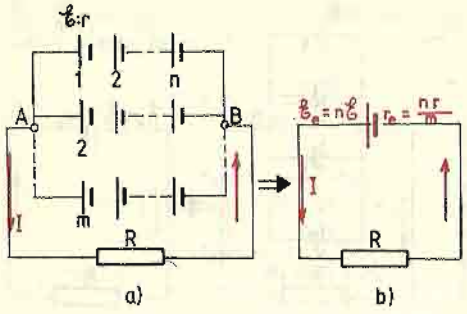


Fig. 3.18

• *Gruparea mixtă a generatorilor.* În figura 3.18 a ilustrăm modul în care se grupează mixt *n.m* generatori identici. Tensiunea la bornele *A* şi *B* ale bateriei este egală cu tensiunea electromotoare a unei grupe de *n* generatoare legate în serie, adică este $n\mathcal{E}=\mathcal{E}_e$. Rezistenţa interioară a unei ramuri de *n* generatori conectaţi în serie este *nr*. Deoarece bateria conţine *m* astfel de rezistenţe, conectate în paralel, rezistenţa ei echivalentă este $r_e=nr/m$. Aplicînd legea lui Ohm (3.2') circuitului echivalent din figura 3.18 b obţinem intensitatea curentului:

$$I=\frac{\mathcal{E}_e}{R+r_e}=\frac{n\mathcal{E}}{R+\frac{nr}{m}} \qquad (3.14)$$

3.3. APLICAŢII SIMPLE

Enumerăm doar cîteva din cele mai simple şi mai comune aplicaţii ale legilor ce guvernează circuitele de curent continuu. Deoarece rezistenţa interioară a generatorului este, în general, mică comparativ cu rezistenţa aparatelor din circuit pe care le alimentează, *se obişnuieşte să se neglijeze rezistenţa interioară a generatorului.*

3.3.1. REOSTATUL ŞI POTENŢIOMETRUL

• *Reostatul* este un rezistor cu rezistenţă reglabilă care inclus în serie în circuit permite modificarea curentului în acesta, tensiunea generatorului rămînînd practic constantă. Intensitatea curentului în circuitul din figura 3.19 este

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+R_1}$$

unde R_1 este variabil.

Deosebim două tipuri principale de reostate:

a) cu cursor (fig. 3.19) — permite variaţia practic continuă a curentului;

b) cu manetă (fig. 3.20) — permite variaţia în trepte a curentului.

• *Reostatul-potenţiometru* permite modificarea tensiunii aplicate consumatorului, la o tensiune constantă a generatorului. Analizăm două regimuri de funcţionare ale reostatului-potenţiometru.

Funcţionarea în gol (fig. 3.2.1 a). Tensiunea generatorului se aplică la capetele *A* şi *B* ale rezistorului *R*, iar *între punctele B şi C nu avem sarcină*. Punctul *C*, în care se află cursorul potenţiometrului, împarte rezistenţa *R* în două părţi: $R=R_1+R_1'$. Intensitatea curentului în circuit poate fi scrisă astfel:

$$I=\frac{U_1}{R_1}=\frac{U_1'}{R_1'}=\frac{U_1+U_1'}{R_1+R_1'}=\frac{\mathcal{E}}{R}$$

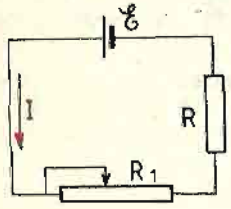


Fig. 3.19

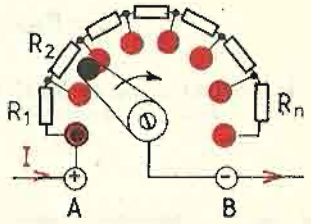


Fig. 3.20

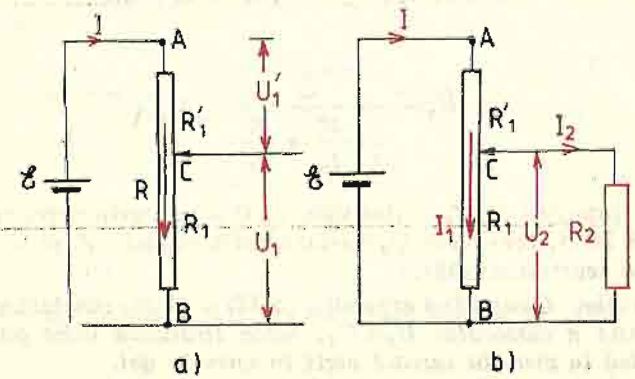


Fig. 3.21

de unde

$$U_1=\frac{R_1}{R_1+R_1'}\mathcal{E}=\frac{\mathcal{E}}{1+\frac{R_1'}{R_1}} \qquad (3.15)$$

Modificînd raportul R_1'/R_1 între valorile 0 şi ∞, prin deplasarea cursorului din A în B, tensiunea U_1 variază între valorile $\mathcal{E}$ şi 0.

Funcţionarea în sarcină (figura 3.21 b). Tensiunea generatorului se aplică la capetele A şi B ale rezistorului R iar *între punctele B şi C există rezistorul de sarcină* R_2. Rezistenţa echivalentă între punctele B şi C este

$$R_{BC}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

iar rezistenţa echivalentă totală este

$$R_e=R_{BC}+R_1'=\frac{R_1R_2+R_2R_1'+R_1R_1'}{R_1+R_2}$$

Deci, intensitatea curentului principal (prin R_1') este:

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_e}$$

Tensiunea U_2, aplicată rezistorului R_2 este

$$U_2=IR_{BC}=\frac{\mathcal{E}}{R_e}R_{BC}=\frac{R_1R_2\mathcal{E}}{R_1R_2+R_1R_1'+R_2R_1'}$$

sau

$$U_2=\frac{\mathcal{E}}{1+\frac{R_1'}{R_2}+\frac{R_1'}{R_1}} \qquad (3.16)$$

Modificînd raportul R_1'/R_1, între valorile 0 şi ∞, prin deplasarea cursorului din A în B, tensiunea U_2 variază între valorile $\mathcal{E}$ şi 0. (La $R_1'=R_1$, R_2 este scurtcircuitată).

Observaţie: *Comparînd expresiile (3.15) şi (3.16) constatăm că pentru aceeaşi poziţie a cursorului $U_2<U_1$, adică tensiunea între punctele BC este mai mică la mers în sarcină decît la mers în gol.*

3.3.2. PUNTEA WHEATSTONE

Puntea Wheatstone este un circuit electric cu ajutorul căruia se pot măsura, cu bună precizie, rezistenţe cuprinse între 1Ω şi 1MΩ.

• *Descrierea circuitului*. Cum se vede pe figura 3.22, circuitul constă din următoarele elemente. Între nodurile A şi B, alimentate de la generatorul $\mathcal{E}$, se găsesc două ramificaţii:

— *în ramificaţia* (*1*) se află în serie rezistorul etalon, de valoare fixă R_1 şi rezistenţa de măsurat R_x;

— *în ramificaţia* (*2*) se află în serie rezistorul etalon de valoare fixă R_2 şi un rezistor etalon variabil R_e*. Între punctele C şi D ale circuitului este plasat un galvanometru G, aparat foarte sensibil, care poate detecta curenţi slabi, pînă la $10^{-9}A$.

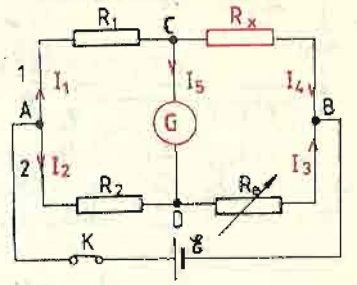


Fig. 3.22

• *Echilibrul punţii*. Se consideră puntea echilibrată cînd acul indicator al galvanometrului G nu indică curent, adică $I_5=0$.

• *Condiţia de echilibru*. Curentul $I_5=0$ numai dacă potenţialul electric în punctele C şi D este acelaşi. Deci:

$$I_5=0\Rightarrow\begin{cases}V_C=V_D\\ I_1=I_4\\ I_2=I_3\end{cases}$$

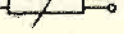
De asemenea:

$$V_C=V_D\Rightarrow\begin{cases}V_A-V_C=V_A-V_D\\ V_C-V_B=V_D-V_B\end{cases}\quad\text{sau}\quad\begin{matrix}R_1I_1=R_2I_2\\ R_xI_1=R_eI_2\end{matrix}$$

de unde

$$\boxed{R_x=\frac{R_1}{R_2}R_e} \qquad (3.17)$$

Valorile R_1 şi R_2 se cunosc, iar valoarea R_e se citeşte pe rezistorul etalon reglabil.

* Simbolul în circuit al rezistorului cu rezistenţă variabilă este 

3.3.3. POTENȚIOMETRUL COMPENSATOR

Potențiometrul compensator este un circuit electric cu ajutorul căruia se poate măsura cu precizie foarte ridicată tensiunea electromotoare a generatorilor. În § 3.1.2 am arătat că *t.e.m. trebuie măsurată cînd circuitul sursei este deschis*, și curentul prin sursă este nul. Măsurînd t.e.m. cu voltmetrul acesta extrage din sursă un curent, deoarece rezistența sa R_v este finită. Voltmetrul măsoară, deci, tensiunea la bornele sursei și nu t.e.m. Potențiometrul compensator lucrează pe principiul compensării t.e.m. a sursei necunoscute cu ajutorul unei diferențe de potențial cunoscute.

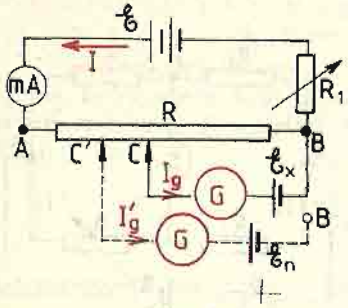


Fig. 3.23

• *Descrierea circuitului.* Cum se vede în figura 3.23, în circuitul potențiometrului compensator există *două surse cu polaritatea în opoziție*: sursa $\mathcal{E}$, care generează prin rezistorul calibrat R un curent constant I și sursa $\mathcal{E}_x$ a cărei t.e.m. se măsoară. Rezistorul variabil R_1 permite stabilirea intensității curentului în circuitul sursei $\mathcal{E}$ la valoarea dorită. *Galvanometrul G permite constatarea prezenței sau lipsei curentului prin sursa* $\mathcal{E}_x$. Circuitul permite înlocuirea sursei necunoscute $\mathcal{E}_x$ printr-o sursă $\mathcal{E}_n$ cu tensiune etalon, foarte precis cunoscută.

• *Efectuarea măsurătorii.* Prin deplasarea cursorului C între capetele rezistorului calibrat R se poate face ca diferența de potențial $V_C - V_B = IR_{CB}$ să fie mai mare decît $\mathcal{E}_x$, mai mică decît $\mathcal{E}_x$ sau egală cu $\mathcal{E}_x$. În aceste condiții sursa $\mathcal{E}_x$ lucrează astfel:

$V_C - V_B > \mathcal{E}_x$ — *sursa* $\mathcal{E}_x$ *este consumator de curent*;

$V_C - V_B = \mathcal{E}_x$ — *curentul prin sursa* $\mathcal{E}_x$ *este nul*;

$V_C - V_B < \mathcal{E}_x$ — *sursa* $\mathcal{E}_x$ *este generator de curent.*

Precizarea poziției cursorului pentru care $I_g = 0$, se face cu ajutorul galvanometrului. În această poziție se spune că sursa $\mathcal{E}_x$ *este compensată*, adică $IR_{CB} = \mathcal{E}_x$. Se înlocuiește sursa $\mathcal{E}_x$ cu sursa etalon $\mathcal{E}_n$, care de asemenea se compensează. Dacă în acest caz $I_g = 0$ pentru poziția C' a cursorului, atunci $IR_{C'B} = \mathcal{E}_n$. Curentul I în circuitul principal, măsurat de miliampermetrul mA, se menține cu strictețe același, cu ajutorul rezistorului R_1. Făcînd raportul $\mathcal{E}_x/\mathcal{E}_n$ obținem:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_n \frac{R_{C'B}}{R_{CB}} \qquad (3.18)$$

Valorile rezistențelor $R_{C'B}$ și R_{CB} se citesc pe rezistorul calibrat R iar t.e.m. $\mathcal{E}_n$ se cunoaște.

3.3.4. VOLTMETRUL ȘI AMPERMETRUL

În § 3.1.1 am arătat că aparatele de măsură se caracterizează prin: *rezistență interioară, valoare maximă a mărimii de măsurat, sensibilitate* etc. Acum arătăm cum putem mări valoarea maximă U_m a tensiunii pe care o poate măsura un voltmetru și valoarea maximă I_m, pe care o poate măsura un ampermetru.

• *Voltmetrul.* Admitem că dispunem de un voltmetru al cărui ac indicator deviază pînă la diviziunea maximă cînd tensiunea la bornele sale este U_m (fig. 3.24 a). *Ce modificare trebuie să aducem voltmetrului pentru a putea măsura o tensiune de n ori mai mare decît* U_m? Tensiunea U_m poate fi exprimată atît în funcție de I_R cît și în funcție de I_v: $U_m = I_R R = I_v R_v$, R_v fiind rezistența internă a voltmetrului. Tensiunea U (fig. 3.24 b), mai mare decît U_m se poate scrie $U = U_m + U_a = I_v R_v + U_a$, unde U_a *este tensiunea adițională* iar $U = nU_m$ prin ipoteză. Dacă mărim rezistența ramurii voltmetrului cu rezistența adițională R_{ad} astfel că $U_a = I_v R_{ad}$ atunci putem scrie:

$$nI_v R_v = I_v R_v + I_v R_{ad}$$

de unde

$$R_{ad} = (n-1)R_v \qquad (3.19)$$

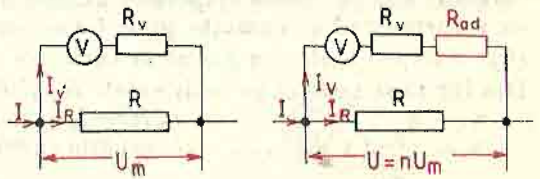


Fig. 3.24

Deci:

> Pentru a mări domeniul de măsurare al unui voltmetru de n ori trebuie să adăugăm, în serie cu R_v, o rezistență adițională mai mare de $n-1$ ori decît R_v.

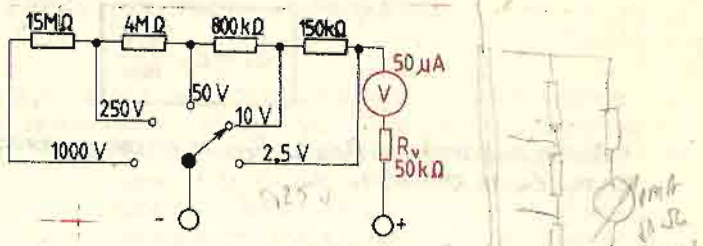


Fig. 3.25

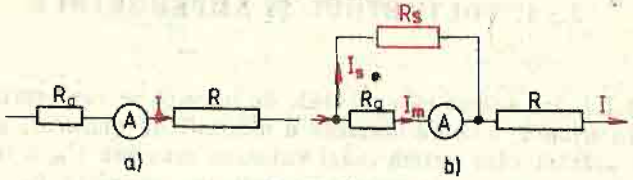


Fig. 3.26

În figura 3.25 prezentăm schema unui voltmetru cu mai multe domenii de măsurare, confecționat dintr-un voltmetru cu rezistența interioară R_v=50 kΩ, al cărui ac deviază toată scala cînd este parcurs de curentul egal cu 50 μA.

• *Ampermetrul.* Presupunem că avem un ampermetru cu rezistența interioară R_a, al cărui ac indicator deviază pînă la diviziunea maximă cînd curentul prin el are valoarea I_m (fig. 3.26 a). *Ce modificare trebuie să aducem ampermetrului pentru a putea măsura un curent I de n ori mai mare decît I_m?* Evident, trebuie să creăm posibilitatea ca o parte din curentul I să ocolească ampermetrul. Rezistența R_s a ramurii în paralel cu ampermetrul se numește **șunt**. *Ce valoare trebuie să aibă rezistorul R_s (fig. 3.26 b), pentru ca partea de curent ce trece prin el să fie $I_s=I-I_m$?* Din figură se vede că pe rezistențele R_a și R_s cade aceeași tensiune adică $I_mR_a=I_sR_s$, astfel că $I_s=R_aI_m/R_s$. Înlocuind în ecuația curenților avem:

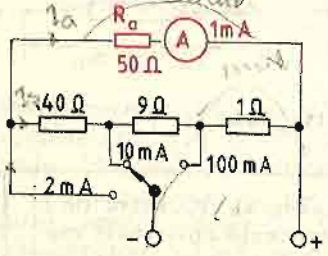


Fig. 3.27

$$\frac{R_aI_m}{R_s}=nI_m-I_m$$

de unde

$$R_s=\frac{R_a}{n-1} \qquad (3.20)$$

Deci:

> Pentru a mări de n ori domeniul de măsurare al unui ampermetru trebuie să includem, în paralel cu ampermetrul, un rezistor șunt cu rezistența R_s, mai mică de $n-1$ ori decît rezistența R_a a ampermetrului.

În figura 3.27 prezentăm schema unui ampermetru cu mai multe domenii de măsurare; confecționat dintr-un ampermetru cu rezistența internă de 50 Ω, al cărui ac deviază toată scala cînd este parcurs de curentul egal cu I_a=1 *mA*.

3.3.5. CIRCUITUL RC SERIE

Urmărim modul în care se încarcă condensatorul C (fig. 3.28 a) prin rezistorul R, atunci cînd este legat la sursa $\mathcal{E}$, punînd comutatorul K în poziția 1. Tensiunea electromotoare a sursei creează în circuit un curent electric, în sensul arătat, al cărui conținut este deplasarea electronilor în sens opus curentului, adică de la armătura superioară a condensatorului la cea inferioară. Drept rezultat, *placa superioară a condensatorului se încarcă pozitiv iar placa inferioară se încarcă negativ.* Experiența ne arată că încărcarea condensatorului nu are loc instantaneu ci într-un timp finit. De asemenea, la trecerea comutatorului K în poziția 2, condensatorul nu se descarcă instantaneu prin rezistor, ci în timp finit. (În lipsa rezistorului încărcarea și descărcarea condensatorului ar fi instantanee). Vom explica acest fenomen și vom stabili legea de variație în timp a mărimilor caracteristice curentului.

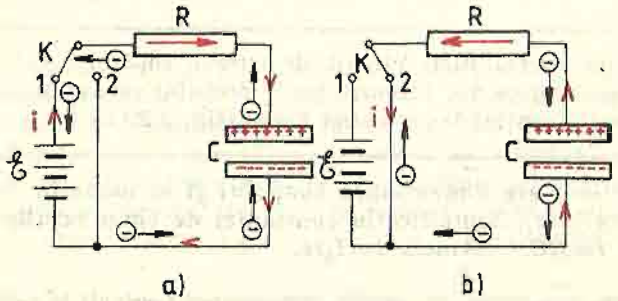


Fig. 3.28

3.3.5.1. Încărcarea condensatorului

La momentul $t=0$, cînd punem comutatorul K în poziția 1, condensatorul este complet descărcat și singura tensiune în circuit este t.e.m. $\mathcal{E}$ a sursei. Deci, intensitatea inițială a curentului este $I_0=\mathcal{E}/R$. La un moment ulterior t, cînd sarcina condensatorului a devenit q^*, în circuit *apare o diferență de potențial între armăturile condensatorului*: $u_c=q/C$. Scriind legea a doua a lui Kirchhoff pentru circuit tensiunea de pe condensator se ia cu semnul minus, *deoarece curentul intră în placa pozitivă și iese din placa negativă*. Deci, la orice moment pe durata încărcării condensatorului este satisfăcută ecuația:

$$\mathcal{E}-u_C=iR \quad \text{sau} \quad \mathcal{E}=iR+\frac{q}{C} \tag{3.21}$$

În ecuația (3.21), mărimile $\mathcal{E}$, R și C sînt constante. Derivînd ecuația (3.21) în raport cu timpul și înlocuind $dq/dt=i$, obținem:

$$\frac{di}{dt}R=-\frac{i}{C} \quad \text{sau} \quad \frac{di}{i}=-\frac{dt}{RC} \tag{3.21'}$$

Integrînd această ecuație între momentele $t=0$, cînd $i=I_0$, și t, cînd intensitatea curentului este i, avem

$$\int_{I_0}^{i}\frac{di}{i}=-\frac{1}{RC}\int_0^t dt, \quad \text{sau} \quad \ln i-\ln I_0=-\frac{t}{RC}$$

de unde obținem

$$i=I_0e^{-\frac{t}{RC}} \tag{3.22}$$

Deci:

> La închiderea unui circuit de curent continuu care conține rezistor și condensator intensitatea curentului este maximă la $t=0$ și scade exponențial la zero cînd $t\to\infty$ (fig. 3.29 a).

Produsul $RC=\tau$ are dimensiunea timpului și se numește constantă de timp a circuitului. Semnificația constantei de timp rezultă din (3.22) dacă luăm $t=RC$. Obținem $i=I_0/e$.

* Valorile instantanee ale sarcinii, curentului și tensiunii le notăm cu literele mici q, i, și u.

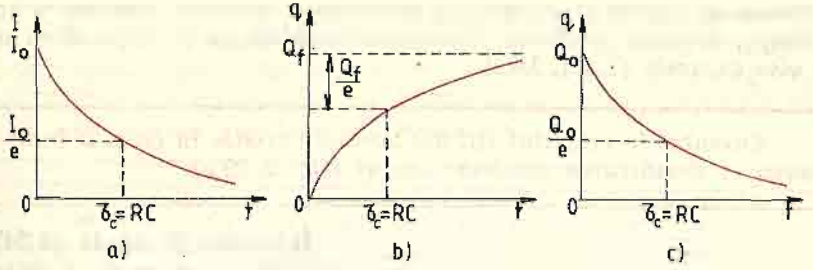


Fig. 3.29

> Constanta de timp a unui circuit RC este timpul de la închiderea circuitului în care intensitatea curentului descrește de $e=2{,}71$ ori.

Înlocuind (3.22) în (3.21) și rezolvînd în raport cu q obținem variația în timp a sarcinii electrice pe condensator:

$$q=Q_f\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right) \tag{3.23}$$

unde $Q_f=\mathcal{E}C$ este sarcina finală (la $t=\infty$) a condensatorului. În figura 3.29 b prezentăm variația în timp a sarcinii q dată de (3.23). Variația tensiunii u_C, la bornele condensatorului, este aceeași ca și variația sarcinii condensatorului, deoarece $q=Cu_C$.

3.3.5.2. Descărcarea condensatorului

Trecînd comutatorul în poziția 2 se exclude din circuit tensiunea $\mathcal{E}$. Rămîne numai tensiunea pe condensator (fig. 3.28 b), care scade pe măsura descărcării condensatorului. Pentru a găsi variația în timp a curentului în circuit, și a sarcinii condensatorului, aplicăm din nou legea a II-a a lui Kirchhoff. Observăm că la descărcarea condensatorului *curentul intră în placa negativă și iese din cea pozitivă*, astfel că tensiunea condensatorului intră cu semnul plus în ecuația (3.8). Obținem

$$u_C=iR \quad \text{sau} \quad \frac{q}{C}=iR \tag{3.24}$$

Derivînd în raport cu timpul și înlocuind $-dq/dt=i$ (sarcina q scade în timp), obținem o ecuație diferențială identică cu (3.21') a cărei soluție este expresia (3.22). Deci:

Curentul în circuitul *RC* are aceeași variație în timp la încărcarea și descărcarea condensatorului (fig. 3.29 a).

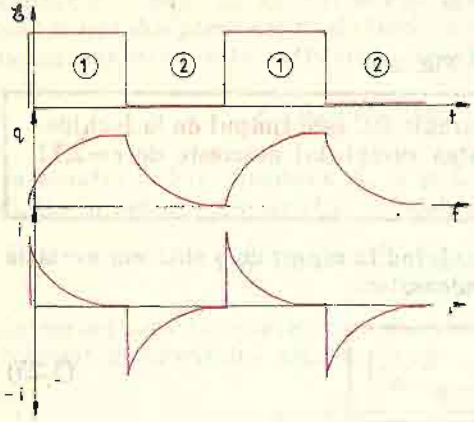


Fig. 3.30

Înlocuind (3.22) în (3.24) și rezolvînd în raport cu q obținem

$$q=Q_0e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (Q_0=Q_f) \qquad (3.25)$$

Din (3.25) rezultă că descărcarea condensatorului are loc exponențial în timp, cu aceeași constantă de timp $\tau=RC$, cu care are loc încărcarea (fig. 3.29 c). Dacă comutatorul K (fig. 3.28 a) este trecut succesiv din poziția 1 în poziția 2, cu o anumită frecvență constantă, atunci variația în timp a mărimilor $\mathcal{E}$, q și i din circuit este cea din figura 3.30.

34. ENERGIA ȘI PUTEREA CURENTULUI CONTINUU

34.1. ENERGIA ELECTRICĂ

Cum știm, curentul electric reprezintă un transport de sarcină electrică dintr-un punct în altul al conductorului. Transportul sarcinii electrice este efectuat de forța cîmpului electric care este instalat în conductor de către generator. Pe de altă parte, pentru transportul sarcinii electrice dintr-un punct în altul se efectuează lucru mecanic, se cheltuiește energie. Această energie provine de la generator, care transformă alte forme de energie în energie electrică. *Ce se întîmplă cu energia pe care generatorul o transferă sarcinilor electrice?*

În orice conductor parcurs de curent, și în orice consumator de curent, o parte din energia electrică furnizată de generator se transformă în energie termică (*Efectul termic* al curentului electric, pe baza căruia funcționează reșourile).

În unii conductori (în electroliți) o parte din energia furnizată de generator se transformă în energie chimică (*Efectul chimic* al curentului electric, pe baza căruia se încarcă acumulatoarele).

O parte din energia furnizată de generator se transformă totdeauna în energia cîmpului magnetic ce înconjoară curentul (*Efectul magnetic* al curentului electric, care se manifestă, de exemplu, la macaralele cu electromagneți).

În unii consumatori, cum sînt motoarele electrice, *o parte* din energia furnizată de generator, se transformă în energie mecanică. Această transformare are loc în urma interacțiunii dintre cîmpul magnetic și curenții electrici.

În unii consumatori, cum sînt becurile, *o parte* din energia furnizată de generator se transformă în energie luminoasă, energia undelor electromagnetice.

Enumerarea ar putea continua cu alte exemple de transformare a energiei electrice în alte forme de energie.

• *Energia furnizată de generator.* În § 2.1.2 *am definit tensiunea electromotoare a unui generator (formula 2.6) ca fiind lucrul mecanic efectuat de forțele electromotoare (de cîmpul electromotor) pentru a deplasa unitatea de sarcină electrică pe întreg circuitul.* Lucrul mecanic efectuat de generator în timpul t reprezintă energia electrică furnizată de el, astfel că din (2.6") avem

$$W_g=\mathcal{E}q=\mathcal{E}It=I^2(R+r)t=\frac{\mathcal{E}^2}{R+r}t \qquad (3.26)$$

unde, pentru a scrie a doua și a treia egalitate am folosit expresiile (2.1') și respectiv (3.2).

Energia furnizată de generator într-un circuit este egală cu produsul dintre t.e.m. a generatorului, intensitatea curentului în circuit și timpul cît trece curent prin circuit.

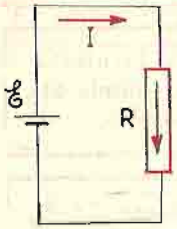


Fig. 3.31

• *Energia preluată de consumator.* Considerăm drept consumator un dispozitiv oarecare cu rezistență R, *cuplat direct la bornele generatorului* (fig. 3.31). Expresia (3.26) poate fi scrisă sub forma

$$W_g = I^2Rt + I^2rt = W_c + W_{int}. \qquad (3.26')$$

în care primul termen în membrul drept este energia preluată de la generator de către consumatorul cu rezistența R, iar al doilea termen este energia care se consumă pe rezistența internă a generatorului. Deci

$$W_c = I^2Rt = UIt = \frac{U^2}{R}t \qquad (3.27)$$

iar

$$W_{int} = I^2rt = eIt = \frac{e^2}{r}t \qquad (3.28)$$

Energia preluată de consumator de la generator este egală cu produsul dintre tensiunea la bornele generatorului, intensitatea curentului în circuit și timpul cît trece curent prin consumator

Observație *Energia W_{int}, disipată pe rezistența internă a generatorului, nu poate fi utilizată.*

• *Pierderi de energie pe linie.* Dacă *consumatorul nu este cuplat direct la bornele generatorului*, ci se află la o distanță oarecare, *o parte din energia* disponibilă la bornele generatorului *se pierde* pe rezistența conductorilor care leagă consumatorul la generator. Notăm prin R_l rezistența conductorilor de legătură între generator și consumator. Rezistența totală cuplată la bornele generatorului este atunci $R+R_l$. Înlocuind în (3.27) pe R prin $R+R_l$ obținem

$$W_c = I^2Rt + I^2R_lt = U'It + \Delta UIt \qquad (3.29)$$

unde

$$W_c' = I^2Rt = U'It = \frac{U'^2}{R}t \qquad (3.30)$$

este energia preluată de consumatorul îndepărtat iar

$$\Delta W_l = I^2R_lt = \Delta UIt = \frac{(\Delta U)^2}{R_l}t \qquad (3.31)$$

este energia pierdută pe linia de transmitere a energiei de la generator la consumator. *U este tensiunea la bornele generatorului, U' tensiunea la bornele consumatorului* și *ΔU căderea de tensiune pe linia de transport.*

• *Unitatea SI pentru energie* este Joule-ul. $1J = 1\ W \cdot 1s$. În practică se folosește des unitatea denumită kilowatoră — kWh.

$$1\ kWh = 1\ W \cdot 1\ h = 1\ W \cdot 3600\ s = 3{,}6 \cdot 10^3 J.$$

• Dacă consumatorul este un rezistor pur atunci toată energia consumată de el se transformă în căldură prin efectul Joule (efectul termic al curentului). *Expresia (3.27) sau (3.36) ne dă în acest caz energia termică degajată în rezistor.*

Din *aplicațiile tehnice ale efectului termic* amintim:
— *lămpile electrice cu incandescență* (becurile)
— *aparatele electrice de încălzit* (reșourile)
— *cuptoarele electrice cu rezistență.*

3.4.2. PUTEREA CURENTULUI ELECTRIC

Prin definiție, puterea este egală cu raportul dintre energie și timp. Prin urmare vom avea

• *Puterea generatorului*:

$$P_g = \mathcal{E}I = I^2(R+r) = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \qquad (3.32)$$

• *Puterea preluată de consumator*:

$$P_c = UI = I^2R = \frac{U^2}{R} \qquad (3.33)$$

• *Puterea disipată în interiorul generatorului.*

$$P_{int} = eI = I^2r = \frac{e^2}{r} \qquad (3.34)$$

• *Puterea pierdută pe linia de transport*:

$$\Delta P_l = \Delta U I = I^2 R_l = \frac{(\Delta U)^2}{R_l} \tag{3.35}$$

• *Unitatea SI pentru puterea electrică* este, la fel ca în mecanică, Watt-ul, cu multiplii și submultiplii săi:

$$1\ \text{GW} = 10^9\text{W};\quad 1\ \text{MW} = 10^6\text{W};\quad 1\ \text{kW} = 10^3\text{W};$$
$$1\ \text{mW} = 10^{-3}\text{W};\quad 1\ \mu\text{W} = 10^{-6}\text{W}.$$

3.4.3. RANDAMENTUL GENERATORULUI

După cum am văzut, puterea convertită de generator în energie electrică este P_g. Din aceasta el cedează consumatorului sub formă de putere utilă, puterea P_c. De aceea, *randamentul electric al generatorului* este

$$\eta_e = \frac{P_c}{P_g} = \frac{UI}{\mathcal{E}I} = \frac{U}{\mathcal{E}} < 1 \tag{3.36}$$

• *Transferul maxim de putere de la generator la consumator.* Expresia (3.33) poate fi transformată astfel:

$$P_c = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{\left(\sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2}.$$

Deoarece numărătorul acestei funcții este constant, P_c *este maxim cînd numitorul ei este minim.* Observăm că produsul termenilor de la numitor este constant

$$(\sqrt{R}) \cdot \left(\frac{r}{\sqrt{R}}\right) = r = \text{const.}$$

În matematică se demonstrează teorema:

> Suma a doi termeni al căror produs este constant este minimă atunci cînd termenii sînt egali.

În cazul nostru, numitorul este minim cînd $R=r$. Puterea maximă absorbită de consumator este, deci

$$P_{cM} = \frac{r\mathcal{E}^2}{(r+r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \tag{3.37}$$

Rezultă că:

> Puterea transferată de la un generator spre un consumator este maximă atunci cînd rezistența consumatorului este egală cu rezistența internă a generatorului: (Se spune că generatorul lucrează în *sarcină adaptată*)

Ținînd seama de (3.2') și de (3.3) observăm că în regim de transfer maxim de putere avem:

• *intensitatea curentului în circuit*

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2r} = \frac{I_{sc}}{2};$$

• *tensiunea la bornele generatorului*

$$U = IR = r\frac{I_{sc}}{2} = \frac{\mathcal{E}}{2};$$

• *Randamentul generatorului*

$$\eta_e = \frac{P_{cM}}{P_g} = \frac{\mathcal{E}^2/4r}{\mathcal{E}I_{sc}/2} = \frac{\mathcal{E}}{2rI_{sc}} = \frac{1}{2};$$

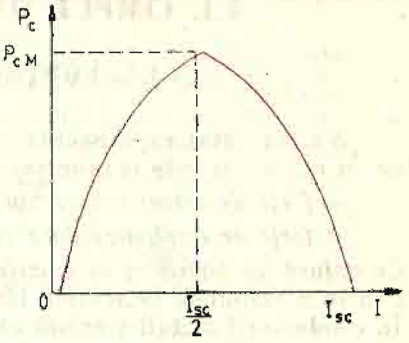


Fig. 3.32

În figura 3.32 prezentăm dependența puterii consumate de intensitatea curentului prin circuit, dată de expresia

$$P_c = P_g - P_{int} = (\mathcal{E} - rI)\, I$$

Curba este un arc de parabolă care intersectează axa curentului la $I=0$ și la $I=\mathcal{E}/r=I_{sc}$ și *are maxim la* $I=I_{sc}/2$.

Capitolul 4
CÎMPUL MAGNETIC

4.1. CÎMPUL MAGNETIC ÎN VID

4.1.1. FORȚELE MAGNETICE

S-a constatat experimental că între doi conductori paraleli parcurși de curent electric se manifestă:

— *forțe de atracție dacă curenții au același sens* (fig. 4.1a);

— *forțe de respingere dacă curenții au sens opus* (fig. 4.1b).

Ce natură au forțele ce se manifestă între curenții electrici?

Pentru a răspunde la această întrebare plecăm de la ceea ce știm deja. În conductorii metalici există electroni liberi, distribuiți uniform printre ionii pozitivi din nodurile rețelei cristaline. Sarcina pozitivă totală a ionilor este egală în valoare cu sarcina negativă a electronilor liberi, astfel că în ansamblu *conductorii rămîn electric neutri, indiferent dacă electronii liberi participă sau nu la mișcare în curent*. Prin urmare, cîmpul electric generat de conductorii neutri parcurși de curent este nul. Este nulă, deci, și forța de natură electrică dintre ei.

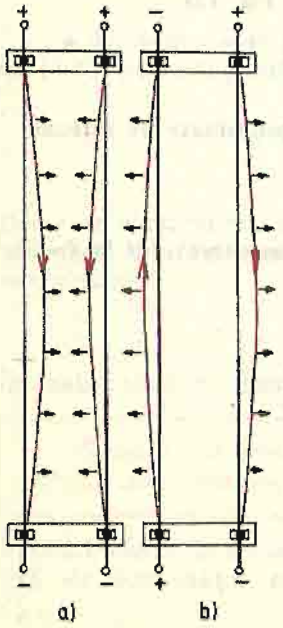


Fig. 4.1

Din motive istorice, forța care se manifestă între conductorii parcurși de curent electric se numește forță magnetică. Denumirea provine de la faptul că *asupra unui conductor parcurs de curent, aflat în vecinătatea unui magnet, acționează o forță de aceeași natură* ca între doi curenți. Reținem că existența forțelor magnetice nu poate fi explicată pe baza mecanicii newtoniene. Într-adevăr, în mecanica newtoniană *existența forțelor este însoțită de existența accelerațiilor. Mișcarea în curent a electronilor este uniformă (vezi § 2.2.1)*. Mai mult, dacă cei doi conductori sînt identici, iar intensitatea curentului prin ei este aceeași și în același sens atunci electronii se mișcă cu aceeași viteză în ambii conductori. Astfel, electronii dintr-un conductor sînt în *repaus relativ* față de electronii din celălalt conductor. Ne găsim deci în fața incapacității mecanicii newtoniene de-a explica originea forței magnetice. Vom arăta acum că mecanica relativistă poate explica originea forței magnetice.

4.1.2. INTERACȚIUNEA ÎNTRE SARCINILE ELECTRICE ÎN MIȘCARE

Presupunem două sarcini punctiforme q_0 și q situate la distanța r una de alta și în repaus față de sistemul de referință $S_0(X_0Y_0Z_0)$ (fig. 4.2 a). Un observator *din sistemul de referință* S_0, în care sarcinile q_0 și

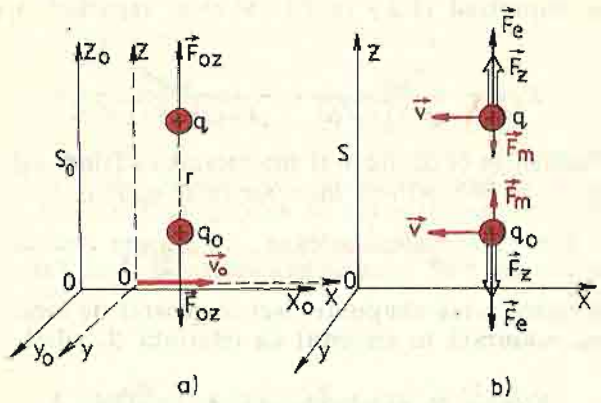


Fig. 4.2

q sînt în repaus, constată că între ele se *manifestă* forța de respingere coulombiană

$$F_{0z} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 q}{r^2}, \qquad (4.1)$$

orientată în direcția axei OZ_0. Ne întrebăm: *ce forță se manifestă între cele două sarcini în sistemul de referință* S (XYZ), care se mișcă față de sistemul de referință S_0, în direcția pozitivă a axei OX_0, cu viteza constantă $\vec{v}_0$?

În vol. III se va arăta că valoarea componentei normale la direcția de mișcare a unei forțe oarecare depinde de sistemul de referință în care este măsurată. Astfel, dacă în sistemul de referință în repaus S_0 componenta pe direcția OZ_0 a forței este F_{0z}, atunci în sistemul de referință S, în care sarcinile se află în mișcare cu viteza $\vec{v} = -\vec{v}_0$, componenta pe direcția OZ a respectivei forțe este:

$$F_z = F_{0z}\sqrt{1-v^2/c^2} \tag{4.2}$$

Aplicînd acest rezultat forței de interacțiune între sarcinile q_0 și q, rezultă că în sistemul de referință S, față de care sarcinile q_0 și q se găsesc în mișcare cu viteza $\vec{v} = -\vec{v}_0$, forța de interacțiune este:

$$F_z = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{1-v^2/c^2} \tag{4.2'}$$

Înmulțind și împărțind (4.2') cu $\sqrt{1-v^2/c^2}$ și separînd apoi termenii obținem:

$$F_z = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{q_0 q v^2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{4.3}$$

Primul termen în (4.3) poate fi interpretat ca fiind *partea de natură electrică a forței de interacțiune între sarcinile q_0 și q:*

$$F_e = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} = q_0 E_z \tag{4.4}$$

unde E_z este intensitatea cîmpului electric generat de sarcina q_0 la distanța r de ea, măsurată în sistemul de referință S, adică

$$E_z = \frac{F_e}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{E_{0z}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{4.5}$$

În (4.5) *E_{0z} este intensitatea aceluiași cîmp electric măsurat însă în sistemul de referință S_0* față de care sarcinile sînt în repaus.
Relația

$$E_z = \frac{E_{0z}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{4.5'}$$

exprimă dependența relativistă a intensității cîmpului electric (a componentei sale normale la direcția de mișcare) *de viteza de mișcare $\vec{v}$ a sistemului de referință.*

Observație: *Expresia (4.5') este analoagă expresiei (5.6 vol. I)* care *ne dă dependența relativistă a masei de viteza $\vec{v}$ a sistemului de referință în care o măsurăm.*

Termenul al doilea în (4.3) rămîne a fi interpretat ca *partea de natură magnetică a forței de interacțiune, care se manifestă numai în sistemul S,* în care sarcinile q_0 și q sînt în mișcare (fig. 4.2 b):

$$F_m = \frac{q_0 q v^2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{4.6}$$

Din raportul expresiilor (4.6) și (4.4) rezultă valoarea raportului forțelor magnetică și electrică, măsurate în sistemul S.

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{v^2}{c^2} \tag{4.7}$$

Cum rezultă din (4.7), componenta magnetică a forței este considerabil mai mică decît componenta electrică; la viteze mici ale sarcinilor ea poate fi neglijată. Totuși, cînd sarcinile electrice se mișcă în conductori, *forța de natură electrică se anulează complet* (vezi § 4.1.1) și astfel rămîne și se manifestă numai forța magnetică. Avem, deci, explicația manifestării forței magnetice de interacțiune între conductorii parcurși de curent. Forța magnetică de interacțiune între două sarcini electrice în mișcare este mică, nedetectabilă, însă între cei $\sim 10^{23}$ electroni din 1 cm³ de conductor ea devine de 10^{23} ori mai mare și se poate măsura.

4.1.3. INTENSITATEA CÎMPULUI MAGNETIC

Prin analogie cu definiția cîmpului electric:

Cîmpul magnetic este o formă de existență a materiei care se manifestă prin acțiunea cu o forță de natură magnetică asupra sarcinilor electrice în mișcare, deci și asupra curenților electrici.

Interacțiunile magnetice se transmit de la un punct din spațiu la altul cu viteză finită, din aproape în aproape, prin intermediul cîmpului magnetic (vezi discuția analoagă referitoare la cîmpul electric, din § 1.2.1). *Viteza de propagare a interacțiunii magnetice este egală cu viteza luminii.*

Analog cu definiția din mecanică a impulsului unei mase, ca produs între masa și viteza ei ($\vec{p}_m = m\vec{v}$), poate fi definit un *„impuls al sarcinii electrice"* ca produs între sarcină și viteza ei, adică $\vec{p}_q = q\vec{v}$. Ținînd

seama de această analogie putem scrie expresia (4.6) a forței magnetice sub forma,

$$F_m = qv\,\frac{q_0 v}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} = qvB \tag{4.8}$$

unde *mărimea fizică*

$$B = \frac{q_0 v}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q_0 v}{r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{B_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{4.9}$$

reprezintă intensitatea cîmpului magnetic generat de sarcina q_0, în mișcare cu viteza v (de sarcina cu impulsul $q_0 v$) la distanța r de ea. Pentru a scrie a doua egalitate în (4.9) am folosit relația $\mu_0 = 1/\varepsilon_0 c^2$ (vezi formula (5.39)) ce există între permeabilitatea magnetică a vidului μ_0 și permitivitatea electrică a vidului ε_0.

În majoritatea cărților mărimea B se numește, din motive istorice, *inducția cîmpului magnetic*. Pentru rolul jucat de ea în electromagnetism noi o vom numi simplu cîmpul magnetic B. (Asupra acestui subiect revenim în § 4.4.5).

• Cum rezultă din (4.8) *unitatea SI pentru cîmpul magnetic* B este

$$B = \frac{[F]}{[q][v]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}\cdot\mathrm{m/s}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}}$$

și se numește tesla (T).

Într-un punct din spațiu cîmpul magnetic are valoarea de un tesla (1T) dacă asupra sarcinii de 1C ce trece prin acel punct cu viteza de 1m/s normală la cîmp, acționează forța de 1N.

$$1\mathrm{T} = \frac{1\,\mathrm{N}\cdot 1\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{C}\cdot 1\,\mathrm{m}} = \frac{1\,\mathrm{N}}{1\,\mathrm{A}\cdot 1\,\mathrm{m}} = \frac{1\,\mathrm{J}\cdot 1\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{C}\cdot 1\,\mathrm{m}^2} = \frac{1\,\mathrm{V}\cdot 1\,\mathrm{s}}{\mathrm{m}^2}$$

Ca unitate derivată, cîmpul magnetic B se mai exprimă în gauss (Gs): $1\mathrm{Gs} = 10^{-4}\mathrm{T}$.

• *Unitatea SI pentru permeabilitatea magnetică a vidului* este

$$[\mu_0] = \frac{1}{[\varepsilon_0][c^2]} = \frac{1}{\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}\cdot\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}.$$

Ținînd seama de (1.3) valoarea constantei μ_0 rezultă a fi

$$\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} = \frac{4\pi k_e}{c^2} = \frac{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}{9\cdot 10^{16}} = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}. \tag{4.10}$$

În termenii cîmpului magnetic putem interpreta interacțiunea magnetică între două sarcini electrice în mișcare ca realizîndu-se în două etape:

• *în prima etapă sarcina în mișcare* q_0 *generează în jurul ei un cîmp magnetic, care se propagă în spațiu;*

• *în etapa a doua, cînd cîmpul a ajuns la locul sarcinii în mișcare,* q, *acesta acționează asupra ei cu forța dată de (4.8).*

4.1.4. CARACTERUL VECTORIAL AL CÎMPULUI MAGNETIC

• Observăm la început că la limită, cînd $v \ll c$, expresiile (4.4) și (4.5), devin:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_0 q}{e^2}, \tag{4.4'}$$

respectiv

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r^2} \tag{4.5'}$$

și *corespund situației din electrostatică*. La aceeași limită $v \ll c$, expresiile (4.6) și (4.9), ale forței magnetice și a cîmpului magnetic, devin

$$F_m = \frac{(q_0 v)\,(qv)}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{(q_0 v)\,(qv)}{r^2} \tag{4.8'}$$

respectiv

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q_0 v}{r^2} \tag{4.9'}$$

• Mai observăm, de asemenea, că *expresia (4.8) a forței magnetice am obținut-o în cazul particular cînd sarcinile în interacțiune se mișcă paralel, în aceeași direcție și cu aceeași viteză. Care este expresia forței magnetice dintre două sarcini în mișcare în direcții și cu viteze arbitrare?* Măsurînd, „experimental" forța ce acționează asupra sarcinii q care se

mişcă după diferite direcţii, în cîmpul magnetic B, se constată că *există două direcţii, reciproc perpendiculare, astfel că dacă sarcina se mişcă în lungul uneia din aceste direcţii, forţa magnetică ce acţionează asupra ei este nulă, iar dacă sarcina se mişcă în lungul celeilalte direcţii forţa magnetică ce acţionează asupra ei are valoare maximă.* Orientăm un sistem de axe rectangular în aşa fel încît cele două direcţii să coincidă cu axele *ox* şi *oy* ale sistemului (fig. 4.3). Atribuind cîmpului magnetic caracter

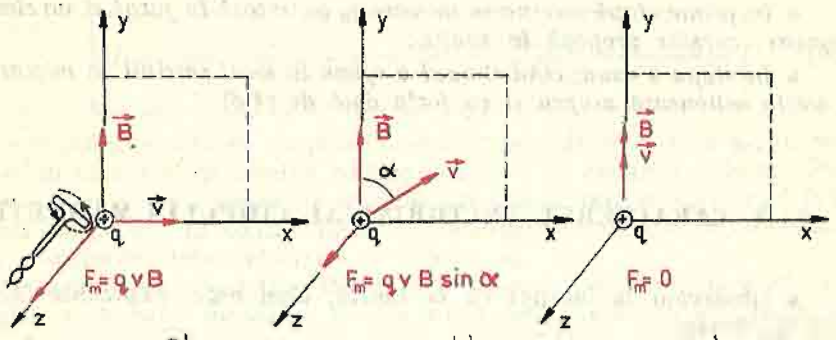


Fig. 4

vectorial, orientîndu-l după direcţia *oy* şi observînd că funcţia sinus variază între valorile 0 şi 1 cînd argumentul său variază între 0° şi 90°, putem exprima forţa magnetică (4.8) asupra sarcinii q sub forma

$$F_m = qvB \sin \alpha, \qquad (4.11)$$

unde α este unghiul dintre vectorii $\vec{v}$ şi $\vec{B}$ (fig. 4.3 b).

• *Orientarea forţei magnetice* poate fi stabilită cu ajutorul regulei burghiului, îndată ce se cunoaşte orientarea vectorilor $\vec{v}$ şi $\vec{B}$. Reamintindu-ne definiţia produsului vectorial a doi vectori (§ 2.1.4.3 vol. I), ne dăm seama că (4.11) poate fi scrisă sub forma vectorială cunoscută sub numele de forţa Lorentz:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad (4.11')$$

Într-adevăr,

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{cases} vB & \text{— dacă } \vec{v} \perp \vec{B}; \\ vB \sin \alpha & \text{— dacă } \sphericalangle \alpha = \sphericalangle(\vec{v}, \vec{B}); \\ 0 & \text{— dacă } \vec{v} \parallel \vec{B}. \end{cases}$$

ceea ce se observă experimental. Deci:

> Orientarea forţei magnetice care acţionează asupra sarcinii în mişcare cu viteza $\vec{v}$, în cîmpul magnetic $\vec{B}$, este în direcţia în care înaintează un burghiu drept cînd este rotit în sensul în care se poate suprapune vectorul $\vec{v}$ peste vectorul $\vec{B}$, pe drumul cel mai scurt.

O altă regulă folosită des pentru stabilirea orientării forţei Lorentz este regula mîinii drepte (fig. 4.4).

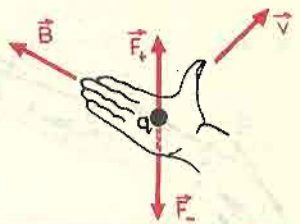


Fig. 4.4

> Dacă degetele mîinii drepte deschise sînt orientate în sensul cîmpului $\vec{B}$, în aşa fel încît degetul mare să fie orientat în direcţia vitezei $\vec{v}$ a sarcinii, atunci forţa magnetică asupra sarcinii iese din palmă dacă sarcina este pozitivă şi din dosul palmei dacă sarcina este negativă.

4.1.5. LINIILE CÎMPULUI MAGNETIC

Fiecărui punct din cîmpul magnetic i se poate ataşa un vector $\vec{B}$. Deci:

Cîmpul magnetic este un cîmp vectorial.

> Linia din cîmp care are ca tangentă în orice punct un vector cîmp magnetic se numeşte *linie de cîmp magnetic* (fig. 4.5).

Liniile cîmpului magnetic au următoarele proprietăţi:

• *Prin-tr-un punct din spaţiu poate trece o singură linie de cîmp. Consecinţă: Liniile de cîmp nu se pot intersecta.*

• *Liniile cîmpului magnetic sînt curbe închise* (spre deosebire de liniile cîmpului electric, care pornesc de pe sarcinile pozitive şi se termină pe sarcinile negative sau la infinit). Asupra acestei proprietăţi vom reveni în § 4.4.6.

• *Liniile de cîmp sînt curbe orientate*, ceea ce se indică printr-o săgeată pe linia de cîmp. Orientarea liniei de cîmp într-un punct din spaţiu este în direcţia în care se orientează polul nord al unui ac de busolă plasat în punctul respectiv (fig. 4.5).

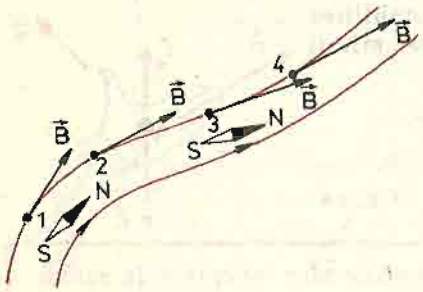


Fig. 4.5

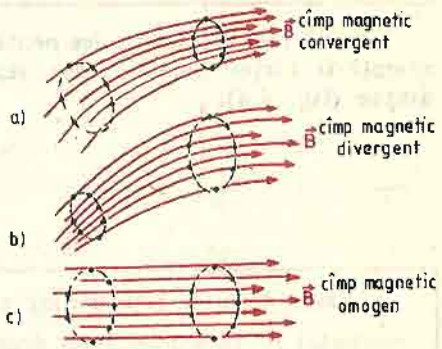


Fig. 4.6

• Un fascicul de linii de cîmp care se sprijină pe un contur închis formează un *tub de cîmp* (fig. 4.6). În orice secţiune a tubului de cîmp numărul liniilor de cîmp este acelaşi (o linie de cîmp care ar intra sau ar ieşi din tub s-ar intersecta cu o linie de pe suprafaţa tubului ceea ce nu este admis). Tuburile de cîmp cu secţiune transversală variabilă corespund fie unui *cîmp convergent* (fig. 4.6 a), fie unui *cîmp divergent* (fig. 4.6 b). Cîmpul magnetic în care orice tub de cîmp are secţiune constantă este *cîmp omogen* (fig. 4.6 c). *Liniile cîmpului magnetic omogen sînt paralele şi echidistante.*

4.1.6. FLUXUL CÎMPULUI MAGNETIC

Fluxul magnetic se defineşte în acelaşi mod ca şi fluxul electric. De aceea, pentru a avea expresia fluxului cîmpului magnetic este suficient să înlocuim în expresiile (1.21)—(1.23) ale fluxului cîmpului electric pe $\vec{E}$ prin $\vec{B}$. Evidenţiem următoarele patru cazuri:

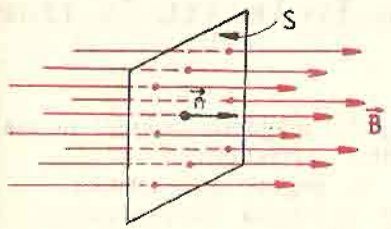


Fig. 4.7.

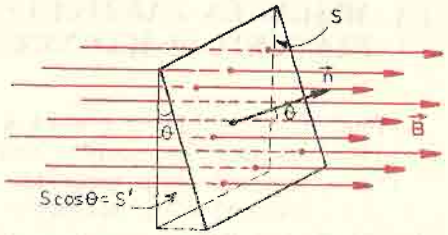


Fig. 4.8

• *Cîmpul magnetic este omogen, iar suprafaţa S normală la liniile de cîmp (fig. 4.7);*

$$\Phi_B = B \cdot S \tag{4.12}$$

• *Cîmpul magnetic este omogen, iar suprafaţa S formează unghiul θ cu planul normal la liniile de cîmp (fig. 4.8) (sau normala la S formează unghiul θ cu liniile de cîmp);*

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} \tag{4.13}$$

• *Cîmpul magnetic este neomogen, iar suprafaţa S nu este plană (fig. 4.9);*

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \tag{4.14}$$

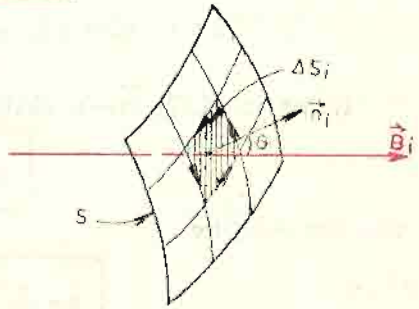


Fig. 4.9

• *Fluxul cîmpului magnetic printr-o suprafaţă închisă*

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}. \tag{4.15}$$

4.2. MIŞCAREA PARTICULELOR ÎNCĂRCATE ÎN CÎMP ELECTRIC ŞI MAGNETIC

Pentru reprezentarea grafică a cîmpului magnetic orientat normal la planul paginii s-a adoptat următoarea convenţie:

• — **vectorul cîmp magnetic iese din pagină spre cititor;**

× — **vectorul cîmp magnetic intră în pagină dinspre cititor.**

Cîmpul electric perpendicular pe planul paginii se reprezintă prin aceleaşi simboluri.

Forţa ce acţionează asupra sarcinii q, în mişcare în spaţiul în care există simultan cîmpurile $\vec{E}$ şi $\vec{B}$, este dată de suma vectorială a forţelor (4.4) şi (4.11'):

$$\vec{F}=q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}) \tag{4.16}$$

Prin urmare, *ecuaţia fundamentală* (nerelativistă) *de mişcare* este:

$$m\vec{a}=q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}) \tag{4.17}$$

Pentru a obţine soluţiile acestei ecuaţii trebuiesc cunoscute condiţiile iniţiale, adică poziţia $\vec{r}_0$ şi viteza $\vec{v}_0$ a sarcinii q la momentul $t=0$.

4.2.1. MIŞCAREA ÎN CÎMP ELECTRIC

Luînd în (4.17) $\vec{B}=0$, obţinem ecuaţia mişcării în cîmp electric

$$m\vec{a}=q\vec{E} \tag{4.18}$$

care are soluţiile:

$$\vec{a}=\frac{q}{m}\vec{E}=\text{constant}$$

$$\vec{v}=\vec{v}_0+\frac{q}{m}\vec{E}t \tag{4.19}$$

$$\vec{r}=\vec{r}_0+\vec{v}_0t+\frac{q\vec{E}}{2m}t^2$$

La descrierea practică a diferitelor mişcări raportăm mişcarea la un sistem de coordonate rectangular. Atunci din ecuaţiile vectoriale (4.19) rezultă ecuaţiile scalare:

$$a_x=\frac{q}{m}E_x=\text{constant}$$

$$v_x=v_{0x}+\frac{q}{m}E_xt \tag{4.19'}$$

$$x=x_0+v_{0x}t+\frac{qE_x}{2m}t^2$$

cu seturi similare de ecuaţii pentru direcţiile y şi z.

4.2.1.1. Mişcarea în cîmp electric longitudinal

Considerăm cîmpul electric omogen creat de un condensator plan încărcat (fig. 4.10). Alegînd orientarea cîmpului după direcţia x, ecuaţiile mişcării sarcinii q sînt ecuaţiile (4.19'), din care rezultă:

Mişcarea particulei încărcate în cîmp electric longitudinal este rectilinie şi uniform accelerată.

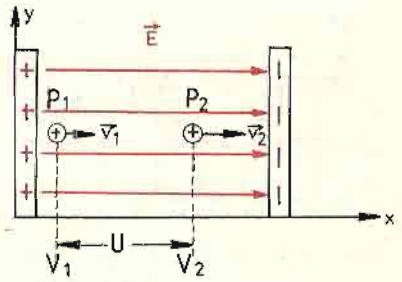


Fig. 4.10

Observaţie: *Un electron se mişcă în sens opus celui indicat în figura 4.10.*

Din legea conservării energiei totale a particulei în punctele P_1 şi P_2, caracterizate de potenţialele V_1 şi V_2 avem

$$qV_1+\frac{mv_1^2}{2}=qV_2+\frac{mv_2^2}{2}. \tag{4.20}$$

Dacă iniţial în punctul P_1 particula este în repaus ($v_1=0$), atunci energia ei cinetică în punctul P_2 este

$$E_c=\frac{mv_2^2}{2}=q(V_1-V_2)=qU \tag{4.21}$$

• *Electronvoltul* — este unitatea pentru energie utilizată în fizica atomică și nucleară și reprezintă energia cinetică cîștigată de electron cînd este accelerat între două puncte între care diferența de potențial este egală cu un volt:

$$1\text{eV}=1{,}6\cdot 10^{-19}\text{C}\cdot 1\text{V}=1{,}6\cdot 10^{-19}\text{J}$$

La baza acceleratoarelor liniare de particule stă mișcarea particulelor încărcate în cîmp electric longitudinal.

4.2.1.2. Mișcarea în cîmp electric transversal

Urmărim mișcarea unui electron din momentul intrării lui în cîmpul electric al condensatorului cu viteza $v_0=v_{0x}$, perpendiculară la liniile cîmpului, pînă ce lovește ecranul (fig. 4.11). Deosebim două etape ale mișcării: 1) mișcarea în cîmp electric între plăcile condensatorului, care durează timpul t_1; 2) mișcarea după ieșire din cîmp, care durează timpul t_2. Mișcarea are loc în planul xy.

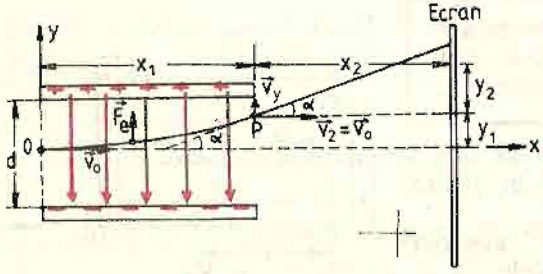


Fig. 4.11

• *Mișcarea în cîmp electric* are condițiile inițiale: $x_{01}=y_{01}=0$; $v_{0x}^{(1)}=v_0$; $v_{0y}^{(1)}=0$, la care mai adăugăm $E_x=0$ și $E_y=E$. Cu aceste condiții inițiale ecuațiile (4.19'), scrise pentru direcțiile x și y sînt:

— *după* x: $a_{x_1}=0$; $\quad v_{x1}=v_0$; $\quad x_1=v_0t_1$ (4.22)

— *după* y: $a_{y1}=\dfrac{q}{m}E$; $\quad v_{y1}=a_{y1}t_1$; $\quad y_1=\dfrac{qE}{2m}t_1^2$ (4.23)

Eliminînd timpul t_1 între ecuațiile (4.22) și (4.23) obținem:

$$y_1=\frac{eE}{2m}\cdot\frac{x_1^2}{v_0^2}=\frac{eU}{2mdv_0^2}x_1^2 \qquad (4.24)$$

Din (4.24) rezultă:

În cîmp electric transversal deviația depinde pătratic de x, adică traiectoria particulei încărcate este o parabolă.

• *Mișcarea după ieșire din cîmp* are condițiile inițiale cele de la ieșirea din cîmp, adică cele din punctul P: $x_{02}=x_1$; $y_{02}=y_1$; $v_{0x}^{(2)}=v_0$; $v_{0y}^{(2)}=a_{y1}t_1=\dfrac{e}{m}Et_1$. În lipsa cîmpului electric mișcarea particulei este uniformă pe ambele axe ($a_{x_2}=0$ și $a_{y2}=0$). Atunci ecuațiile generale ale mișcării (4.19') se reduc la:

— *după* x: $v_{x2}=v_{0x}^{(2)}=v_0$; $\qquad x=x_{02}+v_0t_2=x_1+x_2$.

— *după* y: $v_{y2}=v_{0y}^{(2)}=\dfrac{e}{m}Et_1$; $\quad y=y_{02}+v_{0y}^{(2)}t_2=y_1+\dfrac{e}{m}Et_1t_2$ (4.25)

Interes prezintă deviația totală a electronului cînd lovește ecranul, adică coordonata y. Înlocuind (4.24) în (4.25) și ținînd seama că $t_1=x_1/v_0$ iar $t_2=x_2/v_0$ obținem:

$$y=\frac{eU}{2mdv_0^2}x_1^2+\frac{eU}{mdv_0^2}x_1x_2$$

sau

$$y=\frac{eU}{2mdv_0^2}(x_1^2+2x_1x_2) \qquad (4.26)$$

Din (4.26) rezultă că la mișcarea în cîmp transversal deviația electronului de la direcția mișcării inițiale este:

- direct proporțională cu tensiunea dintre plăcile condensatorului;
- direct proporțională cu e/m (sarcina specifică a electronului);
- invers proporțională cu pătratul vitezei inițiale v_0 a electronului.

Dacă particulele sînt accelerate sub aceeași tensiune U_a înainte de-a intra în cîmp atunci valoarea deviației este aceeași indiferent de masa și sarcina particulei. Într-adevăr, din (4.21) pătratul vitezei particulei accelerate sub diferența de potențial U_a este $v_0^2=2eU_a/m$. Înlocuind în (4.26) obținem

$$y=\frac{1}{4d}\frac{U}{U_a}(x_1^2+2x_1x_2), \qquad (4.26')$$

expresie care nu depinde de sarcina sau masa particulei.

4.2.2. MIȘCAREA ÎN CÎMP MAGNETIC

Luînd în (4.17) $\vec{E}=0$ obținem ecuația mișcării în cîmp magnetic:

$$\boxed{m\vec{a}=q\vec{v}\times\vec{B}} \quad \text{sau} \quad \boxed{\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{q}{m}(\vec{v}\times\vec{B})} \tag{4.27}$$

Pentru studiul mișcării particulelor încărcate în cîmp magnetic este avantajos să descompunem viteza v a particulei în două componente: $\vec{v}_{\parallel}$ *paralelă la* $\vec{B}$, și $\vec{v}_{\perp}$ *perpendiculară la* $\vec{B}$. Deci vom lua $\vec{v}=\vec{v}_{\parallel}+\vec{v}_{\perp}$. Atunci ecuația (4.27) devine:

$$\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt}+\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt}=\frac{q}{m}(\vec{v}_{\parallel}\times\vec{B})+\frac{q}{m}(\vec{v}_{\perp}\times\vec{B}). \tag{4.27'}$$

Observînd că produsul vectorial a doi vectori paraleli este egal cu zero $(\vec{v}_{\parallel}\times\vec{B}=0)$, din (4.27') rezultă ecuațiile:

$$\vec{a}_{\parallel}=\frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt}=0;\ \vec{v}_{\parallel}=\text{ const.} \tag{4.28}$$

$$\vec{a}_{\perp}=\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt}=\frac{q}{m}(\vec{v}_{\perp}\times\vec{B})=\text{ const.} \tag{4.29}$$

Din (4.28) rezultă:

În direcție paralelă cu cîmpul magnetic mișcarea particulei încărcate este uniformă.

Pentru a trage concluzii privind mișcarea în direcție normală la cîmp să ne amintim că forța magnetică (forța Lorentz (4.11')) este tot timpul normală la viteză (la deplasare). Pe de altă parte știm că o forță normală la deplasare nu efectuează lucru mecanic, deci nu poate crește energia cinetica a particulei. Cu alte cuvinte, modulul vitezei particulei rămîne constant. De aici rezultă că:

Forța magnetică poate modifica orientarea vitezei particulei încărcate dar nu poate modifica modulul ei.

De asemenea, din (4.29) rezultă că accelerația $a_{\perp}$ este normală la viteza $\vec{v}_{\perp}$ și este constantă. Cum s-a arătat în § 4.4.4 vol. I, *mișcarea cu accelerație constantă și orientată tot timpul normal la viteză are traiectoria circulară*. Deci:

Traiectoria particulei încărcate care se mișcă în cîmp magnetic transversal este circulară.

În figura 4.12 prezentăm graficul traiectoriei particulei încărcate, în cîmp magnetic transversal. Cîmpul magnetic, omogen, este orientat normal la pagină conform convenției. Reamintindu-ne că în mișcarea circulară uniformă $a_{\perp}=v_{\perp}^2/r$, și ținînd seama că în cazul de față $|\vec{v}_{\perp}\times\vec{B}|=|\vec{v}_{\perp}|\,|\vec{B}|$ sin $90°=v_{\perp}B$, ecuația (4.29) se scrie scalar sub forma

$$\frac{v_{\perp}^2}{r}=\frac{q}{m}v_{\perp}B \tag{4.29'}$$

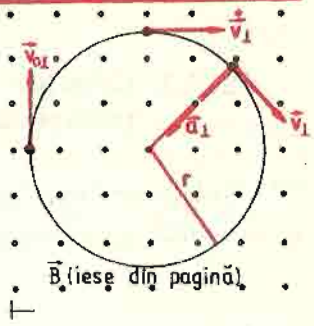


Fig. 4.12

de unde rezultă:

- *raza traiectoriei*:

$$\boxed{r=\frac{mv_{\perp}}{qB}}; \tag{4.30}$$

- *perioada de rotație*;

$$\boxed{T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi m}{qB}} \tag{4.31}$$

- *viteza unghiulară*;

$$\boxed{\omega=\frac{q}{m}B.} \tag{4.32}$$

Dacă luăm în considerare și mișcarea uniformă, cu viteza $v_{\parallel}$ în direcția cîmpului atunci *traiectoria particulei este o elicoidă* (fig. 4.13), cu pasul

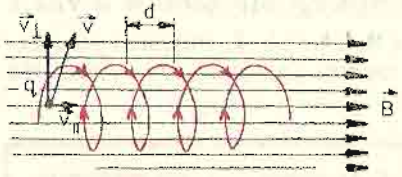


Fig. 4.13

$$d = v_{\parallel} \cdot T = 2\pi \frac{mv_{\parallel}}{qB} \qquad (4.33)$$

Observaţie *În figurile 4.12 şi 4.13 am considerat că sarcina q este pozitivă. În cazul sarcinilor negative orientarea vectorului viteză se schimbă cu 180°.*

42.2.1. Calculul deviaţiei electronului în cîmp magnetic transversal

Presupunem un cîmp magnetic omogen care intră în pagină (fig. 4.14), în care intră un electron cu viteza $\vec{v}_0$ orientată în direcţia axei X. Care este valoarea deviaţiei lui în direcţia Z în momentul cînd în direcţia X electronul a parcurs distanţa l? Deoarece viteza iniţială a electronului nu are componentă după direcţia cîmpului traiectoria sa este un cerc în planul XZ, din care am reprezentat în figură arcul OM. Deviaţia care ne interesează este $OM' = z$. Unind punctul M cu O'', care se află la distanţa $2r$ de O, obţinem triunghiul dreptunghic OMO''. Teorema înălţimii în acest triunghi se scrie: $l^2 = z(2r - z) = 2rz - z^2$. Pentru o deviaţie mică se poate neglija z^2 comparativ cu $2rz$ şi astfel $l^2 \cong 2rz$, de unde

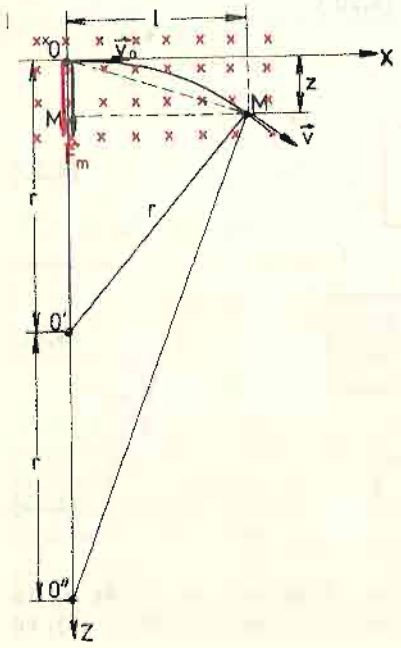


Fig. 4.14

$$z = \frac{l^2}{2r}$$

Înlocuind aici valoarea razei traiectoriei, dată de (4.30), avem

$$z = \frac{l^2}{2} \frac{eB}{mv_0}, \qquad (4.34)$$

unde în loc de q am scris sarcina electronului e. Înlocuind în (4.34) $v_0 = \sqrt{2eU_a/m}$ obţinem

$$\boxed{z = \frac{l^2}{2} \frac{eB}{\sqrt{2meU_a}}}, \qquad (4.36)$$

ceea ce ne arată că **valoarea deviaţiei particulelor încărcate în cîmp magnetic depinde de masa particulei. Particulele cu masă mai mare sînt deviate mai puţin.** Deoarece masa protonului este de aproximativ 1836 ori mai mare decît masa electronului, protonul este deviat de $\sqrt{1836} = 43$ ori mai puţin decît electronul şi, evident, în direcţie opusă.

42.3. MIŞCAREA ÎN CÎMP ELECTRIC ŞI MAGNETIC RECIPROC PERPENDICULARE

Între plăcile condensatorului din figura 4.15 există un cîmp electric $\vec{E}$, orientat de la placa pozitivă spre cea negativă, şi un cîmp magnetic $\vec{B}$, perpendicular pe planul paginii, dinspre cititor spre pagină. Dacă între plăci ar exista numai cîmpul $\vec{E}$ electronul ar fi deviat pe drumul 1. Dacă între plăci ar exista numai cîmpul $\vec{B}$ electronul ar fi deviat pe drumul 2. Se pune întrebarea: **ce relaţie trebuie să existe între valorile cîmpurilor $\vec{E}$ şi $\vec{B}$ pentru ca particula ce intră în cîmp prin fanta F_1 cu viteza $\vec{v}$ să treacă ne deviată printre plăci şi să iasă prin fanta F_2?** Răspunsul vine din cerinţa ca în fiecare punct al traiectoriei forţa electrică asupra electronului să fie exact egală cu forţa magnetică:

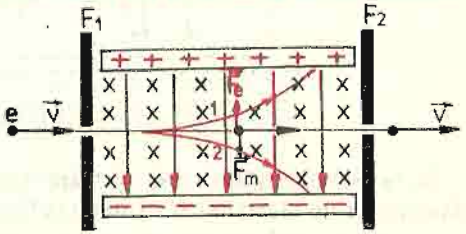


Fig. 4.15

$$eE = evB$$

de unde rezultă că

$$v = \frac{E}{B}. \qquad (4.35)$$

Dacă prin fanta F_1 intră electroni cu viteze diferite, prin fanta F_2 ies numai electronii a căror viteză este determinată exact de relația (4.35). Din acest motiv dispozitivul din figura 4.15 se numește **selector de viteze** sau **monocromator pentru viteze**.

4.2.4. OSCILOSCOPUL ELECTRONIC

Aparatele și instalațiile care utilizează mișcarea în cîmpuri electrice și magnetice a fasciculelor de particule încărcate sînt numeroase. Enumerăm doar cîteva din ele: *osciloscopul electronic, microscopul electronic, tuburile videocaptoare și videoreproductoare ale televizoarelor, spectrometrele de masă, acceleratoarele de particule, generatoarele magnetohidrodinamice etc.* Ne oprim acum asupra descrierii osciloscopului electronic sau catodic, cum se mai numește, aparat folosit mult în cercetare și industrie.

Osciloscopul electronic se compune din următoarele părți principale (fig. 4.16).

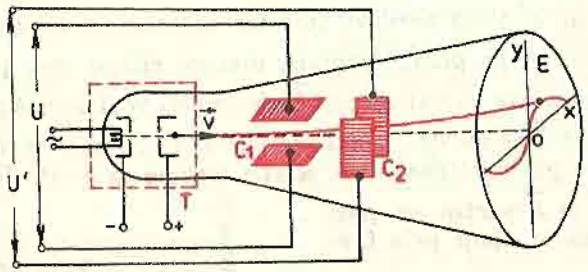


Fig. 4.16

• **un tun electronic T** care produce electroni liberi și formează fasciculul de electroni (în interiorul pătratului din linie roșie întreruptă);

• **un condensator C_1 cu plăcile orizontale**, legate la tensiunea periodică de studiat U;

• **un condensator C_2 cu plăcile verticale**, legate la tensiunea U', numită **tensiune de baleiaj**, (sau, după caz, la altă tensiune de studiat) periodică cu frecvență reglabilă. Tensiunea de baleiaj nu este sinusoidală ci are forma dinților de fierăstrău, adică pe timpul unei perioade ea crește liniar (fig. 4.17);

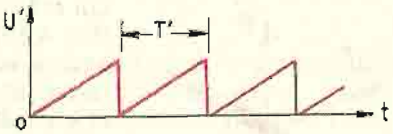


Fig. 4.17

• **un ecran fluorescent E** — un perete de sticlă care are depus pe partea interioară un strat de substanță fluorescentă (ex. wolframat de cadmiu). Punctul de pe ecran lovit de electroni devine luminos. Toate părțile enumerate sînt închise ermetic într-un ***tub de sticlă în care se face vid.***

• *Funcționarea osciloscopului electronic este următoarea.* Dacă pe condensatorul C_1 se aplică tensiunea periodică U atunci fasciculul de electroni este deviat pe verticală (*deflexie verticală*). Punctul luminos se deplasează oscilatoriu în direcția axei Oy. Dacă pe plăcile condensatorului C_2 aplicăm tensiunea U' (fig. 4.17), atunci fasciculul de electroni este deviat pe direcția orizontalei (*deflexie orizontală*). Valoarea deplasării spotului pe orizontală este proporțională cu timpul, cum este și tensiunea U'. Dacă aplicăm simultan tensiunile U și U' condensatoarelor C_1 și respectiv C_2, atunci în timpul unei perioade spotul luminos va descrie pe ecran o curbă care este graficul variației în timp a tensiunii $U(t)$.

Cînd frecvența de repetare a tensiunilor U și U' este aceeași, graficul tensiunii U se repetă identic pe ecran de f ori pe secundă, unde f este frecvența comună a celor două tensiuni. Dacă $T' = nT$ pe ecran apare o curbă ce cuprinde graficul a n perioade ale curbei $U(t)$.

Osciloscopul prevăzut cu dispozitiv de înregistrare a imaginii de pe ecran se numește **oscilograf electronic (catodic)**. Osciloscopul este unul din cele mai universale aparate de analiză și măsură a semnalelor electrice de înaltă frecvență.

4.3. ACȚIUNEA CÎMPULUI MAGNETIC ASUPRA CURENTULUI ELECTRIC

4.3.1. FORȚA MAGNETICĂ ASUPRA UNUI ELEMENT DE CURENT

Prin *element de curent* înțelegem *o porțiune dintr-un conductor* subțire, cu lungimea dl atît de mică încît *sarcina totală* dQ *a purtătorilor de curent*

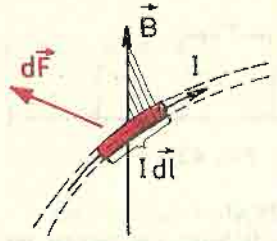


Fig. 4.18

din interiorul lui poate fi considerată punctiformă (fig. 4.18). Dacă intensitatea curentului prin conductor este I atunci *elementul de curent este caracterizat de produsul* Idl. Deoarece, cum am spus, sarcina dQ poate fi considerată punctiformă putem aplica formula lui Lorentz (4.11') pentru a calcula forța elementară $d\vec{F}$ cu care acționează cîmpul magnetic omogen $\vec{B}$ asupra elementului de curent Idl:

$$d\vec{F}=dQ\vec{v}\times\vec{B} \tag{4.37}$$

unde $\vec{v}$ este *viteza în curent* a purtătorilor de sarcină din conductor.

Dacă aria secțiunii transversale a conductorului subțire este a, sarcina unui purtător de curent q, iar concentrația lor n, atunci sarcina totală din elementul de curent considerat poate fi scrisă sub forma:

$$dQ=nqdV=nqadl \tag{4.38}$$

Înlocuind în (4.37) și ținînd seama de (2.2') și (2.3') obținem succesiv:

$$d\vec{F}=nqad\vec{l}v\times\vec{B}$$

$$=jad\vec{l}\times\vec{B}$$

$$=I(d\vec{l}\times\vec{B}).$$

Pentru a scrie egalitatea a doua *am transferat caracterul vectorial de la* $\vec{v}$ *la* $d\vec{l}$, ceea ce este posibil, întrucît în conductorii subțiri viteza electronilor este în lungul conductorului. Deci, asupra elementului de curent Idl, aflat în cîmpul magnetic omogen $\vec{B}$, acționează forța elementară

$$\boxed{d\vec{F}=Id\vec{l}\times\vec{B}} \tag{4.39}$$

orientată normal la planul format de vectorii $Id\vec{l}$ și $\vec{B}$, în sensul vectorului produs vectorial $d\vec{l}\times\vec{B}$. ***Vectorii*** $Id\vec{l}$, $\vec{B}$ ***și*** $d\vec{F}$ ***formează un triedru drept.***

Din (4.39) rezultă că dacă elementul de curent $Id\vec{l}$ este orientat paralel cu liniile cîmpului $\vec{B}$ atunci forța magnetică ce acționează asupra lui este nulă. Cînd elementul de curent este perpendicular la cîmp forța magnetică este maximă, adică $dF=IdlB$.

4.3.2. FORȚA MAGNETICĂ ASUPRA UNUI CURENT LINIAR FINIT

Presupunem că în cîmpul magnetic omogen $\vec{B}$ se găsește un conductor liniar de lungime L, care este parcurs de un curent electric cu intensitatea I . Orice conductor de lungime finită poate fi imaginat ca fiind format dintr-un număr finit de elemente de curent (fig. 4.19 a). Asupra fiecărui element de curent $Id\vec{l}_i$ acționează o forță magnetică elementară $d\vec{F}_i$ dată de (4.39). Pentru a obține forța magnetică ce acționează asupra întregului conductor trebuie efectuată ***suma vectorială*** a tuturor forțelor elementare $d\vec{F}_i$. Deci

$$\vec{F}=\sum_i d\vec{F}_i=I\left(\sum_i d\vec{l}_i\right)\times\vec{B}.$$

• Pentru un conductor liniar (fig. 4.19 b) $\sum d\vec{l}_i=\vec{L}$ și astfel obținem:

$$\boxed{\vec{F}=I\vec{L}\times\vec{B}} \tag{4.40}$$

Această expresie este cunoscută sub numele de **legea lui Laplace sau forța Lapface**

• *Modulul forței Laplace* este

$$F=ILB\sin\alpha \tag{4.40'}$$

unde α este unghiul format de vectorii $Id\vec{l}$ și $\vec{B}$.

• *Orientarea forței Laplace* se obține cu regula mîinii drepte (fig. 4.20):

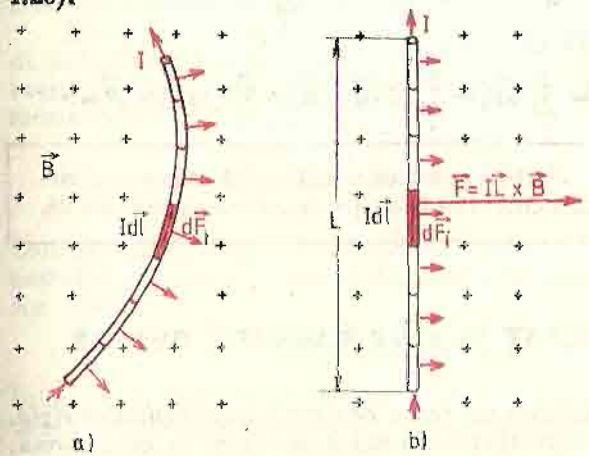


Fig. 4.19

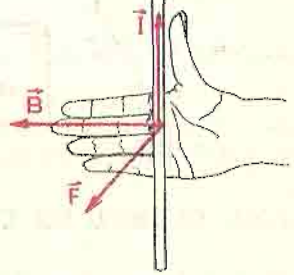


Fig. 4.20

Dacă orientăm mîna dreaptă cu palma deschisă în așa fel încît degetele palmei să fie în direcția cîmpului magnetic $\vec{B}$ iar degetul mare să fie deschis în sensul curentului prin conductor, atunci forța Laplace iese din palmă.

4.3.3. FORȚA MAGNETICĂ ASUPRA UNUI CURENT ÎNCHIS

Curentul electric circulă într-un circuit numai dacă este închis prin intermediul sursei de tensiune electromotoare (vezi § 2.1.2). Prin urmare, elementul de curent și curentul rectiliniu analizate în paragrafele precedente trebuie să facă parte dintr-un circuit închis. *Ce forță magnetică acționează asupra unui circuit închis, nedeformabil, aflat în cîmp magnetic omogen?* Divizăm imaginar circuitul în elemente de curent, ca în figura 4.21. Deoarece circuitul închis nu poate fi rectiliniu, elementele de curent $Id\vec{l}_i$ nu sînt paralele între ele, după cum nu sînt paralele nici forțele elementare $d\vec{F}_i$ ce acționează asupra lor. Din regula poligonului pentru compunerea vectorilor vezi (§ 2.1.3.2 vol. I) știm că dacă vectorii formează un poligon închis atunci rezultanta lor este nulă. În cazul nostru vectorii $Id\vec{l}_i$ formează un poligon închis și astfel $\sum_i^n Id\vec{l}_i = 0$.

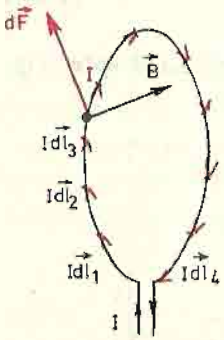


Fig. 4.21

Rezultă că

$$\vec{F} = \sum_i^n d\vec{F}_i = \sum_i^n (Id\vec{l}_i \times \vec{B}) = \sum_i^n (Id\vec{l}_i) \times \vec{B} = 0$$

Forța magnetică ce acționează asupra unui circuit închis aflat în cîmp magnetic omogen este nulă.

4.3.4. CADRUL DE CURENT ÎN CÎMP MAGNETIC OMOGEN

Pentru simplitate analizăm un *cadru de curent dreptunghiular rigid*. Rezultatele obținute sînt valabile pentru cadru de curent de orice formă. Presupunem că prin cadru circulă curentul I și că se găsește în cîmpul magnetic omogen $\vec{B}$ (fig. 4.22). În paragraful precedent am arătat că forța magnetică rezultantă ce acționează asupra unui astfel de circuit închis este nulă. Se pune întrebarea: **este nul și momentul rezultant al forțelor ce acționeaza asupra cadrului?** Vom arăta că **nu este nul.**

4.3.4.1. Momentul forțelor magnetice

Cum se observă pe figura 4.22 cîmpul magnetic $\vec{B}$ este orientat în sensul pozitiv al axei OY. Axa OX coincide cu axul cadrului. Planul cadrului face însă cu planul XZ unghiul θ. Evident, atunci *normala* $\vec{n}$ *la planul cadrului face unghiul* θ *cu cîmpul magnetic* $\vec{B}$. Aplicînd regula mîinii drepte se poate constata că asupra laturilor cadrului acționează patru forțe orientate ca în figură. Forțele $\vec{F}_x$ și $-\vec{F}_x$ sînt egale și direct opuse. Ele tind să întindă cadrul dar acesta fiind rigid efectul forțelor $\vec{F}_x$ și $-\vec{F}_x$ este nul. *Forțele* $\vec{F}_z$ *și* $-\vec{F}_z$ sînt egale și antiparalele, deci *formează un cuplu de forțe* care rotește cadrul în sens trigonometric în jurul axei OX. Calculăm momentul cuplului lor.

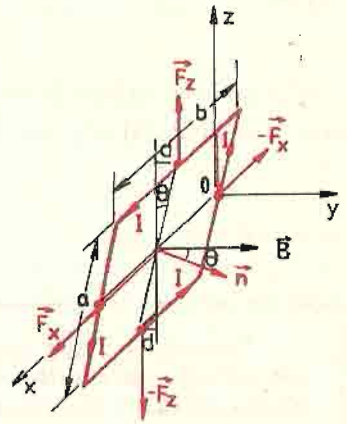


Fig. 4.22

Deoarece distanța dintre punctele de aplicație ale celor două forțe este a, brațul fiecăreia este $d=(a/2)\sin\theta$. Forțele fiind egale în valoare au momentele egale. Deci,

$$\mathcal{M} = 2\mathcal{M}_{F_z} = 2F_z \cdot \frac{a}{2} \sin\theta = F_z a \sin\theta \qquad (4.41)$$

Cum rezultă din figura 4.22, cîmpul $\vec{B}$ *este perpendicular pe laturile* b *ale cadrului*. Atunci conform cu (4.40') forța Laplace ce acționează asupra lor este:

$$F_z = IbB \sin 90° = IbB.$$

Înlocuind în (4.41) obținem *expresia momentului forțelor magnetice* ce acționează asupra cadrului:

$$\mathcal{M} = I(a \cdot b)B \sin\theta = ISB \sin\theta, \qquad (4.42)$$

unde am observat că $a \cdot b = S$ *este aria cadrului de curent*. Sub influența acestui moment cadrul se rotește în jurul axei OX până când forțele $\vec{F}_2$ și $-\vec{F}_2$ devin forțe direct opuse. În această poziție de echilibru normala $\vec{n}$ la planul cadrului este paralelă cu cîmpul magnetic $\vec{B}$ ($\theta = 0°$).

4.3.4.2. Momentul magnetic al cadrului de curent

Dacă notăm produsul IS prin m putem scrie expresia (4.42) sub forma:

$$\mathcal{M} = m\,B \sin\theta. \qquad (4.42')$$

Atribuind ariei cadrului caracter vectorial, adică reprezentînd-o printr-un vector cu modulul egal cu S și cu orientarea normalei $\vec{n}$ putem scrie:

$$\boxed{\vec{m} = I\vec{S}} \qquad (4.43)$$

Vectorul $\vec{m}$, egal numeric cu produsul dintre aria cadrului și intensitatea curentului prin cadru, avînd orientarea normală la planul cadrului, în sensul în care înaintează un burghiu drept cînd este rotit în sensul circulației curentului prin cadru, se numește *moment magnetic al cadrului de curent*.

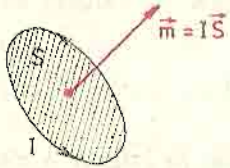


Fig. 4.23

În figura 4.23 ilustrăm orientarea momentului magnetic în cazul unui cadru de curent circular (în cazul unei spire circulare de curent).

Din (4.43) rezultă că *unitatea SI pentru momentul magnetic este* $A \cdot m^2$; nu are o denumire specială.

Faptul că în expresia (4.42') intervine produsul modulelor a doi vectori, înmulțit cu sinusul unghiului dintre ei, ne permite să o scriem sub formă vectorială astfel:

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}} = \vec{m} \times \vec{B}} \qquad (4.42'')$$

Din (4.42'') rezultă că:

Momentul forțelor ce acționează asupra cadrului cu momentul magnetic $\vec{m}$, situat în cîmpul magnetic omogen $\vec{B}$, este orientat normal la planul vectorilor $\vec{m}$ și $\vec{B}$, în sensul în care înaintează un burghiu drept cînd este rotit în sensul în care $\vec{m}$ se suprapune peste $\vec{B}$ pe drumul cel mai scurt.

Dacă $\vec{m}$ este paralel cu $\vec{B}$, $\vec{\mathcal{M}} = 0$ și momentul magnetic este în echilibru stabil.

4.3.4.3. Energia momentului magnetic $\vec{m}$ în cîmpul magnetic $\vec{B}$

În paragraful precedent am arătat că momentul magnetic $\vec{m}$ se găsește în echilibru stabil, adică are energia minimă, atunci cînd este orientat paralel cu cîmpul $\vec{B}$. Pentru a-l roti cu unghiul θ (fig. 4.24) este necesar să se efectueze asupra lui un lucru mecanic. În § 6.1.2.4 vol. I am arătat că *lucrul mecanic efectuat la rotirea unui corp este egal cu produsul dintre momentul forței și unghiul de rotație*. Deci, pentru a crește unghiul dintre $\vec{m}$ și $\vec{B}$ cu valoarea $d\theta$ se efectuează lucrul elementar

$$dL = \mathcal{M}\,d\theta = mB\sin\theta\,d\theta \qquad (4.44)$$

Pentru a roti momentul magnetic cu unghiul finit θ trebuie efectuat lucrul

$$L = \int dL = mB \int \sin\theta\,d\theta = -mB\cos\theta + C \qquad (4.45)$$

unde C este o constantă de integrare. *Lucrul mecanic efectuat asupra momentului magnetic se înmagazinează sub formă de energie potențială W a acestuia în cîmp*. Dacă fixăm originea (zeroul energiei potențiale) la $\theta = \pi/2$ (și nu la $\theta = 0$), atunci din (4.45) avem

$$W\left(\frac{\pi}{2}\right) = -mB\cos\frac{\pi}{2} + C = 0, \Rightarrow C = 0$$

iar

$$\boxed{W(\theta) = -mB\cos\theta = -\vec{m}\cdot\vec{B}} \qquad (4.46)$$

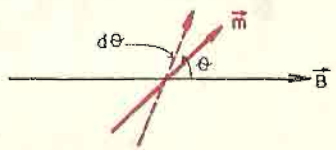


Fig. 4.24

Din (4.46) rezultă:

În ipoteza că energia potențială a momentului magnetic în cîmp este nulă la $\theta=\pi/2$, energia lui potențială cînd formează unghiul θ cu cîmpul este egală cu produsul scalar dintre vectorii $\vec{m}$ și $\vec{B}$ luat cu semnul minus.

Energia momentului magnetic în cîmp magnetic este minimă ($=-mB$) cînd $\vec{m}$ este paralel cu $\vec{B}$. Deci, *în cîmp magnetic momentele magnetice se orientează paralel cu cîmpul magnetic.*

4.4. SURSELE CÎMPULUI MAGNETIC

4.4.1. CÎMPUL MAGNETIC AL UNEI SARCINI PUNCTIFORME

Valoarea cîmpului magnetic generat de o sarcină punctiformă care se mișcă cu viteză relativistă este dată de formula (4.9), iar dacă viteza sarcinii este nerelativistă, de către formula (4.9'). Se pune întrebarea: care este orientarea vectorului $\vec{B}$ în cazul cîmpului sarcinii punctiforme? La această întrebare răspundem direct, fără demonstrație. Fie un punct P, aflat la momentul t la distanța instantanee $\vec{r}(t)$ de sarcina q, în mișcare cu viteza $\vec{v}$, care generează cîmpul magnetic $\vec{B}$ (fig. 4.25). Dacă $\vec{e}$ este versorul vectorului de poziție $\vec{r}(t)$, dus de la sarcina q la punctul P, atunci expresia (4.9'), a cîmpului magnetic al sarcinii punctiforme q, în punctul P, poate fi scrisă sub forma:

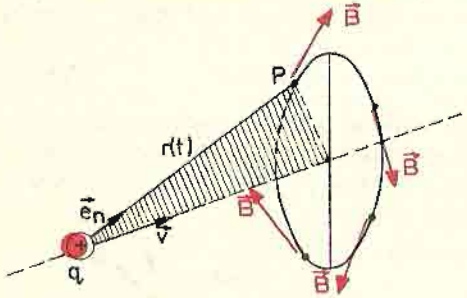


Fig. 4.25

$$B(t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{q}\vec{v}\times\vec{e}_r}{r(t)^2} \qquad (4.47)$$

Din (4.47) rezultă că:

Vectorul cîmpului magnetic $\vec{B}$ generat de o sarcină punctiformă, într-un punct oarecare P este perpendicular pe planul format de vectorii $\vec{v}$ și $\vec{e}_r$ și este orientat în sensul vectorului produs vectorial $\vec{v}\times\vec{e}_r$ (figura 4.25).

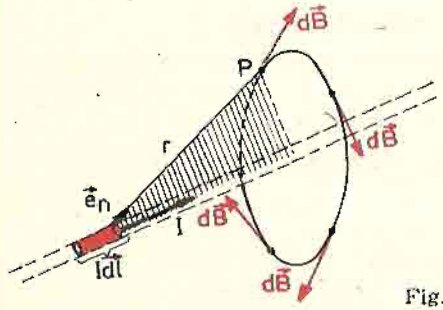
4.4.2. CÎMPUL MAGNETIC AL UNUI ELEMENT DE CURENT

În figura 4.26a reconsiderăm un element de curent liniar $Id\vec{l}$. Sarcina purtătorilor de curent din interiorul lui este dată de (4.38). Deoarece *sarcina dQ poate fi considerată punctiformă* putem aplica formula (4.47) pentru a calcula cîmpul magnetic elementar generat de ea în punctul P:

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dQ\cdot\vec{v}\times\vec{e}_r}{r^2} \qquad (4.48)$$

unde $\vec{v}$ este viteza în curent a purtătorilor de sarcină în conductor. (În (4.48), distanța r de la elementul de curent $Id\vec{l}$ la punctul P, este constantă în timp). Înlocuind (4.38) în (4.48) și ținînd seama de (2.2) și (2.3) putem scrie succesiv:

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{(nqvadl)\times\vec{e}_r}{r^2}$$



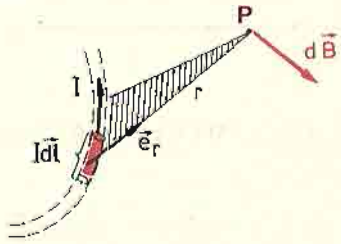


Fig. 4.26

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j} a dl \times \vec{e}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Pentru a scrie ultima egalitate am transferat caracterul de vector de la densitatea de curent $\vec{j}$ la elementul de lungime $d\vec{l}$, întrucît în conductorii subțiri viteza electronilor este în lungul conductorului. Formula obținută:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2} \qquad (4.49)$$

se numește legea Biot-Savart și *ne dă valoarea și orientarea cîmpului magnetic generat de elementul de curent* $Id\vec{l}$, *într-un punct P situat la distanța r de elementul de curent.* Deși pentru a stabili legea Biot-Savart am făcut uz de un element rectiliniu de curent, rezultatul este aplicabil indiferent ce formă are elementul de curent (fig. 4.26 b).

• *Orientarea cîmpului magnetic elementar* $d\vec{B}$. Din (4.49) rezultă:

Vectorul cîmp magnetic elementar $d\vec{B}$, generat de elementul de curent $Id\vec{l}$, într-un punct situat la distanța r de acesta, este orientat normal la planul format de vectorii $d\vec{l}$ și versorul $\vec{e}_r$ al vectorului de poziție al punctului P, în sensul în care înaintează un burghiu drept cînd este rotit în sensul în care putem suprapune vectorul $d\vec{l}$ peste vectorul $\vec{e}_r$, pe drumul cel mai scurt.

4.4.3. CÎMPUL MAGNETIC AL UNUI CURENT FINIT

Un conductor oarecare de lungime finită, parcurs de curent, poate fi divizat mintal în mai multe elemente de curent (fig. 4.27). Fiecare element de curent își aduce contribuția proprie la cîmpul magnetic într-un

punct P din vecinătatea conductorului. De aceea, pentru a obține cîmpul magnetic în P este necesar să *însumăm vectorial contribuțiile date de (4.49) pentru fiecare element de curent.* La limită, cînd lungimea dl a elementelor de curent tinde spre zero, suma trece în integrală. Obținem expresia

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2} \qquad (4.50)$$

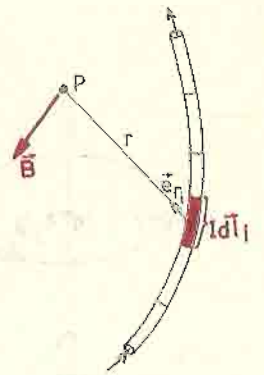


Fig. 4.27

care reprezintă forma integrală a legii Biot-Savart. Integrala în (4.50) se extinde asupra întregii lungimi a conductorului. Orientarea vectorului $\vec{B}$ într-un punct determinat depinde de forma concretă a conductorului și *coincide cu orientarea rezultantei tuturor cîmpurilor elementare* $d\vec{B}$, *generate de elementele de curent din care este constituit conductorul.* În continuare dăm cîteva exemple concrete de calcul a cîmpului magnetic cu ajutorul formulei (4.50).

4.4.4. CÎMPUL MAGNETIC ÎN CENTRUL UNEI SPIRE CIRCULARE

Considerăm o spiră circulară cu raza r, parcursă de un curent cu intensitatea I (fig. 4.28). Ne interesează cîmpul magnetic în centrul ei. Divizăm mintal spira în elemente de curent. Stabilind, cu ajutorul regulei enunțate la sfîrșitul paragrafului 4.4.2, orientarea în 0 a cîmpurilor elementare găsim că *toate au aceeași orientare;* sînt în lungul axei spirei, iar sensul lor este identic cu cel în care înaintează un burghiu drept cînd este rotit în sensul în care circulă curentul prin spiră. Din acest motiv *însumarea vectorială a cîmpurilor elementare poate fi înlocuită cu o însumare scalară a modulelor cîmpurilor elementare.* Orientarea cîmpului în centrul spirei se poate obține și cu următoarea regulă a mîinii drepte: **dacă închidem palma mîinii drepte cu degetele în sensul în care circulă curentul prin spiră, atunci degetul mare deschis este orientat în sensul cîmpului magnetic în centrul spirei (fig. 4.28).** Modulul expresiei (4.49) este

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin\theta}{r^2} \qquad (4.51)$$

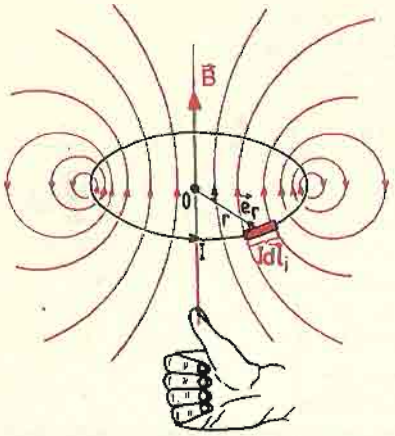


Fig. 4.28

unde θ este unghiul dintre vectorii $\vec{dl}$ și $\vec{e}_r$. Deoarece raza este totdeauna normală la circumferința cercului, în cazul de față $\theta=90°$. Scoțînd de sub semnul integrală mărimile constante obținem:

$$B=\oint dB=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\int_0^{2\pi r} dl=\frac{\mu_0 I}{2r}$$

Deci, cîmpul magnetic în centrul spirei circulare are expresia:

$$B=\frac{\mu_0 I}{2r} \qquad (4.52)$$

Cîmpul magnetic în centrul unei spire circulare parcursă de curent este direct proporțional cu intensitatea curentului prin spiră și invers proporțional cu raza spirei.

În figura 4.28 am ilustrat și liniile cîmpului magnetic al spirei, în alte puncte din spațiu.

4.4.5. CÎMPUL MAGNETIC AL CURENTULUI RECTILINIU, INFINIT DE LUNG

Considerăm un conductor rectiliniu, infinit de lung, prin care circulă curentul cu intensitatea I, în sensul arătat în figura 4.29. Ne interesează cîmpul magnetic într-un punct P situat la distanța b de conductor. Pentru ca figura să fie mai sugestivă am reprezentat planele reciproc perpendiculare, P_1 normal la conductor și P_2 conținînd conductorul. Procedăm, ca mai sus, la divizarea mintală a conductorului într-o infinitate de elemente de curent, din care unul este evidențiat în figură. Stabilind orientarea în P a vectorilor elementari $d\vec{B}$, proveniți de la diferite elemente de curent (situate la dreapta și la stînga planului P_1), constatăm că *toți sînt normali la planul P_2 și sînt orientați în același sens*. Din acest motiv *pentru a obține cîmpul total în P putem face*

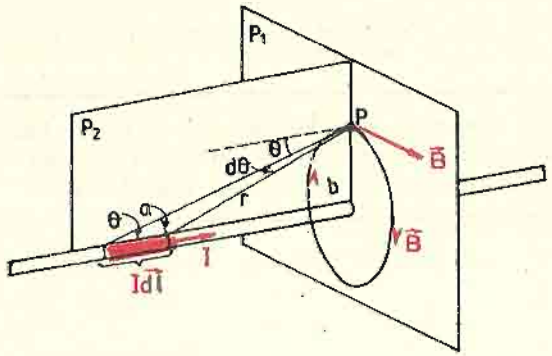


Fig. 4.29

însumarea scalară a modulelor vectorilor $d\vec{B}$. Ținînd seama de (4.51) avem

$$B=\int dB=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{dl\sin\theta}{r^2} \qquad (4.53)$$

Sub semnul integrală există trei variabile. Pentru a putea efectua integrarea *două variabile trebuie exprimate în funcție de a treia*. Din figura 4.29 se vede că, pe de-o parte $a=rd\theta$, iar pe de alta $a=dl\sin\theta$. De asemenea $\sin\theta=b/r$. Din cele trei relații avem

$$r=\frac{b}{\sin\theta} \quad \text{și} \quad dl=\frac{rd\theta}{\sin\theta}=\frac{bd\theta}{\sin^2\theta},$$

care după înlocuire în (4.53) dau:

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi b}\int_0^{\pi}\sin\theta\,d\theta=\frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

Limitele de integrare au fost alese în așa fel încît să cuprindem conductorul de la $-\infty$, unde $\theta=0$, pînă la $+\infty$, unde $\theta=\pi$. Deci:

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi b} \qquad (4.54)$$

Cîmpul magnetic al curentului liniar, infinit de lung, într-un punct din spațiu este direct proporțional cu intensitatea curentului și invers proporțional cu distanța de la axa conductorului la punctul considerat.

Din figura 4.29 rezultă că linia la care sînt tangenți vectorii $\vec{B}$ conținuți în planul P_1 și situați la aceeași distanță b de axa curentului, este un cerc cu centrul pe axa curentului.

Liniile cîmpului magnetic al curentului rectiliniu, infinit de lung, sînt cercuri concentrice în plane perpendiculare la conductor și centrate pe axa conductorului (fig. 4.30).

Este important de observat că liniile de cîmp magnetic sînt linii închise, cum am afirmat deja. De obicei formula (4.54) se scrie cu r (raza liniei de cîmp) în loc de b, adică:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (4.54')$$

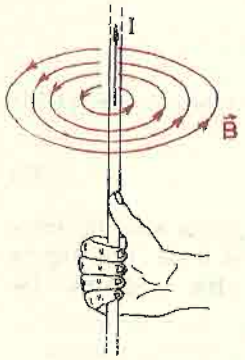


Fig. 4.30

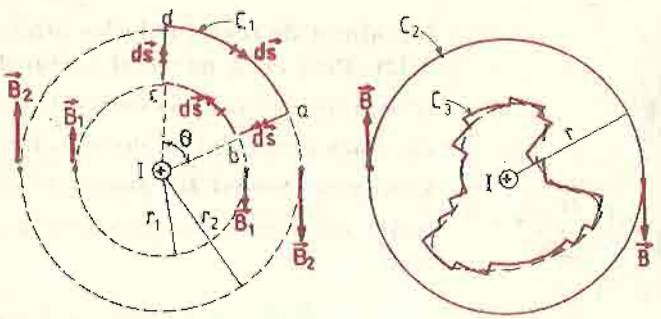
Pentru stabilirea rapidă a sensului liniilor cîmpului magnetic generat de curentul electric s-a adoptat o regulă simplă, ilustrată în figura 4.30. Ne imaginăm că prindem conductorul cu mîna dreaptă, ținînd degetul mare deschis și orientat în sensul în care circulă curentul în conductor; degetele palmei vor înconjura conductorul în sensul în care-l înconjoară liniile cîmpului magnetic.

4.6. LEGEA LUI AMPÈRE

În § 1.3.1.5 am arătat că circulația cîmpului electrostatic $\vec{E}$ pe un contur închis este nulă (1.47). Care este circulația cîmpului staționar $\vec{B}$? Vom arăta că:

$$\oint_C \vec{B}\cdot\vec{ds} = \begin{cases} 0 & \text{— dacă conturul } C \text{ nu încercuiește un curent} \\ \mu_0 I & \text{— dacă conturul } C \text{ încercuiește curentul } I; \end{cases} \qquad (4.55)$$

• *Conturul de integrare nu încercuiește curentul.* Alegem un contur de integrare particular *abcda*, în cîmpul magnetic al curentului I, care



a) b)

Fig. 4.31

intră în pagină normal pe aceasta (fig. 4.31 a). Descompunem integrala pe conturul închis C_1 în patru integrale: pe segmentele radiale *ab* și *cd*, ale conturului integrala este nulă deoarece $\vec{B} \perp \vec{ds}$. Pe arcul de cerc *bc* vectorii $\vec{B}$ și $\vec{ds}$ sînt antiparaleli iar $B_1 = \mu_0 I/2\pi r_1$, astfel că:

$$\int_b^c \vec{B}_1 \cdot \vec{ds} = -\vec{B}_1 \int_b^c ds = -\frac{\mu_0 I \cdot \text{arc}\,(bc)}{2\pi r_1} = -\frac{\mu_0 I 0}{2\pi}$$

Pe arcul de cerc *da* $\vec{ds}$ este paralel cu $\vec{B}_2$ iar $B_2 = \mu_0 I/2\pi r_2$. Deci

$$\int_d^a \vec{B}_2 \vec{ds} = B_2 \int_d^a ds = \frac{\mu_0 I \cdot \text{arc}\,(da)}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 I 0}{2\pi}$$

Suma acestor integrale este nulă, ceea ce trebuia arătat.

• *Conturul de integrare încercuiește curentul.* Cel mai simplu contur care încercuiește curentul este un cerc (o linie de cîmp).

Deoarece $\vec{B}$ este tangent la cerc în orice punct

$$\oint_{C_2} \vec{B}\cdot\vec{ds} = \oint_{C_2} B\cdot ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint_0^{2\pi r} ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot 2\pi r = \mu_0 I,$$

ceea ce trebuia arătat. De fapt orice curbă din planul normal la curent poate fi descompusă într-o infinitate de drumuri radiale și arce de cerc (conturul C_3), așa că *relația (4.55) este adevărată indiferent de forma conturului*. Mai mult, ea este adevărată și în cazul unui contur care nu este conținut în întregime în planul normal la curent. Într-adevăr, fie curentul I,

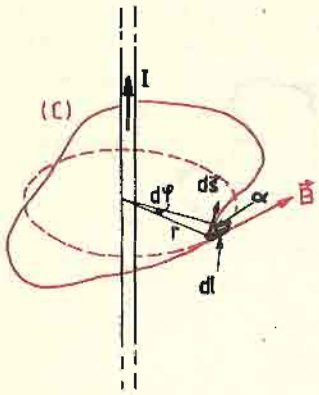


Fig. 4.32

înconjurat de conturul închis arbitrar C (fig. 4.32). Prin orice punct al conturului putem trasa o linie de cîmp şi vectorul $\vec{B}$ tangent la ea. Dacă elementul de drum $\vec{ds}$ formează unghiul α cu cîmpul $\vec{B}$, proiecţia lui $\vec{ds}$ pe direcţia lui $\vec{B}$ este $dl = ds\cos\alpha = r d\varphi$. Prin urmare

$$\oint_C \vec{B}\cdot\vec{ds} = \oint_C B ds\cos\alpha = \oint_C B dl =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\oint_C r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I$$

ceea ce trebuia arătat.

• Dacă conturul de integrare C încercuieşte mai mulţi curenţi, a căror direcţie şi sens diferă, atunci în (4.55) intră suma algebrică a acestor curenţi $I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n$, în care se iau cu semn plus curenţii care trec prin conturul C în direcţia în care este orientat degetul mare al mîinii drepte cînd degetele palmei semiînchise arată în sensul în care parcurgem conturul cînd efectuăm integrala ce intră în (4.55). Deşi noi ne-am referit numai la curenţii liniari se poate arăta că ecuaţia (4.55) este aplicabilă curenţilor de orice formă. Deci, *legea lui Ampère se scrie*

$$\oint_C \vec{B}\cdot\vec{ds} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i \qquad (4.56)$$

Enunţul legii lui Ampère este următorul:

> Circulaţia cîmpului magnetic $\vec{B}$ pe un contur închis este egală cu produsul dintre constanta universală μ_0 şi suma algebrică a curenţilor încercuiţi de conturul de integrare C.

• Dacă conturul de integrare în (4.56) este în interiorul unui conductor masiv prin care circulă un curent a cărui intensitate este dată în funcţie de densitatea curentului în diferite puncte ale conductorului, atunci înlocuind (2.5') în (4.55) obţinem *legea lui Ampère* sub formă integrală:

$$\oint_C \vec{B}\cdot\vec{ds} = \mu_0 \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S} \qquad (4.56')$$

Suprafaţa S pe care se calculează integrala din densitatea de curent este suprafaţa, de orice formă, a cărei margine se sprijină pe conturul de integrare C. Conform cu (4.56') avem următorul enunţ:

> Circulaţia cîmpului magnetic $\vec{B}$ pe un contur închis C este egală cu produsul dintre constanta universală μ_0 şi integrala densităţii de curent calculată pe o suprafaţă ce se sprijină cu marginea pe conturul de integrare C.

Legea lui Ampère este una din legile fundamentale ale electromagnetismului. Cînd distribuţia curenţilor care generează cîmpul magnetic este suficient de simetrică atunci *cu ajutorul legii lui Ampère se poate calcula cîmpul magnetic mult mai simplu decît cu ajutorul legii Biot-Savart.* De fapt, *legea lui Ampère nu este altceva decît o altă formă de exprimare a legii Biot-Savart*, după cum în electrostatică legea lui Gauss este un alt mod de-a exprima legea lui Coulomb.

4.4.7. APLICAŢII ALE LEGII LUI AMPÈRE

4.4.7.1. Cîmpul magnetic generat de curentul din conductorii masivi

Calculăm cîmpul magnetic generat de un conductor gros, de rază a, parcurs de un curent cu densitatea constantă $j = I/\pi a^2$ (fig. 4.33), în punctul P_1 din exteriorul conductorului şi în punctul P_2 din interiorul lui.

• *Cîmpul magnetic în punctul* P_1. Înconjurăm conductorul cu un contur circular de rază r_1, centrat pe axa conductorului. Conform cu (4.56') avem

$$\oint_{C_1} \vec{B}_1\cdot\vec{ds} = \oint_{C_1} B_1\cdot ds = B_1\oint_{C_1} ds = B_1\cdot 2\pi r_1$$

iar

$$\mu_0\int_{S_1=\pi r_1^2} \vec{j}\cdot d\vec{S} = \mu_0\int_{\pi r_1^2} j\cdot dS = \mu_0 j\cdot\pi a^2 = \mu_0\frac{I}{\pi a^2}\cdot\pi a^2 = \mu_0 I$$

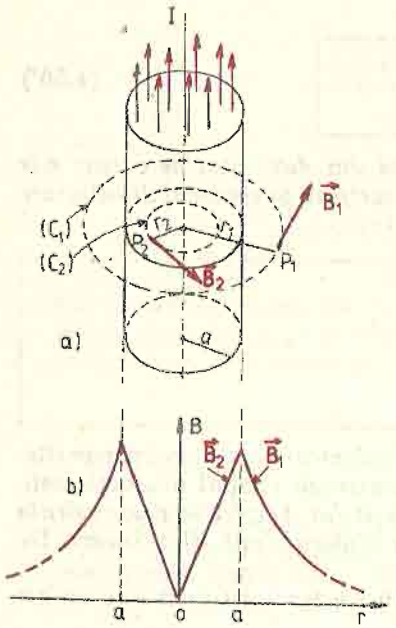


Fig. 4.33

(ultima integrală este egală cu πa^2 deoarece numai în limitele secțiunii conductorului avem $j \neq 0$).
Rezultă că

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}, \qquad r_1 \geq a \qquad (3.57)$$

ceea ce era *de așteptat*.

• *Cîmpul magnetic în punctul* P_2. Trasăm un contur circular de rază r_2 centrat pe axa conductorului. Conform cu (4.56') avem

$$\oint_{C_2} \vec{B}_2 \cdot \vec{ds} = \oint_{C_2} B_2 ds =$$

$$= B_2 \oint_{C_2} ds = B_2 \cdot 2\pi r_2$$

iar

$$\mu_0 \int_{S_2 = \pi r_2^2} \vec{j} \cdot \vec{dS} = \mu_0 \int_{\pi r_1^2} j \cdot dS =$$

$$= \mu_0 \frac{I}{\pi a^2} \cdot \pi r_2^2 = \frac{\mu_0 I r_2^2}{a^2},$$

de unde rezultă că

$$B_2 = \frac{\mu_0 I r_2}{2\pi a^2} \qquad r_2 < a \qquad (3.57')$$

În figura 4.33 b dăm graficul variației cîmpului B în funcție de r.

4.4.7.2. Cîmpul magnetic al solenoidului lung

Prin solenoid se înțelege *un sistem de curenți circulari, paraleli, de același sens, așezați echidistant cu centrele pe o axă*. (fig. 4.34). Practic un solenoid se obține înfășurînd un conductor de sîrmă izolată pe un cilindru. Trecînd curent prin conductor fiecare spiră generează un cîmp propriu de tipul celui arătat în figura 4.28. Dacă distanța între spire este relativ mare atunci liniile cîmpului magnetic generat de curentul prin solenoid au forma din figura 4.34. Dacă înfășurarea solenoidului se face spiră lîngă spiră atunci liniile de cîmp din interiorul solenoidului nu

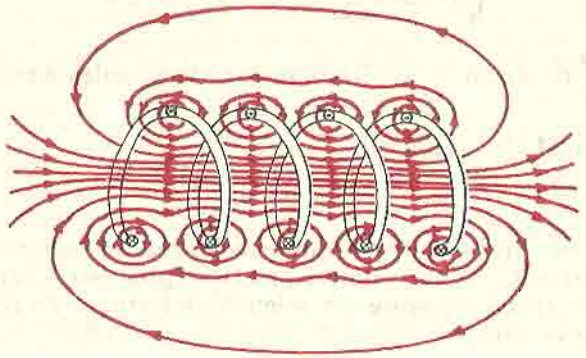


Fig. 4.34

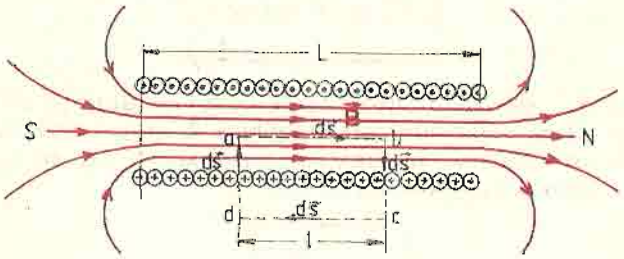


Fig. 4.35

mai ies din el decît pe la capetele solenoidului și se închid prin exteriorul acestuia (fig. 4.35). *Solenoidul a cărui lungime este de cel puțin patru ori diametrul* spirelor sale se numește solenoid lung. Liniile de cîmp în interiorul solenoidului lung sînt paralele cu axul solenoidului și echidistante, ceea ce înseamnă că *în interiorul solenoidului lung avem un cîmp magnetic omogen*. Datorită faptului că în exteriorul solenoidului lung liniile de cîmp se dispersează într-un spațiu foarte larg, fluxul lor poate fi neglijat față de fluxul din interiorul solenoidului. Aplicăm legea lui Ampère la calculul cîmpului magnetic în interiorul solenoidului.

Alegem un contur de integrare dreptunghiular, cu latura *ab* în interiorul solenoidului și cu latura *cd* în exteriorul lui, ca în figura 4.35. Integrala (4.56) pe acest contur închis se poate calcula astfel:

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_a^b \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_b^c \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_c^d \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_d^a \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

unde

$$\int_a^b \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_a^b B \cdot ds = B \int_a^b ds = Bl; \quad (\vec{B} \parallel \vec{ds})$$

$$\int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{s}=\int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{s}=0: \quad (\vec{B}\perp d\vec{s})$$

$$\int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{s}=0 \qquad (\vec{B}\cong 0 \text{ în exteriorul solenoidului})$$

Înlocuind în (4.56) obținem

$$Bl=\mu_0 I \tag{4.58}$$

unde I este curentul total prin spirele solenoidului încercuite de conturul de integrare C. Dacă curentul printr-o spiră este i iar conturul de integrare înconjoară N_1 spire ale solenoidului atunci $I=N_1 i$. Înlocuind în (4.58) găsim expresia cîmpului magnetic în interiorul solenoidului.

$$B=\mu_0 \frac{N_1}{l} i=\mu_0 n i \tag{4.59}$$

În (4.59) $n=N_1/l$ este numărul de spire ce revine unității de lungime a solenoidului. Dacă solenoidul are lungimea L atunci numărul total al spirelor sale este $N=nL$. În funcție de numărul total de spire cîmpul magnetic în interiorul solenoidului este:

$$B=\mu_0 \frac{N}{L} i \tag{4.59'}$$

Cîmpul magnetic în interiorul solenoidului lung este direct proporțional cu intensitatea curentului ce circulă prin fiecare spiră, cu numărul total de spire și invers proporțional cu lungimea solenoidului.

În figura 4.35 se observă că liniile cîmpului magnetic generat de un solenoid parcurs de curent ies din solenoid printr-un capăt al acestuia și intră din nou în solenoid prin celălalt capăt. Astfel, liniile de cîmp sînt curbe închise.

Capătul solenoidului din care ies liniile de cîmp se numește *pol nord al solenoidului* și se notează cu N. Capătul solenoidului în care intră liniile de cîmp se numește *pol sud* și se notează cu S. Pentru a se stabili rapid polii unui solenoid parcurs de curent s-a adoptat următoarea regulă:

Dacă ne imaginăm că prindem solenoidul cu mîna dreaptă în așa fel încît degetele palmei să fie orientate în sensul în care circulă curentul prin spire, atunci degetul mare deschis va fi orientat spre polul nord al solenoidului (fig. 4.36).

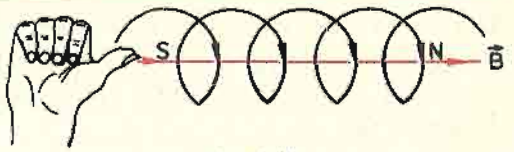


Fig. 4.36

Se naște întrebarea: cînd este convenabil să folosim legea Biot-Savart pentru calculul cîmpului magnetic și cînd este mai avantajos să folosim legea lui Ampere? *Legea Biot-Savart este aplicabilă în toate cazurile dar calculul integralei (4.50) poate fi uneori extrem de dificil. Legea lui Ampere este simplu de aplicat cu condiția ca să putem alege un astfel de contur de integrare în (4.56), încît pe porțiunile pe care integrala nu se anulează (fie pentru că $\vec{B}\perp d\vec{s}$, fie pentru că $\vec{B}=0$) $\vec{B}$ să fie constant pentru a putea fi scos de sub semnul integrală.*

Din toate cele șapte paragrafe ale subcapitolului 4.4. se degajă constant concluzia:

Sursele cîmpului magnetic sînt fie sarcinile electrice libere în mișcare, fie curentul electric datorat mișcării sarcinilor electrice în conductori.

4.4.8. AMPERUL — UNITATE FUNDAMENTALĂ ÎN SI

Avem acum posibilitatea să definim *amperul-unitatea fundamentală în SI pentru curentul electric*. În figura 4.37 considerăm doi conductori *rectilinii, paraleli, infinit de lungi* și situați *în vid* la distanța $d=1\ m$ unul de altul, prin care circulă curentul electric de intensitate I_1, respectiv I_2. Conform cu (4.54') cîmpul magnetic generat de curentul I_1, într-un punct de pe conductorul (2) este:

$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}=2\cdot 10^{-7}\frac{I_1}{d}$$

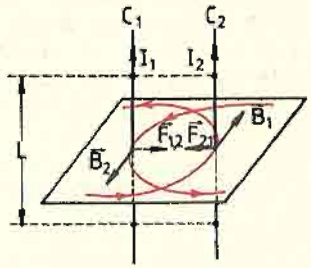


Fig. 4.37

Conform cu (4.39) asupra porțiunii de lungime L din conductorul (2), aflat în cîmpul constant B_1, acționează forța:

$$F_{21}=I_2LB_1=\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}=2\cdot 10^{-7}\frac{I_1 I_2 L}{d}. \qquad (4.60)$$

Din aceleași motive asupra conductorului (1) acționează cîmpul conductorului (2) cu forța magnetică $\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$.

Forța interacțiunii dintre cei doi conductori, ***ce revine unității din lungimea lor***, este:

$$\frac{F}{L}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}=2\cdot 10^{-7}\frac{I_1 I_2}{d}. \qquad (4.61)$$

Dacă intensitatea curentului în cei doi conductori este aceeași, și egală cu 1A, atunci din (4.61) rezultă:

$$\frac{F}{L}=2\cdot 10^{-7}\cdot\frac{1\cdot 1}{1}=2\cdot 10^{-7}\ \mathrm{N/m}$$

Prin urmare:

Amperul este intensitatea curentului continuu care menținut în doi conductori rectilinii, paraleli, de lungime infinită și secțiune neglijabilă, situați în vid la distanța de un metru unul de altul, interacționează între ei cu o forță egală cu $2\cdot 10^{-7}$N/m.

Nu uităm că valoarea $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\mathrm{N/A^2}$ am stabilit-o pe baza relației $\mu_0=1/\varepsilon_0 c^2$ (4.10), presupunînd cunoscută valoarea constantei ε_0. În realitate *prima dată se determină constanta μ_0 pe baza formulei (4.61), știind că dacă intensitatea curentului prin cei doi conductori este de 1A, atunci forța interacțiunii dintre ei este $2\cdot 10^{-7}$N/m.* Cunoscînd valoarea lui μ_0 se determină apoi valoarea lui ε_0 pe baza relației $\varepsilon_0=1/c^2\mu_0$, în care c este viteza de propagare a luminii în vid.

4.4.9. LEGEA LUI GAUSS PENTRU CÎMPUL MAGNETIC

Cum am scos în evidență de atîtea ori, **cîmpul magnetic se caracterizează prin linii de cîmp închise.** Aceasta înseamnă că orice linie de cîmp ce intră într-o suprafață închisă S trebuie să iasă din ea, ceea ce matematic se exprimă prin ecuația

$$\Phi_B=\oint_S B\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0, \qquad (4.62)$$

cunoscută sub numele de **legea lui Gauss pentru cîmpul magnetic.** *Legea lui Gauss este satisfăcută și de cîmpurile magnetice variabile în timp, nu numai de cele statice.* Conform acestei legi putem spune:

Fluxul cîmpului magnetic printr-o suprafață închisă este egal cu zero.

Din legea lui Gauss pentru cîmpul magnetic rezultă că în natură nu există „sarcini magnetice" individuale (monopoli magnetici) cum există sarcinile electrice. Într-adevăr, dacă polii magnetici de semn opus (nord și sud) sînt inseparabili atunci *suma algebrică a polilor din interiorul oricărei suprafețe închise este nulă.* Prin analogie cu legea lui Gauss pentru cîmpul electrostatic, atunci va fi îndeplinită relația (4.62). Nu este însă mai puțin adevărat că întreaga teorie a cîmpului magnetic ar putea fi clădită pornind de la existența polilor magnetici individuali. Dacă notăm sarcina polului magnetic prin q_m atunci între electrostatică și magnetostatică apare un paralelism aproape perfect. Într-un astfel de formalism sursele cîmpului magnetic ar fi polii magnetici în repaus și în mișcare.

Și totuși, în 1975 fizicienii W. Z. Osborne, L. S. Pinsky, P. B. Price și E. K. Shirk *au detectat „ceva" ce s-a interpretat a fi un monopol magnetic.* De atunci și pînă azi *nu s-au găsit alte indicii asupra existenței monopolului*, care coroborate cu observațiile din 1975 să poată confirma existența monopolului magnetic.

4.5. PROPRIETĂȚILE MAGNETICE ALE SUBSTANȚEI

Pînă acum ne-am ocupat de studiul cîmpului magnetic în vid (sau în aer, căci practic este același lucru). Examinăm acum influența pe care o au mediile materiale asupra cîmpului magnetic. Experiența și teoria au arătat că toate substanțele se magnetizează cînd sînt introduse în cîmp

magnetic. *Efectul magnetizării substanțelor este modificarea valorii inițiale a cîmpului magnetic, atît în interiorul substanței cît și în spațiul din vecinătatea ei.* Dacă în continuare *notăm* cîmpul magnetic în vid *prin* $\vec{B}_0$, iar cîmpul magnetic în prezența substanței prin $\vec{B}$, atunci în orice punct din substanță

$$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}_m \qquad (4.63)$$

unde $\vec{B}_m$ este cîmpul magnetic generat de substanța magnetizată. Vom arăta, în continuare, care este originea cîmpului $\vec{B}_m$ în diferite substanțe și cum se clasifică substanțele după comportarea lor magnetică.

4.5.1. MOMENTUL MAGNETIC ATOMIC

Din § 4.3 s-a desprins ideea că sursele cîmpului magnetic în vid sînt sarcinile electrice în mișcare, în speță curentul electric. În prezența substanței trebuie să facem deosebire între:

— *mișcarea sarcinilor electrice libere, în vid sau în conductori;*

— *mișcarea electronilor legați în atomi sau molecule.*

Am văzut că mișcării electronilor liberi din conductori li se poate imprima caracter ordonat aplicînd conductorului un cîmp electric exterior.

Curenții electrici datorați mișcării ordonate a sarcinilor electrice libere îi numim *curenți liberi.*

Vom arăta că *aplicînd substanței un cîmp magnetic exterior putem imprima caracter ordonat și mișcării electronilor legați în atomi sau molecule, rezultînd curenți electrici legați.*

Curenții electrici datorați mișcării ordonate a sarcinilor electrice legate în atomi și molecule se numesc *curenți legați* sau *curenți de magnetizare.*

Curenții atomici sau moleculari individuali (din fiecare atom sau moleculă) *se numesc* curenți atomici, moleculari sau curenți amperici — după numele lui Ampère care a emis ipoteza existenței lor.

• *Intensitatea curentului atomic orbital.* Considerăm o orbită atomică circulară de rază r, pe care se mișcă un electron cu sarcina $q=-e$ (fig. 4.38). În timpul T, egal cu perioada revoluției electronului pe orbită, prin orice secțiune transversală a orbitei trece odată sarcina e. Conform definiției (2.1) a intensității curentului electric, intensitatea curentului atomic orbital este:

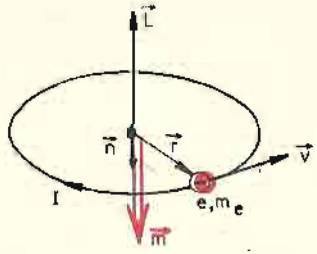


Fig. 4.38

$$I=\frac{e}{T}=e\nu=\frac{e\omega}{2\pi}=\frac{ev}{2\pi r} \qquad (4.64)$$

unde ν — frecvența de rotație a electronului;

ω — frecvența unghiulară de rotație;

v — viteza liniară a mișcării de rotație.

• *Momentul magnetic al curentului orbital* poate fi calculat pe baza formulei de definiție (4.43), ca și în cazul spirei circulare din Fig. 4.23. Deoarece aria orbitei circulare este $S=\pi r^2$ avem

$$\vec{m}=I\vec{S}=\frac{e\,\omega}{2\pi}\cdot\pi r^2\vec{n}=\frac{e\,\omega r^2}{2}\vec{n}=\frac{e\,vr}{2}\vec{n}=-\frac{e}{2m_e}\vec{L}. \qquad (4.65)$$

$L=m_e vr$ este modulul momentului cinetic al electronului în mișcare cu viteza $\vec{v}$ pe o orbită circulară cu raza r ($\vec{v}\perp\vec{r}$). Pentru a scrie ultima egalitate am observat pe figură că $\vec{L}=-\vec{L}n$. Factorul constant $e/2m_e=\gamma$ se numește factor giromagnetic; el *este numeric egal cu raportul modulelor momentului magnetic orbital $\vec{m}$ și momentului cinetic orbital $\vec{L}$, ale electronului.* Deci:

$$\vec{m}=-\gamma\vec{L} \qquad (4.65')$$

Din (4.65) rezultă:

Fiecare orbită electronică din atomi se caracterizează printr-un moment magnetic $\vec{m}$, orientat în sens opus momentului cinetic $\vec{L}$ al electronului.

• *Momentul magnetic atomic.* Pe lîngă momentul magnetic orbital electronul se caracterizează printr-un moment magnetic de spin.

Ca urmare, *momentul magnetic total al unui electron atomic este egal cu* s u m a v e c t o r i a l ă *a momentelor sale magnetice: orbital și de spin.* De fapt, multe nuclee atomice se caracterizează de asemeane prin moment magnetic propriu. De aceea se poate spune:

> Momentul magnetic atomic este egal cu suma vectorială a momentelor magnetice orbital și de spin ale electronilor și a momentului magnetic al nucleului.

Totuși, momentul magnetic nuclear este mai mic decît momentul magnetic electronic de $m_p/m_e = 1840$ ori, și în multe împrejurări se poate neglija. Pentru simplitatea analizei noastre *vom lua în considerare numai momentul magnetic orbital al atomilor.*

Notăm prin $\vec{m}_i = I_i \vec{S}_i$ momentul magnetic al orbitei a i-a a atomului. Atunci momentul magnetic atomic este

$$\sum_{i=1}^{Z} \vec{m}_i = \sum_{i=1}^{Z} I_i \vec{S}_i.$$

După valoarea momentului magnetic al atomilor lor substanțele se împart în două grupe mari:

- *Substanțe diamagnetice:*

$$\sum_{i=1}^{Z} \vec{m}_i = 0;$$

> Momentul magnetic atomic este nul pentru substanțele diamagnetice.

- *Substanțe paramagnetice:*

$$\sum_{i=1}^{Z} \vec{m}_i \neq 0;$$

> Momentul magnetic atomic este diferit de zero pentru substanțele paramagnetice.

Observație: *Există și situații în care în urma compensării vectoriale a momentelor magnetice atomice (diferite de zero) rezultă molecule cu moment magnetic nul (molecule diamagnetice). Astfel de substanțe sînt, de asemenea, diamagnetice.*

Din grupa paramagneticelor se desprind, ca o clasă foarte importantă de substanțe, substanțele feromagnetice (vezi § 3.4.8).

- *Marea majoritate a substanțelor sînt diamagnetice.* Amintim elementele: fosforul, sulful, arsenul, carbonul, multe metale (bismutul, mercurul, aurul, argintul, cuprul etc.) și majoritatea combinațiilor chimice anorganice, printre care apa și aproape toate combinațiile organice.
- *La grupa substanțelor paramagnetice aparțin*, cîteva gaze (oxigen, azot) și metale (aluminiu, wolframul, titanul, platina, metalele alcaline și alcalino-pămîntoase).
- *Din categoria feromagneticelor fac parte puține elemente*: fierul, nichelul, cobaltul, gadoliniul și disprosiul, multe aliaje și oxizi ale acestora, și cîteva aliaje ale manganului și cromului.

4.5.2. INTENSITATEA DE MAGNETIZARE

Ne imaginăm substanța ca fiind formată dintr-o mulțime de curenți amperici (fig. 4.39), *caracterizat fiecare prin momentul său magnetic.* Dacă în bucata de material cu volumul V există N curenți atomici atunci *momentul magnetic total* al acesteia este:

$$\vec{\mathcal{M}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i = \sum_{i=1}^{N} I_i \vec{S}_i. \qquad (4.66)$$

În condiții identice, volume diferite din aceeași substanță vor avea momente magnetice diferite. Mărimea fizică cu ajutorul căreia putem caracteriza magnetizarea unui material, în condiții date, este *momentul magnetic al unității de volum*, notat prin $\vec{M}$:

$$\vec{M} = \frac{\vec{\mathcal{M}}}{V} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i}{V} \qquad (4.67)$$

unde $\vec{m}_1, \vec{m}_2, \ldots, \vec{m}_N$ sînt momentele magnetice din volumul V.

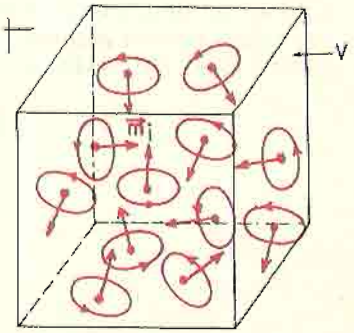


Fig. 4.39

> Momentul magnetic al unității de volum se numește *intensitate de magnetizare* sau *magnetizare.*

• *Unitatea SI pentru magnetizare*, cum rezultă din (4.67) este raportul dintre unitatea momentului magnetic ($A \cdot m^2$) și unitatea volumului (m^3), adică A/m; nu are o denumire specială.

În general, *dacă o bucată de material nu se găsește în cîmp magnetic orbitele curenților amperici din interiorul ei* (și momentele magnetice asociate) *sînt orientate complet haotic.* În consecință în lipsa cîmpului magnetic suma vectorială în (4.67), și implicit magnetizarea $\vec{M}$ este egală cu zero.

> În general în lipsa cîmpului magnetic exterior magnetizarea substanțelor este nulă.

Observație: *Fac excepție de la această regulă magneții permanenți*; mai tîrziu vom înțelege de ce.

4.5.3. MAGNETIZAREA SUBSTANȚELOR PARAMAGNETICE

Magnetizarea substanțelor paramagnetice constă în ordonarea mișcării electronilor legați în atomi sau molecule. În § 4.3.4.3 am arătat că *în cîmp magnetic exterior orice moment magnetic se orientează paralel cu cîmpul magnetic.* Presupunem că prin spirele solenoidului din figura 4.40 a, de lungime L și cu N spire, circulă curentul I. În interiorul lui există cîmpul magnetic $B_0 = \mu_0 NI/L$. Legea lui Ampere (4.56), scrisă pentru conturul închis C are forma:

$$\oint_C \vec{B}_0 \cdot \vec{ds} = \mu_0 (NI) \qquad (4.56'')$$

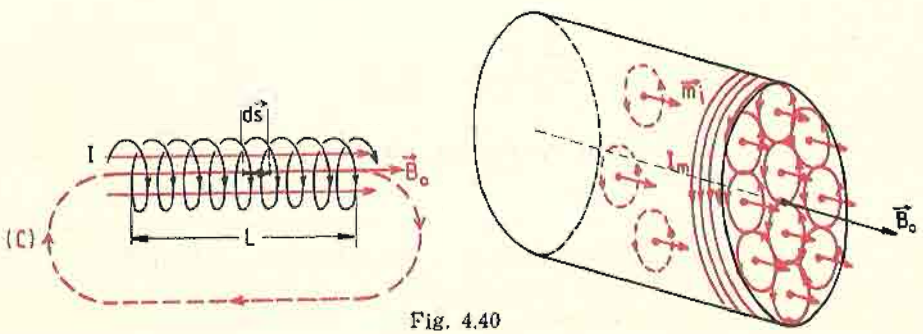


Fig. 4.40

Introducem în solenoid un cilindru din material paramagnetic. *În cîmpul $\vec{B}_0$ toate momentele magnetice orbitale se vor orienta paralel cu cîmpul* (fig. 4.40 b). În această stare *curenții amperici sînt ordonați*; planele tuturor orbitelor lor sînt normale la $\vec{B}_0$ iar curenții legați înconjoară liniile cîmpului $\vec{B}_0$ în același sens. *Materialul în care toate momentele magnetice orbitale (sau majoritatea lor) sînt paralele între ele este magnetizat*; conform cu (4.67) $\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i \neq 0$ și astfel $\vec{M} \neq 0$. Se poate observa că în interiorul cilindrului curenții atomici se anulează reciproc în fiecare punct. Pe suprafața cilindrului curenții atomici au același sens, se compun constructiv, și dau naștere unui curent electric atomic, diferit de zero. Acest curent, datorat mișcării ordonate în cîmp magnetic a electronilor legați în orbitele atomice este curentul legat sau curentul de magnetizare I_m. Curentul de magnetizare nu apare decît atunci cînd materialul este în *stare magnetizată* sau *magnetic ordonată*.

4.5.4. LEGĂTURA ÎNTRE MAGNETIZAREA M ȘI CURENTUL DE MAGNETIZARE I_m

Considerăm o felie de cilindru magnetizat, de lungime ds, tăiată normal la axa cilindrului (fig. 4.41). Dacă intensitatea curentului de magnetizare ce curge pe suprafața acestei felii este dI_m, atunci momentul magnetic asociat ei este $d\mathcal{M} = dI_m S$, unde S este aria bazei cilindrului. Pe de altă parte, din (4.67) rezultă că momentul magnetic al cilindrului cu volumul $dV = S\,ds$ este $d\mathcal{M} = M\,dV = M\,S\,ds$. Din egalitatea celor două expresii rezultă că

$$dI_m = M \cdot ds = \vec{M} \cdot \vec{ds} \qquad (\vec{M} \parallel \vec{ds}) \quad (4.68)$$

Curentul de magnetizare total ce curge pe suprafață cilindrului de lungime L este

$$I_m = \int_0^{I_m} dI_m = \int_0^{L} \vec{M} \cdot \vec{ds} = \oint_C \vec{M} \cdot \vec{ds} \qquad (4.69)$$

Ultima egalitate în (4.69) poate fi scrisă deoarece pe porțiunea conturului închis C, situată în exteriorul cilindrului, $\vec{M} = 0$ și nu aduce nici o contribuție în integrală.

Curentul de magnetizare, la fel ca și curentul liber din spirele solenoidului, *gene-*

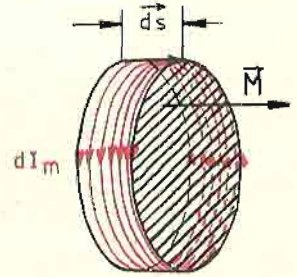


Fig. 4.41

rează cîmpul magnetic $\vec{B}_m$ în interiorul cilindrului și în vecinătatea lui. Evident, $\vec{B}_m$ trebuie să fie proporțional cu magnetizarea $\vec{M}$ a probei, adică $\vec{B}_m \sim \vec{M}$.

4.5.5. CÎMPUL MAGNETIC H

În figura 4.42 reconsiderăm solenoidul din figura 4.40 a, avînd în interior cilindrul magnetizat. Alegînd conturul închis C, care încercuiește atît curenții liberi prin spirele solenoidului cît și curentul de magnetizare de pe suprafața laterală a cilindrului magnetizat, legea lui Ampère (4.56) se scrie sub forma:

$$\oint_C \vec{B}\cdot\vec{ds}=\mu_0\times(\textit{curentul liber}+\textit{curentul de magnetizare})$$

sau

$$\boxed{\oint_C \vec{B}\cdot\vec{ds}=\mu_0(NI+I_m)} \qquad (4.70)$$

unde $\vec{B}$ *este cîmpul magnetic generat de curenții liberi și de curenții de magnetizare.*

Înlocuind în (4.70) expresia (4.69) a curentului de magnetizare obținem:

$$\oint_C \vec{B}\cdot\vec{ds}=\mu_0\cdot(NI+\oint_C \vec{M}\cdot\vec{ds}),$$

sau

$$\oint_C\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}\right)\cdot\vec{ds}=NI. \qquad (4.71)$$

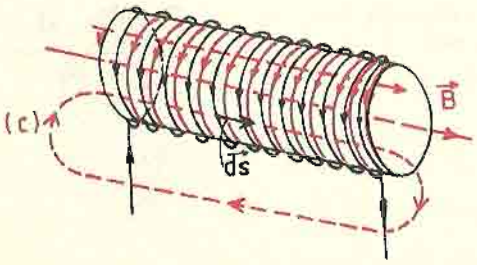


Fig. 4.42

Dacă notăm integrantul în (4.71) prin $\vec{H}$, adică luăm

$$\boxed{\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}}$$

sau

$$\boxed{\vec{B}=\mu_0\vec{H}+\mu_0\vec{M},} \qquad (4.72')$$

atunci (4.71) capătă forma simplă

$$\boxed{\oint_C \vec{H}\cdot\vec{ds}=NI=I_{lib}} \qquad (4.73)$$

unde I_{lib} *este intensitatea curentului liber total înconjurat de conturul de integrare* C. În cărțile mai vechi mărimea fizică $\vec{H}$, definită prin relația (4.72), se numește *intensitatea cîmpului magnetic*. Noi o vom numi simplu, cîmpul magnetic $\vec{H}$, spre a o deosebi de cîmpul magnetic $\vec{B}$.

• *Unitatea SI pentru cîmpul magnetic* $\vec{H}$ este, cum rezultă din (4.72'), aceeași ca pentru magnetizarea $\vec{M}$, adică A/m.

Comparînd relația (4.72') cu (4.63) găsim că trebuie să avem:

$$\boxed{\vec{B}_0=\mu_0\vec{H}} \quad \text{și} \quad \boxed{\vec{B}_m=\mu_0\vec{M}} \qquad (4.74)$$

Observăm că *avem trei mărimi vectoriale pentru a caracteriza cîmpul magnetic în prezența substanței*: $\vec{B}$, $\vec{M}$ și $\vec{H}$, care sînt legate prin relațiile (4.72') și (4.74).

• Conform cu ecuația (4.70) sursele cîmpului magnetic $\vec{B}$ sînt curenții liberi și curenții de magnetizare;

• Conform cu (4.69) sursele magnetizării $\vec{M}$ sînt numai curenții de magnetizare;

• Conform cu (4.73) sursele cîmpului magnetic $\vec{H}$ sînt numai curenți liberi.

Se desprinde ideea că dintre mărimile $\vec{B}$, $\vec{M}$ și $\vec{H}$ cîmpul magnetic $\vec{B}$ este mărimea fundamentală ce caracterizează cîmpul magnetic. Ea poate fi definită în toate cazurile, pe cînd $\vec{M}$ poate fi definit numai în prezența curenților de magnetizare iar $\vec{H}$ numai în prezența curenților liberi. Din punct de vedere practic însă cîmpul magnetic $\vec{H}$ are importanță mai mare. Într-adevăr, experimentatorului îi sînt accesibili numai curenții electrici liberi, de conducție; numai aceștia pot fi porniți în circuite cu ajutorul întrerupătorului sau variați în intensitate cu ajutorul unui reostat. În felul acesta poate fi controlată valoarea cîmpului magnetic $\vec{H}$. La curenții legați în atomi sau molecule experimentatorul nu are acces, deci nu poate controla direct valoarea cîmpului magnetic $\vec{B}$.

Conform cu (4.72'), *în orice material magnetizat cîmpul magnetic* $\vec{B}$ *este dat de suma vectorială a vectorilor* $\vec{H}$ *şi* $\vec{M}$, *înmulţită cu* μ_0. Dacă $\vec{M}$ este paralel cu $\vec{H}$ (sau cu $\vec{B}_0$), cum este *cazul substanţelor paramagnetice*, atunci *cîmpul magnetic în substanţă este mai intens decît în vid*. Dacă însă $\vec{M}$ este antiparalel cu $\vec{H}$ (sau cu $\vec{B}_0$), cum este *cazul substanţelor diamagnetice* (vezi § 4.4.7) atunci *cîmpul magnetic în substanţă este mai puţin intens decît în vid*.

4.5.6. SUSCEPTIBILITATEA MAGNETICĂ

La o temperatură dată *valoarea magnetizării unui material depinde de valoarea cîmpului magnetizator* $\vec{H}$. În acelaşi timp, valoarea magnetizării depinde *de natura materialului magnetizat*. Într-adevăr, cîmpul magnetizator tinde să orienteze momentele magnetice atomice ale substanţei cît mai perfect în direcţia paralelă cîmpului exterior $\vec{H}$. În acelaşi timp agitaţia termică, la care este supus fiecare atom la temperatură diferită de 0K, tinde să dezorienteze, să haotizeze orientarea momentelor magnetice atomice. *La o temperatură dată orientarea momentelor magnetice în direcţia cîmpului este cu atît mai bună, şi magnetizarea cu atît mai mare, cu cît este mai intens cîmpul magnetizator* $\vec{H}$ *şi cu cît este mai joasă temperatura probei*. Această concluzie se poate exprima matematic prin relaţia

$$\vec{M}=\chi_m\vec{H} \tag{4.75}$$

unde *constanta de proporţionalitate* χ_m, dependentă de natura substanţei (şi de temperatură în cazul substanţei paramagnetice) se numeşte susceptibilitate magnetică. Înlocuind (4.75) în (4.72') putem scrie succesiv:

$$\vec{B}=\mu_0\vec{H}+\mu_0\chi_m\vec{H}=\mu_0(1+\chi_m)\vec{H}=\mu_0\mu_r\vec{H}=\mu\vec{H}. \tag{4.76}$$

Mărimea fizică *adimensională*

$$\mu_r=1+\chi_m \tag{4.77}$$

se numeşte permeabilitate magnetică relativă, a materialului; iar mărimea

$$\mu=\mu_0\mu_r \tag{4.78}$$

care *are aceeaşi dimensiune ca şi* μ_0, se numeşte permeabilitate magnetică absolută a materialului.

Materialele pentru care μ_r are valoare constantă (independentă de cîmpul magnetizator) se numesc materiale magnetice liniare.

> Materialele diamagnetice şi paramagnetice sînt materiale magnetice liniare; substanţele feromagnetice sînt materiale magnetice neliniare, *cu valori foarte mari ale permeabilităţii magnetice relative.*

• *Dependenţa de temperatură a susceptibilităţii magnetice a substanţelor paramagnetice* este descrisă de legea lui Curie:

$$\chi_m^{(p)}=\frac{C}{T} \tag{4.79}$$

unde C se numeşte constanta Curie. Conform legii lui Curie *susceptibilitatea magnetică a substanţelor paramagnetice scade cu creşterea temperaturii* după o hiperbolă (fig. 4.43.) La temperatură constantă ($\chi_m^{(p)}$ = const).. magnetizarea creşte la început liniar cu creşterea cîmpului $\vec{H}$ (vezi 4.75). La cîmpuri $\vec{H}$ suficient de intense cînd, împotriva agitaţiei termice, cîmpul reuşeşte să orienteze toate momentele magnetice din material în direcţie paralelă cu cîmpul $\vec{H}$, magnetizarea nu mai creşte cu creşterea cîmpului (fig. 4.44). Valoarea maximă $\vec{M}_s$ a magnetizării se numeşte magnetizare de saturaţie.

În tabelul 4.1 dăm valoarea susceptibilităţii magnetice la temperatura de 20°C, pentru cîteva substanţe paramagnetice uzuale.

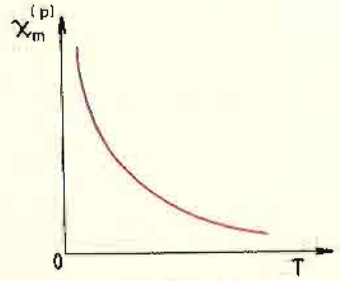


Fig. 4.43

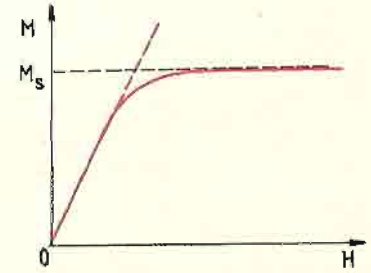


Fig. 4.44

4.5.7. MAGNETIZAREA SUBSTANȚELOR DIAMAGNETICE

Substanțele diamagnetice sînt constituite din atomi (molecule) fără moment magnetic permanent. Totuși, cînd asupra unei orbite atomice se aplică un cîmp magnetic exterior acesta capătă un moment magnetic orbital numit *moment magnetic indus*. *Momentele magnetice induse de cîmp sînt orientate totdeauna în sens opus cîmpului magnetic.* Ca urmare, în cîmp magnetic exterior momentul magnetic atomic al substanțelor diamagnetice devine diferit de zero. Analizăm, ca un exemplu simplu, cazul atomilor de heliu care au două orbite electronice. Mișcarea electronilor pe cele două orbite are loc în sens opus, astfel că în lipsa cîmpului magnetic exterior momentele lor magnetice $\vec{m}_1$ și $\vec{m}_2$, egale în valoare, sînt orientate în direcții opuse și se anulează reciproc (fig. 4.45). *Echilibrul electronului pe orbita circulară este asigurat de egalitatea între forța F cu care electronul este atras de nucleu și forța centripetă*, adică atunci cînd este satisfăcută egalitatea

Tabelul 4.1

Susceptibilitățile magnetice la $t=20°C$

Substanțe paramagnetice	$\chi_m^{(p)}$	Substanțe diamagnetice	$\chi_m^{(d)}$
Oxigen (1Atm)	$2{,}1 \cdot 10^{-6}$	Hidrogen (1Atm)	$-2{,}1 \cdot 10^{-9}$
Aluminiu	$2{,}3 \cdot 10^{-5}$	Carbon (diamant)	$-2{,}2 \cdot 10^{-5}$
Wolfram	$6{,}8 \cdot 10^{-5}$	Cupru	$-1{,}0 \cdot 10^{-5}$
Titan	$7{,}1 \cdot 10^{-5}$	Argint	$-2{,}6 \cdot 10^{-5}$
Platină	$3{,}0 \cdot 10^{-4}$	Mercur	$-3{,}2 \cdot 10^{-5}$

$$m_e\omega_0^2 r = F \qquad (4.80)$$

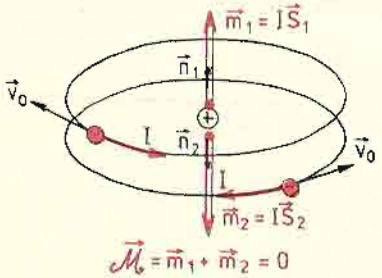


Fig. 4.45

unde ω_0 este viteza unghiulară a mișcării orbitale a electronului în lipsa cîmpului magnetic exterior.

Presupunem acum că asupra fiecărei orbite, situate în planul XY, aplicăm un cîmp magnetic constant $\vec{B}_0$, orientat în sensul pozitiv al axei Z (fig. 4.46). Asupra electronului mai acționează acum și forța Lorentz $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}_0$. Orientarea forței magnetice este aceeași ca a forței $\vec{F}$ în cazul a), cînd vectorii $\vec{\omega}_0$ și $\vec{B}_0$ sînt paraleli, și opusă forței $\vec{F}$ în cazul b), cînd vectorii $\vec{\omega}_0$ și $\vec{B}_0$ sînt antiparaleli. Deoarece forța radială totală asupra electronului s-a modificat, trebuie să se modifice corespunzător și viteza unghiulară a mișcării circulare a electronului (admițînd că r rămîne constant). Dacă ω este viteza unghiulară a electronului în cîmpul $\vec{B}_0$, și evident $v=\omega r$, atunci ecuația de mișcare a electronului în cîmp este

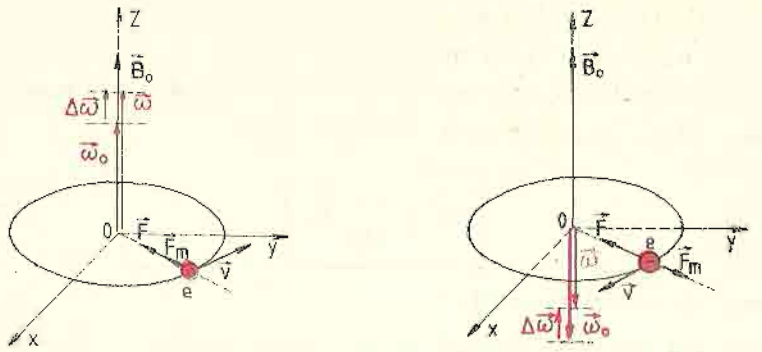


Fig. 4.46

$$m_e\omega^2 r = F \pm e\omega r B_0 \qquad (4.81)$$

unde semnul (+) corespunde figurii 4.46 a iar semnul (−) corespunde figurii 4.46 b. Scăzînd (4.80) din (4.81), pentru a elimina forța F, găsim că

$$m_e(\omega^2 - \omega_0^2)r = \pm e\omega r B_0,$$

sau

$$m_e(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0) = \pm e\omega B_0.$$

Cum modificarea $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ a vitezei unghiulare este foarte mică se poate face aproximația $\omega + \omega_0 \cong 2\omega$ în ultima relație și astfel obținem:

$$\Delta\omega = \pm \frac{e}{2m_e} B_0 \qquad (4.82)$$

Semnul (+) în (4.82) înseamnă o creștere cu $\Delta\vec{\omega}$ a vitezei unghiulare $\vec{\omega}_0$ a electronului (fig. 4.46 a); semnul (−) în (4.82) înseamnă o micșorare

cu $\Delta\vec{\omega}$ a vitezei unghiulare $\vec{\omega}_0$ a electronului (fig. 3.46 b). Cum rezultă din figură, $\vec{\omega}_0$ se micşorează numai dacă vectorul $\Delta\vec{\omega}$ este orientat în sens opus vectorului $\vec{\omega}_0$. Se vede că şi în acest caz $\Delta\vec{\omega}$ este paralel cu $\vec{B}_0$. Deci, relaţia (4.83) se scrie vectorial astfel:

$$\Delta\vec{\omega} = \frac{e}{2m_e}\vec{B}_0 \qquad (4.82')$$

şi corespunde ambelor cazuri.

Dacă, aşa cum arată formula (4.65), vitezei unghiulare $\vec{\omega}_0$ îi corespundea momentul magnetic $\vec{m}$ în lipsa cîmpului, atunci *în prezenţa cîmpului* $\vec{B}_0$ *fiecărei orbite îi corespunde momentul magnetic suplimentar.*

$$\Delta\vec{m} = -\frac{e\Delta\omega r^2}{2}\vec{n} = -\frac{e\Delta\vec{\omega} r^2}{2} = -\frac{e^2r^2}{4m_e}\vec{B}_0 \qquad (4.83)$$

Din (4.83) rezultă:

În cîmpul magnetic $\vec{B}_0$ fiecare orbită electronică capătă un moment magnetic indus, proporţional cu cîmpul $\vec{B}_0$ şi orientat totdeauna în sens opus cîmpului $\vec{B}_0$ (fig. 4.47).

Însumînd vectorial momentele magnetice induse (4.83), pentru toate orbitele dintr-un atom, se obţine momentul magnetic atomic indus:

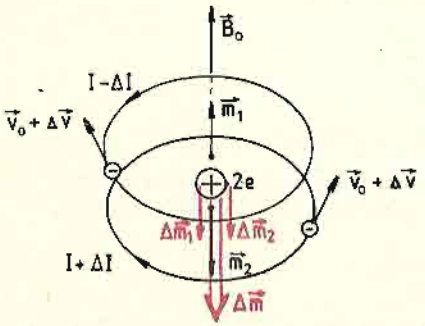


Fig. 4.47

$$\Delta\vec{m}_a = \sum_{i=1}^{Z}\Delta\vec{m}_i = -\frac{Ze^2r^2}{4m_e}\vec{B}_0 \qquad (4.84)$$

Dacă în unitatea de volum a materialului diamagnetic există n atomi identici atunci magnetizarea diamagneticului va fi

$$\vec{M} = \sum_{k=1}^{n}\Delta\vec{m}_a = n\cdot\Delta\vec{m}_a =$$

$$= -\frac{nZe^2r^2}{4m_e}\vec{B}_0 \qquad (4.85)$$

Din (4.85) rezultă:

În cazul substanţelor diamagnetice vectorul magnetizare $\vec{M}$ este orientat în sens opus cîmpului magnetic magnetizator $\vec{B}_0$, ceea ce duce la slăbirea cîmpului în substanţă.

Comparînd (4.85) cu (4.75) şi ţinînd seama de (4.74) găsim *expresia susceptibilităţii magnetice pentru substanţele diamagnetice*, adică

$$\chi_m^{(d)} = \frac{M}{H} = -\frac{nZe^2r^2\mu_0}{4m_e} \qquad (4.86)$$

Din (4.86) rezultă:

Susceptibilitatea magnetică a materialelor diamagnetice este negativă şi independentă de temperatură.

În tabelul 4.1 dăm valoarea susceptibilităţii magnetice a unor substanţe diamagnetice uzuale.

Observaţie: *Diamagnetismul este propriu tuturor substanţelor. În cazul paramagneticelor însă el este mascat de momentele magnetice permanente, care sînt mult mai mari decît cele induse.*

4.58. MAGNETIZAREA FEROMAGNETICELOR

Cîteva elemente — fierul, cobaltul, nichelul, gadoliniul, disprosiul şi cîteva aliaje ale acestora şi a altor elemente, ale căror atomi *posedă moment magnetic permanent*, manifestă proprietăţi magnetice diferite de cele ale paramagneticelor. Ele se numesc substanţe feromagnetice. Proprietăţile lor magnetice speciale se datorează faptului că *între momentele magnetice atomice (de spin) din interiorul unor domenii microscopice se manifestă interacţiuni*, numite interacţiuni de schimb, *care determină orientarea spontană* (fără cîmp magnetic aplicat din exterior), *paralelă a tuturor momentelor magnetice din interiorul unui domeniu*. Dimensiunea liniară a unui astfel de domeniu este de ordinul zecilor de microni (10^{-5}m) şi conţine 10^{19}—10^{21} atomi fiecare. *Domeniile cu magnetizare spontană* se mai numesc domenii Weiss. Limita de separare între domenii se numeşte peretele domeniului sau perete Bloch.

Materialele feromagnetice au structură de domenii cu magnetizare spontană.

Fiecare domeniu produce în jurul său cîmp magnetic, deoarece *fiecare moment magnetic din domeniu produce* într-un punct oarecare un *cîmp magnetic de aceeași orientare*. Orientarea domeniilor Weiss dintr-o bucată macroscopică de material feromagnetic, care conține bilioane de domenii, este complet întîmplătoare (fig. 4.48 a). Din acest motiv magnetizarea materialului și *cîmpul magnetic rezultat, creat de toate domeniile, în orice punct din spațiu, sînt nule*.

Cînd asupra materialului feromagnetic se aplică un cîmp magnetic exterior *pereții domeniilor de magnetizare spontană se deplasează și domeniile se rotesc* astfel că *cele orientate în sensul cîmpului cresc în dauna domeniilor orientate în alte direcții*, a căror dimensiune scade (fig. 4.48 b). *Drept consecință, apare o magnetizare* $\vec{M}$ *diferită de zero*. Cînd cîmpul exterior este suficient de intens pentru a orienta toate domeniile în direcția sa, magnetizarea probei atinge valoarea maximă numită **magnetizare de saturație** (fig. 4.48 c).

Ipoteza existenței domeniilor de magnetizare spontană este esențială pentru explicarea comportării magnetice a feromagneticelor. La o temperatură, caracteristică fiecărui material, numită **temperatură Curie**, mișcarea de agitație termică a atomilor este suficient de intensă pentru a domina interacțiunea de schimb și a distruge orientarea paralelă a momentelor magnetice din interiorul domeniilor; *domeniile de magnetizare spontană dispar și substanța capătă comportarea paramagnetică*.

Temperatura Curie a unui material feromagnetic este temperatura la care materialul trece din faza feromagnetică în fața paramagnetică sau invers.

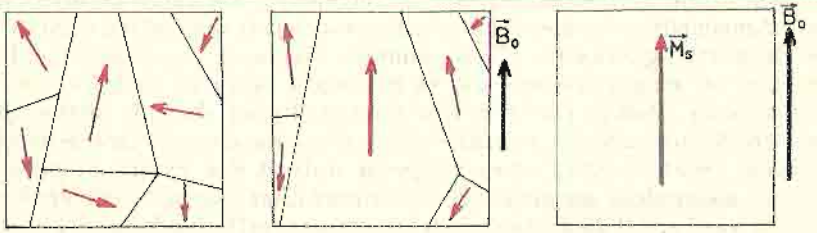


Fig. 4.48

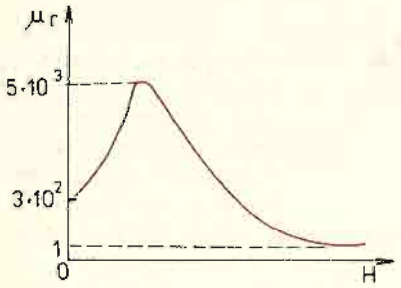


Fig. 4.49

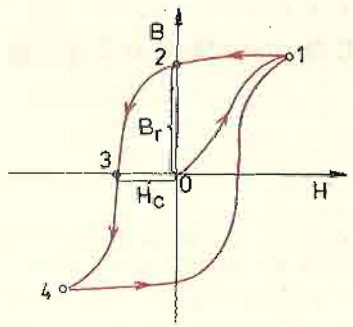


Fig. 4.50

Temperatura Curie este 1043K pentru fier, 633 K pentru nichel, 1348 K pentru cobalt etc.

Datorită valorii foarte mari a magnetizării feromagneticelor un *material feromagnetic magnetizat modifică*, în sensul că *crește, de sute și chiar de mii de ori, cîmpul magnetic din interiorul și exteriorul materialului magnetizat*. În același timp *permeabilitatea magnetică relativă* (și absolută), deci *și susceptibilitatea magnetică* (vezi formula 4.77), *a materialelor feromagnetice nu este constantă*. Pentru că în cazul feromagneticelor dependența cîmpului magnetic B de cîmpul magnetizator H, dată de relația $B=\mu_0\mu_r H=\mu H$ *nu este liniară* se spune că feromagneticele, spre deosebire de diamagnetice și paramagnetice, sînt materiale magnetice neliniare.

În figura 4.49 prezentăm dependența $\mu_r=\mu_r(H)$. De exemplu, pentru fier călit $\mu_r(0)=3\cdot 10^2$, atinge valoarea maximă $\mu_{r\,max}=5\cdot 10^3$, iar la limită cînd $H\to\infty$, capătă valoarea $\mu_r(\infty)=1$, la fel ca pentru vid. În figura 4.50, ilustrăm dependența $B=f(H)$ pentru un material tipic feromagnetic. Dacă un material feromagnetic nemagnetizat este plasat în cîmpul magnetic H, care crește continuu de la zero, se obține curba O1, numită curbă de primă magnetizare. Dacă ajunși în starea de magnetizare 1 micșorăm cîmpul H, observăm o scădere mai lentă a cîmpului B decît cea corespunzătoare curbei de primă magnetizare; vom ajunge cu H la valoarea zero, pentru care $B=B_r\neq 0$ (starea 2). Cîmpul magnetic B_r se numește **remanență magnetică**. Pentru a obține $B=0$ este necesar să inversăm sensul cîmpului magnetizator H și să creștem valoare lui pînă la H_c numită **cîmp coercitiv** (starea 3). Continuînd creșterea cîmpului H peste valoarea H_c, cîmpul magnetic B își schimbă sensul și în starea 4 capătă o valoare egală cu cea din starea 1. Inversînd din nou sensul cîmpului magnetizator H putem închide curba $B=f(H)$. Curba închisă

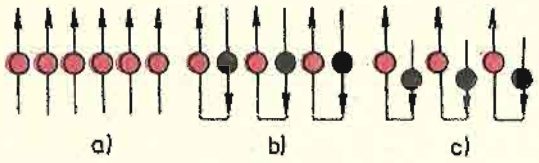


Fig. 4.51

din figura 4.50 se numeşte ciclu de histereză. Cauza pentru care B nu ia aceleaşi valori la creşterea şi descreşterea lui H este structura imperfectă a reţelei cristaline. *Deplasarea pereţilor domeniilor de magnetizare în procesele de magnetizare şi demagnetizare este împiedicată de tot felul de defecte ale reţelei cristaline.*

Histereza procesului de magnetizare-demagnetizare face posibilă existenţa magneţilor permanenţi. Magneţii permanenţi sînt materiale cu cîmp remanent B_r şi cîmp coercitiv H_c mari. Un astfel de material, numit *material magnetic dur*, odată magnetizat, nu se demagnetizează de la sine.

Aria ciclului de histereză caracterizează lucrul cheltuit de cîmpul exterior pe un ciclu de magnetizare-demagnetizare, a unei bucăţi de material feromagnetic. Acest lucru se eliberează în material sub formă de căldură. Evident, pentru micşorarea pierderilor de energie prin magnetizarea-demagnetizarea unui feromagnetic (de exemplu, a miezului unui transformator) la construcţia transformatorului trebuie folosit un *material magnetic moale*, care are aria ciclului de histereză mică.

Din categoria materialelor feromagnetice mai fac parte materialele antiferomagnetice şi materialele ferimagnetice. Figura 4.51 ne oferă o comparaţie între materialele a) *fero-*, b) *antifero* şi c) *ferimagnetice*. În această figură am reprezentat grafic valoarea şi orientarea momentelor magnetice ale atomilor în limitele unui domeniu de magnetizare spontană. *În cazul feromagneticului toţi atomii au momente magnetice egale şi orientate paralel. În cazul antiferomagneticului toţi atomii au momente magnetice egale însă orientate imperecheat în sens opus.* Momentul magnetic *al domeniilor de magnetizare ale antiferomagneticelor* este nul. *În cazul ferimagneticelor reţeaua cristalină este formată din atomi de tip diferit, cu momente magnetice diferite, orientate imperecheat în sens opus.* Momentul magnetic al domeniilor *de magnetizare ale ferigmaneticelor* este diferit de zero.

Materialele feromagnetice au numeroase aplicaţii în tehnică. Din ele se confecţionează magneţii permanenţi, miezurile electromagneţilor pentru diverse aparate şi mecanisme (telefon, difuzor, transformator), benzile de casetofon etc. Detaliile cu memorie ale diferitelor maşini de calcul sînt confecţionate din materiale feritice etc.

4.59. CIRCUITE MAGNETICE

Figura 4.52 reprezintă schematic un electromagnet. Pe o porţiune a miezului sînt înfăşurate N spire prin care circulă curentul I. În miezul feromagnetic inelar se instalează cîmpul magnetic B iar în spaţiul dintre

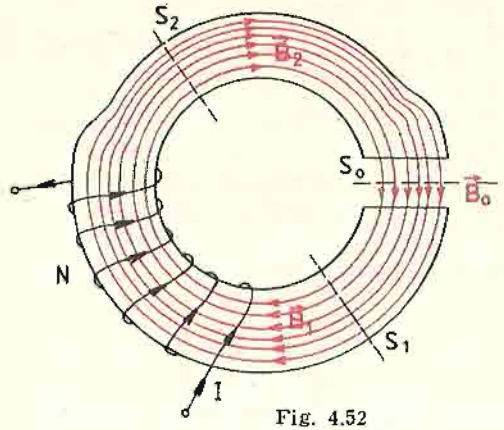


Fig. 4.52

polii electromagnetului cîmpul magnetic B_0. Deşi unele linii de cîmp scapă din miezul feromagnetic, numărul acestora este mic şi le putem neglija în analiza ce urmează.

Cînd se proiectează un electromagnet este necesar să se poată calcula cîmpul magnetic B_0 în aerul dintre polii electromagnetului, în funcţie de *produsul NI* numit *amper-spire* şi de geometria circuitului magnetic. Dacă circuitul magnetic constă din mai multe porţiuni, cu secţiune diferită şi din materiale diferite, a *k-a* porţiune, avînd aria secţiunii transversale S_k şi permeabilitatea magnetică μ_k, atunci ţinînd seama de **(4.76) şi (4.12) cîmpul magnetic H în porţiunea *k-a* este:**

$$H_k = \frac{B_k}{\mu_k} = \frac{\Phi_k}{\mu_k S_k}. \qquad (4.87)$$

Fie $l_1, l_2, \ldots, l_n$ lungimile celor n porţiuni diferite ale circuitului magnetic. Legea lui Ampère (4.73) scrisă pentru o linie a cîmpului H are forma:

$$\oint_C \vec{H} \cdot \vec{ds} = H_1 l_1 + H_2 l_2 + \ldots + H_n l_n = NI \qquad (4.88)$$

Înlocuind aici (4.87) și dînd factor comun fluxul $\Phi=\Phi_1=\Phi_2 \ldots =\Phi_n$ (nu sînt scăpări de linii de flux), avem:

$$\Phi\left(\frac{l_1}{\mu_1 S_1}+\frac{l_2}{\mu_2 S_2}+\ldots+\frac{l_n}{\mu_n S_n}\right)=NI \qquad (4.89)$$

Notînd

$$\mathcal{R}=\sum_{i=i}^{n}\frac{l_i}{\mu_i S_i} \quad - \textit{reluctanța circuitului magnetic} \qquad (4.90)$$

și

$$\mathcal{M}=NI \quad - \textit{tensiunea magnetomotoare a circuitului magnetic} \qquad (4.91)$$

putem retranscrie (4.89) sub forma

$$\Phi=\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{R}} \qquad (4.92)$$

formulă analoagă legii lui Ohm.

Între mărimile ce caracterizează un circuit electric și cele ce caracterizează un circuit magnetic există o corespondență mai largă, ce rezultă din tabelul 4.2

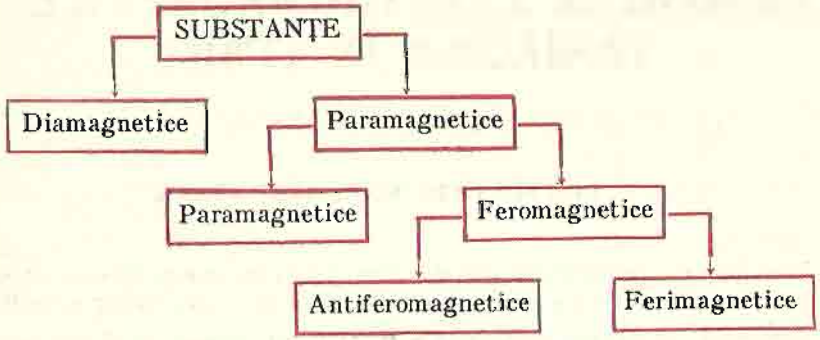
Tabelul 4.2

Corespondența între mărimile caracteristice circuitelor electrice și magnetice

Circuit electric	Circuit magnetic
Curentul electric I	Fluxul magnetic Φ
Rezistența $R=\frac{l}{\sigma S}$	Reluctanța $\mathcal{R}=\frac{l}{\mu S}$
Tensiunea electromotoare $\mathcal{E}$	Tensiunea magnetomotoare $\mathcal{M}$
Ecuația circuitului $\mathcal{E}=RI$	Ecuația circuitului $\mathcal{M}=\mathcal{R}\Phi$

În cazul circuitelor magnetice ramificate se pot aplica legi analoage legilor circuitelor electrice (vezi § 3.2.1), pentru a calcula mărimile magnetice caracteristice circuitului magnetic.

Din acest paragraf rezultă următoarea clasificare a substanțelor după proprietățile lor magnetice.



Capitolul 5.
FENOMENE ELECTROMAGNETICE VARIABILE ÎN TIMP

5.1. INDUCȚIA ELECTROMAGNETICĂ

5.1.1. CONSTATĂRI EXPERIMENTALE

Considerăm circuitul electric din figura 5.1, în care porțiunea $ab=L$ poate aluneca fără frecare pe firele conductoare *bc* și *da*. Întreg circuitul este plasat în cîmpul magnetic static $\vec{B}$, orientat normal la planul paginii, dinspre pagină spre cititor. Tensiunea electromotoare $\mathcal{E}$ din circuit generează în acesta curentul electric $I=\mathcal{E}/R$ (R este rezistența circuitului), în sensul arătat în figură. Conform celor arătate în § 4.3.2, asupra tuturor laturilor circuitului acționează o forță electromagnetică care tinde să deformeze circuitul. Deoarece numai latura *ab* a circuitului este mobilă, deformarea circuitului constă în deplasarea acestei laturi spre dreapta, ceea ce face ca aria mărginită de curent să crească. În concluzie:

> Un circuit electric deformabil, aflat în cîmp magnetic static, se deformează atunci cînd prin el circulă curent electric.

În 1831 M. Faraday și-a pus întrebarea: *nu cumva are loc și fenomenul invers*? Dacă se deformează în cîmp magnetic un circuit, nu apare în el curent electric? În urma experiențelor efectuate Faraday a găsit răspuns afirmativ:

> Dacă un circuit electric închis (fără sursă) este deformat în cîmp magnetic static (i se modifică aria) în circuit apare curent electric (fig. 5.2).

Mai mult, Faraday a descoperit că *într-un circuit închis apare curent electric nu numai cînd acesta este deformat în cîmp magnetic ci și cînd se rotește în cîmp magnetic omogen* (vezi § 6.1.4) *sau execută o mișcare de translație în cîmp magnetic neomogen, precum și atunci cînd circuitul rigid și fix se află în cîmp magnetic variabil în timp (în cîmp magnetic nestaționar).*

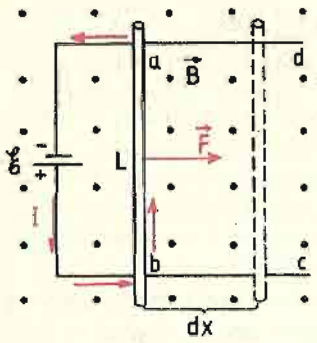


Fig. 5.1

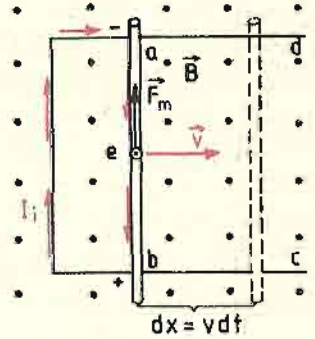


Fig. 5.2

• Curentul electric excitat de cîmpul magnetic, într-un circuit închis fără sursă, se numește curent de inducție iar *fenomenul* de producere a curentului electric cu ajutorul cîmpului magnetic *se numește* inducție electromagnetică. Tensiunea electromotoare care determină existența curentului electric indus se numește tensiune electromotoare indusă (vezi § 2.1.2).

Enumerăm cîteva experiențe prin care Faraday a pus în evidență fenomenul de inducție electromagnetică:

• *Se apropie polul nord al unui magnet de o spiră conductoare închisă (fig. 5.3 a) (planul spirei este normal la direcția de deplasare a magnetului). În circuit apare curentul indus I_i, pus în evidență de deviația acului galvanometrului G, inclus în circuit. Cîmpurile magnetice $\vec{B}$ (al magnetului) și $\vec{B}_i$ (al curentului indus) sînt ilustrate prin linii de cîmp, iar sensul curentului indus printr-o săgeată. Curentul de inducție dispare cînd magnetul este oprit.*

• *Se îndepărtează de spiră polul nord al magnetului (fig. 5.3 b). În spiră apare un curent electric de sens opus celui indus în cazul precedent; acul galvanometrului deviază în cealaltă parte.*

• *De spiră se apropie polul sud al magnetului (fig. 5.3 c). În spiră se induce curent de același sens ca și în cazul depărtării de spiră a polului nord al magnetului.*

• *Se îndepărtează de spiră polul sud al magnetului (fig. 5.3 d). Curentul indus are același sens ca în cazul apropierii de spiră a polului nord al magnetului.*

• *Se închide întrerupătorul circuitului din stînga (fig. 5.3 e), sau se crește intensitatea curentului I existent, cu ajutorul reostatului R. În circuitul vecin se induce curentul I_i, al cărui sens este opus sensului curentului I. Dacă variația curentului I încetează, curentul indus dispare.*

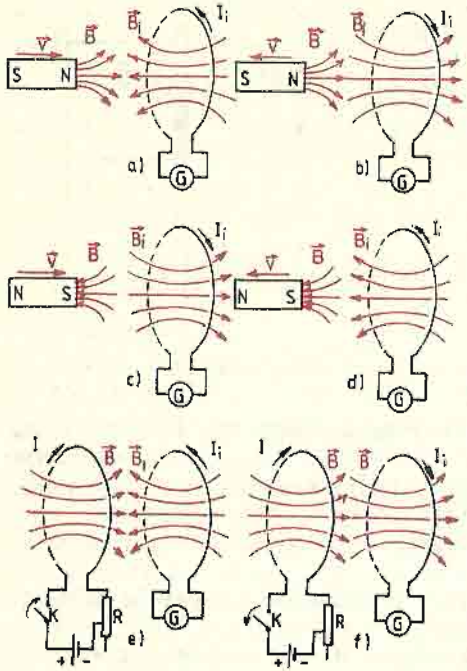


Fig. 5.3

• *Se întrerupe sau se micşorează intensitatea curentului I (fig. 5. 3 f). În circuitul vecin se induce curentul I_i, care are acelaşi sens ca şi curentul I. Curentul I_i se stinge mai tîrziu decît curentul I.*

Observaţie: *Faraday în experienţele sale a folosit o bobină cu mai multe spire, nu numai o spiră ca în fig. 5.3.*

Tuturor experienţelor descrise le este caracteristic faptul că are loc o variaţie a fluxului cîmpului magnetic ce străbate suprafaţa mărginită de spiră: în cazurile a, c şi e fluxul creşte în timp iar în cazurile b, d şi f scade. Din aceste experienţe Faraday a tras concluziile:

Într-un circuit conductor închis se induce curent ori de cîte ori variază fluxul cîmpului magnetic prin suprafaţa mărginită de conturul circuitului.

Tensiunea electromotoare indusă este proporţională cu viteza de variaţie a fluxului cîmpului magnetic (*legea Faraday*) adică

$$\mathcal{E}_i \sim \frac{d\Phi}{dt} \qquad (5.1)$$

În 1833 H. E. Lenz a enunţat regula generală cu ajutorul căreia se poate stabili sensul curentului indus:

> Curentul indus I_i are sensul în aşa fel încît cîmpul magnetic propriu, $\vec{B}_i$, tinde să anihileze variaţia fluxului magnetic care produce curentul I_i (*Legea lui Lenz*)

Cu alte cuvinte *curentul indus curge în direcţia în care cîmpul magnetic general de el se opune variaţiei cîmpului magnetic inductor*. De acest lucru

ne putem convinge în toate cazurile din figura 5.3. De exemplu, la creşterea intensităţii curentului I (Fig. 5.3 *c*) fluxul cîmpului magnetic inductor, prin suprafaţa spirei vecine, creşte. Pentru a compensa această creştere cîmpul $\vec{B}_i$ al curentului indus trebuie să fie orientat în sens opus orientării cîmpului $\vec{B}$. Curentul indus I_i, care generează cîmpul $\vec{B}_i$, opus cîmpului $\vec{B}$, trebuie să aibă sensul opus sensului curentului I. De asemenea, la îndepărtarea de spiră a polului nord (fig. 5.3 b) fluxul cîmpului magnetic $\vec{B}$, prin suprafaţa spirei, scade. Pentru compensarea acestei scăderi, cîmpul $\vec{B}_i$ trebuie să aibă aceeaşi orientare ca şi cîmpul $\vec{B}$. Ştiind care trebuie să fie orientarea cîmpului $\vec{B}_i$ se poate stabili totdeauna sensul curentului indus ce-l generează, întocmai ca în cazul cîmpului magnetic al solenoidului.

5.2. LEGEA LUI FARADAY

Vom justifica pe cale teoretică legea lui Faraday, enunţată mai sus, pe baza concluziilor ce au rezultat din experienţe. Pentru aceasta observăm că în toate cazurile de inducţie electromagnetică are loc transformarea energiei dintr-o formă în alta. De exemplu, în cazurile din figura 5.3 a şi c energia mecanică de mişcare a magnetului se transformă, prin intermediul cîmpului său $\vec{B}$, în energia electrică a curentului indus, care la rîndul său se transformă în energie termică prin efect Joule. *Luăm ca punct de plecare pentru stabilirea legii lui Faraday, legea conservării energiei în fenomenul de inducţie electromagnetică*. Pentru concretizare ne referim din nou la figura 5.1.

Lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune $\mathcal{E}$, în intervalul de timp dt, este $dL = \mathcal{E} I dt$ (vezi 3.26). O parte din acest lucru se cheltuieşte pentru deplasarea laturii *ab* a circuitului, iar altă parte se disipă în rezistenţa circuitului, prin efectul Joule, sub formă de energie termică. Lucrul mecanic efectuat la deplasarea laturii *ab* a circuitului pe distanţa dx, în intervalul de timp dt, poate fi scris sub forma

$$dL' = F \cdot dx = IBL \cdot dx = IB \cdot dS = I \cdot d\Phi, \qquad (5.2)$$

unde $d\Phi$ este variaţia fluxului cîmpului magnetic prin suprafaţa conturului, prilejuită de creşterea cu $dS = L \cdot dx$ a ariei suprafeţei mărginite de el. Lucrul mecanic ce se transformă în căldură prin efect Joule, în

intervalul de timp dt, este $dL''=I^2Rdt$ (vezi 3.27). Din legea conservării energiei în acest proces rezultă că $dL=dL'+dL''$ sau

$$\mathcal{E}Idt=Id\Phi+I^2Rdt,$$

de unde

$$I=\frac{\mathcal{E}-\frac{d\Phi}{dt}}{R} \tag{5.3}$$

Relaţia (5.3) poate fi privită ca legea lui Ohm pentru circuitul din figura 5.1 ($r\cong 0$), în care pe lîngă tensiunea electromotoare $\mathcal{E}$ a sursei există şi o tensiune electromotoare indusă:

$$\boxed{\mathcal{E}_i=-\frac{d\Phi}{dt}} \tag{5.4}$$

determinată de creşterea în timpul dt cu $d\Phi$ a fluxului cîmpului magnetic prin suprafaţa mărginită de circuit. *Expresia (5.4) reprezintă legea lui Faraday pentru inducţia electromagnetică.* Ea este universală, întrucît nu se referă la un mod particular de variaţie a fluxului cîmpului magnetic prin suprafaţa mărginită de circuit. Semnul (—) în (5.4) arată că tensiunea electromotoare (t.e.m.) indusă este orientată (are polaritate) astfel încît cîmpul magnetic al curentului indus se opune variaţiei $d\Phi$ a fluxului cîmpului inductor; dacă fluxul creşte ($d\Phi>0$) atunci $\mathcal{E}_i<0$ şi $\vec{B}_i$ este orientat antiparalel cu $\vec{B}$, iar dacă fluxul scade ($d\Phi<0$) $\mathcal{E}_i>0$ şi $\vec{B}_i$ este orientat paralel cu $\vec{B}$. Deci, *semnul (—) în (5.4) exprimă legea lui Lenz.*

5.1.3. NATURA TENSIUNII ELECTROMOTOARE INDUSE

Cînd într-un circuit fără generator convenţional circulă curent electric asupra electronilor din conductorii circuitului acţionează o forţă imprimată de o natură oarecare. Cea mai generală expresie a forţei ce poate acţiona asupra electronilor este forţa Lorentz (4.16). Cîmpul imprimat corespunzător acestei forţe este $\vec{E}_i=\vec{F}/q=(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$. Înlocuind în

(2.6) găsim expresia generală a tensiunii electromotoare indusă într-un circuit electric:

$$\mathcal{E}=\oint_C(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{s}=\oint_C\vec{E}\cdot d\vec{s}+\oint_C(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{s}= \tag{5.5}$$

$$=\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_1+\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_2.$$

Proveniența celor doi termeni în expresia t.e.m. este diferită:

Circuitul electric este fix şi rigid ($\vec{v}=0$). În acest caz termenul al doilea în (5.5) este egal cu zero. Singura modalitate de-a varia fluxul cîmpului prin suprafaţa constantă delimitată de circuit este *variaţia cîmpului magnetic.* Ţinînd seama de (4.14) putem scrie succesiv:

$$\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_1=-\frac{d}{dt}\int_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=-\int_S\frac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{S}.$$

(Semnul minus a fost introdus din cauza orientării opuse a vectorilor $\vec{B}$ şi $d\vec{S}$, cum rezultă din figura 5.2). Prin urmare, putem scrie:

$$\boxed{\oint_C\vec{E}\cdot d\vec{s}=-\int_S\frac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{S}} \tag{5.6}$$

expresie ce reprezintă *forma integrală a legii lui Faraday*

Cîmpul magnetic este static. Modalitatea de-a induce în circuit t.e.m. este fie deformarea circuitului în cîmp static omogen, fie deplasarea circuitului rigid în cîmp magnetic static neomogen. Ambele modalităţi implică $\vec{v}\neq 0$ pentru o porţiune sau pentru întreg circuitul. Într-adevăr, în cazul deformării circuitului din figura 5.2, prin deplasarea laturii ab spre dreapta, fluxul cîmpului magnetic variază cu viteza:

$$\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_2=-B\frac{dS}{dt}=-Bl\frac{dx}{dt}=-Bvl=-Bv\int_b^a d\vec{s}=-\oint_C(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{s}$$

Pentru a scrie ultima egalitate am ţinut seama, pe de-o parte că integrala pe contur închis este diferită de zero numai pe drumul ab, unde

$v \neq 0$, iar pe de altă parte că vectorul $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$ este paralel cu elementul de drum ds pe drumul de la a la b. Apariția semnului minus se explică în același mod ca în cazul precedent. În concluzie, tensiunea electromotoare indusă își poate avea originea în:

— deformarea în cîmp magnetic omogen sau deplasarea în cîmp magnetic neomogen a circuitelor electrice;

— variația în timp a cîmpului magnetic ce străbate suprafața mărginită de un circuit rigid, în repaus.

Cîmpul electric asociat cu variația în timp a cîmpului magnetic nu este conservativ (circulația sa pe un contur închis nu este nulă). Un astfel de cîmp electric se numește *indus*, *imprimat*, sau *electromotor* (vezi § 2.1.2). Din (5.6) rezultă că:

> Cîmpul magnetic variabil în timp $\vec{B}$ generează cîmpul electric neconservativ $\vec{E}$.

Observație: *Pentru apariția cîmpului electric indus la variația cîmpului magnetic* $\vec{B}$ *nu este necesară prezența circuitului conductor. Cîmpul electric indus apare și în vid. Apariția curentului indus presupune însă existența unui mediu conductor, cu purtători de sarcină capabili să se miște ordonat sub influența cîmpului electric indus.* În esență, tensiunea electromotoare indusă într-un circuit este rezultatul separării în conductori a sarcinilor electrice de semn opus sub influența cîmpului electric indus.

Liniile cîmpului electric indus (neconservativ) sînt curbe închise. În cazul cînd cîmpul electric indus este generat prin variația în timp a unui cîmp magnetic omogen liniile sale sînt *cercuri concentrice în plane normale la liniile cîmpului magnetic, care înconjoară liniile acestuia.* În figura 5.4 ilustrăm liniile cîmpului electric indus: a) prin *creșterea în timp a cîmpului magnetic* omogen $\vec{B}$ și *b*) prin *descreșterea în timp a aceluiaș cîmp*. Sensul liniilor cîmpului indus se stabilește pe baza legii lui Lenz.

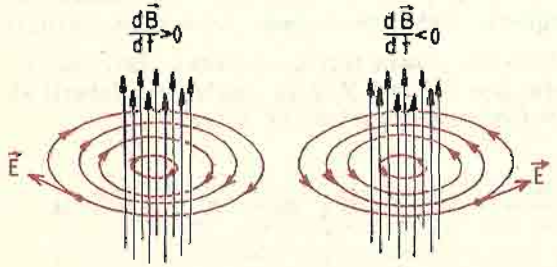


Fig. 5.4

5.1.4. CURENȚII FOUCAULT

Curenții de inducție apar și în materialele conductoare masive, nu numai în conductorii filiformi. Curenții induși în conductorii masivi, aflați în repaus în cîmp magnetic variabil în timp, sau în mișcare în cîmp magnetic constant, se numesc curenți Foucault. La fel ca și cîmpul electric indus, curenții Foucault sînt turbionari: ei se închid în cercuri concentrice în jurul liniilor cîmpului magnetic, situate în plane normale la cîmp. Deoarece rezistența electrică a conductorilor masivi este mică, intensitatea curenților Foucault poate fi mare, ceea ce poate duce la încălzirea puternică a conductorului. Pe acest efect se bazează funcționarea *cuptoarelor cu inducție magnetică*, pentru topirea metalelor. Pentru micșorarea pierderii energiei electrice prin curenți Foucault miezurile de fier ale unor mașini electrice, cum sînt transformatoarele, electromagneții, generatoarele și motoarele electrice, care lucrează în cîmp variabil în timp, sau se mișcă în cîmp constant, sînt confecționate din tole sau fire subțiri de fier, separate între ele prin materiale izolatoare. În ultimul timp miezurile de fier se înlocuiesc tot mai mult cu cele de ferită a căror conducție electrică este mult mai mică.

5.2. INDUCȚIA MUTUALĂ ȘI AUTOINDUCȚIA

5.2.1. INDUCȚIA MUTUALĂ

• Inducția mutuală și autoinducția sînt cazuri particulare de inducție electromagnetică.

> Excitarea prin inducție a curentului într-un circuit, prin variația curentului în alt circuit (vecin), se numește inducție mutuală.

Experiențele de inducție din figura 5.3 e și f sînt exemple de inducție mutuală. În figura 5.5 reluăm o astfel de experiență. Presupunem că în circuitul 1 circulă curentul I_1 și că în cîmpul magnetic generat de curentul I_1 se află circuitul vecin 2. Notăm prin Φ_{12} *fluxul cîmpului magnetic al curentului* I_1 prin suprafață mărginită de *circuitul 2*. Este

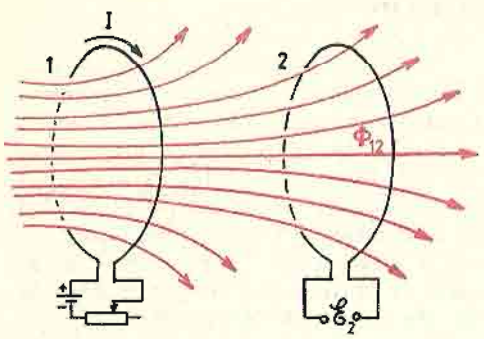


Fig. 5.5

evident că fluxul Φ_{12} este proporțional cu intensitatea I_1 a curentului ce-l generează, adică

$$\Phi_{12}=M_{12}I_1 \qquad (5.7)$$

Coeficientul de proporționalitate M_{12} se numește coeficient de inducție mutuală sau inductanța mutuală a circuitelor 1 și 2. Dacă în figura 5.5 am avea curentul I_2, prin circuitul 2, atunci fluxul cîmpului magnetic generat de I_2 prin suprafața mărginită de circuitul 1 ar fi

$$\Phi_{21}=M_{21}I_2. \qquad (5.7')$$

• Presupunem acum că în intervalul de timp dt intensitatea curentului din circuitul 1 variază cu valoarea dI_1. Variația corespunzătoare a fluxului magnetic prin suprafața mărginită de circuitul 2 este

$$d\Phi_{12}=M_{12}dI_1. \qquad (5.8)$$

Conform cu (5.4) în circuitul 2 apare t.e.m. indusă

$$\mathcal{E}_2=-\frac{d\Phi_{12}}{dt}=-M_{12}\frac{dI_1}{dt}. \qquad (5.9)$$

Din (5.9) rezultă:

T.e.m. indusă într-un circuit prin inducție mutuală este direct proporțională cu viteza de variație a curentului din circuitul vecin și depinde de valoarea inductanței mutuale a celor două circuite.

Se poate arăta teoretic și experimental că $M_{12}=M_{21}=M$.

• Cum rezultă din (5.7), relațiile de definiție pentru inductanța mutuală a două circuite sînt

$$M=\frac{\Phi_{12}}{I_1}=\frac{\Phi_{21}}{I_2} \qquad (5.10)$$

Deci

Inductanța mutuală a două circuite este egală cu raportul dintre fluxul cîmpului magnetic prin suprafața mărginită de unul din circuite și intensitatea curentului prin celălalt circuit.

• *Unitatea SI pentru inductanța mutuală* rezultă din (5.10) și este raportul dintre unitatea fluxului magnetic și unitatea intensității curentului, adică Wb/A. Această unitate se numește Henry (după numele fizicianului american D. Henry) și se notează simbolic cu *H*. Deci

$$1\text{H}=\frac{1\text{ Wb}}{1\text{ A}}$$

• Deducem *expresia inductanței mutuale* în cazul simplu, *a două bobine solenoidale, înfășurate strîns una peste alta*, pe un miez de fier (fig. 5.6). Presupunem că cele două bobine au aceeași lungime $l_1=l_2=l$, aproximativ aceeași secțiune transversală $S_1=S_2=S$ și că permeabilitatea magnetică relativă a miezului de fier este μ_r. Numărul spirelor celor două bobine este N_1, respectiv N_2. Curentul I_1 care circulă prin bobina 1 (circuitul 1) generează cîmpul magnetic $B_1=\mu_r B_{01}=\mu_r\mu_0 N_1 I_1/l$, care străbate aria spirelor ambelor bobine. Fluxul cîmpului $\vec{B}_1$, printr-o singură spiră a bobinei 2, este $\Phi'_{12}=B_1 S$. Prin toate cele N_2 spire ale bobinei 2 fluxul cîmpului $\vec{B}_1$ este

$$\Phi_{12}=N_2\Phi'_{12}=N_2B_1S=\frac{\mu_r\mu_0N_2N_1S}{l}I_1$$

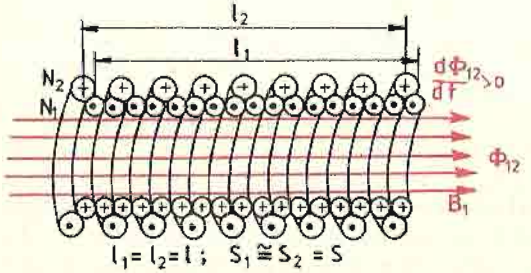


Fig. 5.6

Ținînd seama de (5.10) rezultă că

$$M = \frac{\mu_r \mu_0 N_1 N_2 S}{l} \tag{5.11}$$

Observație: *Dacă am fi trecut curent prin spirele bobinei 2 și am fi exprimat fluxul cîmpului magnetic al acestui curent prin spirele bobinei 1 (Φ_{21}), împărțind la I_2, am fi obținut aceeași expresie pentru M, ceea ce demonstrează că $M_{12}=M_{21}$.*

Din (5.11) rezultă:

Inductanța mutală a două circuite (vecine) depinde de factorii constructivi a celor două bobine (de lungimea, suprafața și numărul spirelor lor), de permeabilitatea relativă a mediului prin care ele interacționează și de poziția lor reciprocă în spațiu; inductanța mutuală nu depinde de intensitatea curentului prin cele două circuite.

Observație: *Din expresia (5.11), dedusă în cazul particular al bobinelor din figura 5.6, nu rezultă dependența lui M de poziția reciprocă a celor două bobine, deoarece fluxul cîmpului generat de curentul prin una din bobine este îmbrățișat în întregime de spirele celeilalte bobine. În cazurile generale, cum este cel din figura 5.5, doar o parte din fluxul cîmpului curentului I_1 trece prin suprafața circuitului 2. Valoarea acestei părți depinde de poziția circuitului 2 față de circuitul 1; din acest motiv M depinde în general de poziția reciprocă a celor două circuite.*

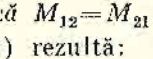
Fenomenul de inducție mutuală stă la baza funcționării a numeroase mașini electrice cum sînt transformatorul electric, bobina de inducție, la cuplarea circuitelor electronice etc. pe care le vom descrie în capitolul 8.

5.2.2. AUTOINDUCȚIA

• Curentul electric care circulă printr-un circuit generează un flux magnetic și prin suprafața mărginită de circuitul propriu, nu numai prin cea mărginită de circuitele vecine. Acest flux este, evident, cu atît mai mare cu cît este mai mare intensitatea curentului în circuit. Referindu-ne din nou la circuitul 1 din figura 5.5 putem scrie: $\Phi_{11}=L_{11}I_1$. Deoarece

nu este obligatorie prezența altor circuite în vecinătatea circuitului 1, putem renunța la indicii care numerotează circuitele și astfel avem:

$$\Phi = LI. \tag{5.12}$$

Coeficientul de proporționalitate L se numește *inductanță proprie* sau *inductanța circuitului*. Elementul de circuit caracterizat prin inductanță se numește inductor (sau bobină). Simbolul în circuit a inductorului este  sau . Din (5.12) rezultă că în SI inductanța proprie a unui circuit se exprimă în H, la fel ca și inductanța mutuală.

• Dacă intensitatea curentului în circuit nu este constantă în timp ci variază în intervalul de timp dt cu valoarea dI, atunci din (5.12) rezultă că fluxul cîmpului magnetic prin suprafața mărginită de circuit variază cu valoarea

$$d\Phi = L\,dI \tag{5.12'}$$

Această variație determină, conform cu (5.4), apariția în circuit a *t.e.m. autoinduse*

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt} \tag{5.13}$$

Din (5.13) rezultă:

T.e.m. autoindusă într-un circuit este direct proporțională cu viteza de variație a intensității curentului prin respectivul circuit și depinde de inductanța proprie a circuitului.

• Semnul (−) în (5.13) ne arată că *t.e.m. autoindusă într-un circuit* (și curentul autoindus) *are totdeauna sensul astfel încît se opune variației curentului principal care o produce. Dacă curentul principal crește ($dI/dt>0$) atunci $\mathcal{E}<0$ și sensul curentului autoindus este opus sensului curentului principal. Dacă însă intensitatea curentului principal scade ($dI/dt<0$), atunci $\mathcal{E}_i>0$ și curentul autoindus are același sens ca și curentul principal.* Acest fenomen se manifestă în mod practic prin așa-numitul extracurent de inducție care apare la închiderea și deschiderea circuitelor electrice care au inductanță mare (vezi § 5.4).

• *Expresia inductanței unei bobine solenoidale*, înfășurate pe un miez de fier, se obține din expresia (5.11) a inductanței mutuale dacă în

locul bobinei 2 considerăm tot bobina 1, adică luăm $N_2=N_1=N$ (l și S au fost luate aceleași pentru ambele bobine). Atunci (5.11) devine:

$$L=\frac{\mu_r\mu_0 N^2 S}{l} \qquad (5.14)$$

La fel ca și inductanța mutuală a două circuite:

Inductanța proprie a unui circuit (bobine) depinde numai de caracteristicile sale constructive (N, l, S), de permeabilitatea magnetică relativă a mediului în care se află și nu depinde de intensitatea curentului electric prin circuit.

5.2.3. ENERGIA CÎMPULUI MAGNETIC

După cum știm, cîmpul magnetic este legat inseparabil de curentul electric: el apare, se modifică și dispare împreună cu apariția, modificarea și dispariția curentului. Prin urmare o parte din energia curentului electric se cheltuiește pentru generarea cîmpului magnetic.

Cîmpul magnetic trebuie să posede o energie, egală cu lucrul mecanic cheltuit de curent pentru generarea lui.

• Pentru a găsi expresia energiei cîmpului magnetic pornim de la expresia (5.2) a lucrului mecanic efectuat de curentul I pentru a crește fluxul cîmpului magnetic, prin aria mărginită de circuit, cu valoarea $d\Phi$. Înlocuind în (5.2) creșterea fluxului cu expresia (5.12') obținem

$$dW=I\cdot d\Phi=L\cdot I dI. \qquad (5.15)$$

Lucrul cheltuit de curent pentru a genera fluxul finit Φ se poate obține prin însumarea (integrarea) lucrurilor elemente de tipul (5.15). Fluxul cîmpului prin suprafața mărginită de circuit crește și dacă mărim intensitatea curentului prin circuit, menținînd constantă aria suprafeței mărginite de acesta. De aceea, fluxul cîmpului crește de la 0 la Φ atunci cînd curentul crește de la 0 la I. Deci, integrînd (5.15) în raport cu variabila I, între limitele 0 și I, obținem:

$$W=\int_0^I LIdI=\frac{LI^2}{2}$$

Putem, deci, scrie:

$$W=\frac{LI^2}{2} \qquad (5.16)$$

Observație: *Expresia (5.16) a energiei înmagazinate în cîmpul magnetic, de către curentul I care circulă prin circuitul cu inductanța L, este analoagă expresiei energiei cinetice a unui corp cu masa m aflat în mișcare cu viteza v; mărimea cinetică corespunzătoare vitezei v, este curentul I.*

În cazul unui circuit care conține bobină solenoidală *aproape* tot cîmpul magnetic generat de curentul electric este înmagazinat în volumul din interiorul bobinei. Din acest motiv se poate accepta că expresia (5.16) reprezintă energia cîmpului magnetic din interiorul bobinei. Între intensitatea curentului prin bobina solenoidală și cîmpul magnetic din interiorul ei există relația (4.59'). Dacă bobina conține un miez de fier cu permeabilitatea magnetică relativă μ_r atunci (4.59') devine

$$B=\mu_0\mu_r\cdot\frac{N}{l}I,$$

de unde

$$I=\frac{Bl}{\mu_0\mu_r N}. \qquad (5.17)$$

Înlocuind (5.14) și (5.17) în (5.16) obținem:

$$W=\frac{1}{2}\frac{\mu_0\mu_r N^2 S}{l}\cdot\frac{B^2 l^2}{\mu_0^2\mu_r^2 N^2}=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0\mu_r}(Sl).$$

Produsul Sl, dintre secțiunea și lungimea bobinei solenoidale, reprezintă volumul ei. De aceea, *densitatea energiei cîmpului magnetic* este:

$$w=\frac{W}{V}=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0\mu_r} \qquad (5.18)$$

Observație: *Deși pentru obținerea expresiei (5.18) ne-am referit la cazul particular, al cîmpului din interiorul bobinei solenoidale, rezultatul obținut este cu totul general.*

Din (5.18) rezultă:

Densitatea energiei înmagazinate în cîmpul magnetic este direct proporțional cu pătratul valorii cîmpului și invers proporțională cu permeabilitatea magnetică a mediului.

5.3. INDUCȚIA MAGNETOELECTRICĂ

5.3.1. CURENTUL DE DEPLASARE

Cînd am analizat circuitul *RC*, în § 3.3.3., am trecut sub tăcere răspunsul la întrebarea foarte importantă: cum trece curentul electric printr-un circuit întrerupt de condensator? Între plăcile condensatorului este vid, sau în cel mai bun caz un dielectric, și totuși în circuitul din figura 3.28 circulă curent electric. Pentru a răspunde la această întrebare facem uz de faptul, cert, că pe măsură ce condensatorul se încarcă, între plăcile lui apare un cîmp electric crescător. *Între intensitatea curentului dintre plăcile condensatorului și cîmpul electric dintre ele trebuie să existe o legătură.* Această legătură se poate stabili în felul următor.

Se știe că intensitatea curentului electric este aceeași în toate punctele unui circuit neramificat (fig. 5.7 a). Deci, *intensitatea curentului între plăcile condensatorului este egală cu intensitatea curentului de conducție prin firele care leagă condensatorul la sursa de tensiune.* Pe de altă parte, intensitatea curentului de conducție este dată de formula (2.1''). Dacă aria armăturilor condensatorului este S și densitatea instantanee a sarcinii electrice pe plăci este $\sigma(t)$, atunci valoarea instantanee a sarcinii electrice pe fiecare placă este $Q(t)=\sigma(t)\cdot S$. Cîmpul electric între plăcile condensatorului cu vid, încărcat cu densitatea de sarcină $\sigma(t)$ este dat de (1.28), de unde rezultă că $Q(t)=\varepsilon_0 E(t)\cdot S$. Înlocuind în (2.1'') obținem

$$I=\frac{dQ}{dt}=\varepsilon_0\frac{\partial E_0}{\partial t}\cdot S \qquad (5.19)$$

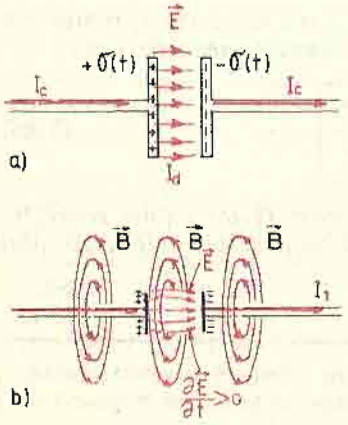


Fig. 5.7

(Semnul „∂" în loc de „*d*" arată că în (5.19) intră derivata cîmpului electric numai în raport cu variabila timp.) Din (5.19) rezultă că între plăcile condensatorului nu avem un curent de conducție, care depinde de concentrația purtătorilor de sarcină, de viteza și sarcina acestora, ci avem un curent care depinde de viteza de variație a cîmpului electric dintre plăci. Acest curent se numește curent de deplasare. Vom nota intensitatea lui prin I_d.

• Dacă curentul I_d este repartizat neuniform pe suprafața plăcilor condensatorului, în așa fel că elementului de suprafață infinitezimal de mic dS îi revine curentul dI_d, atunci curentul I_d prin suprafața S va fi

$$I_d=\int_0^{I_d} dI_d=\int_S \varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}_0}{\partial t}\cdot d\vec{S}=\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{E}_0\cdot d\vec{S} \qquad (5.19')$$

Comparînd (5.19') cu (2.5') găsim că densitatea curentului de deplasare, în vid, este:

$$\vec{j}_d=\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}_0}{\partial t} \qquad (5.20)$$

Observație: *Dacă între plăcile condensatorului există un mediu dielectric, caracterizat prin vectorul polarizare $\vec{P}$, atunci cîmpul electric între plăcile condensatorului este caracterizat prin vectorul deplasare electrică $\vec{D}$ (1.80') iar densitatea curentului de deplasare este:*

$$j_d=\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}=\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}_0}{\partial t}+\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \qquad (5.20')$$

În vid $\vec{P}=0$ și astfel rămîne doar primul termen din membrul al doilea. Numele de curent de deplasare este legat de relația (5.20'), care ne arată că densitatea curentului este egală cu derivata în timp a vectorului deplasare electrică $\vec{D}$.

5.3.2. INDUCȚIA MAGNETOELECTRICĂ

• Curentul de conducție prin conductorii care leagă condensatorul la sursa de tensiune este înconjurat de linii de cîmp magnetic, care sînt cercuri concentrice, centrate pe axul firului și în plane normale la fir (Fig. 5.7 b). Apare întrebarea firească: *oare curentul de deplasare nu generează cîmp magnetic, asemenea curentului de conducție?* Răspunsul este afirmativ (Fig. 5.7 b).

> Curentul de deplasare, al cărui conținut fizic este cîmpul electric variabil în timp, generează cîmp magnetic, asemenea curentului de conducție.

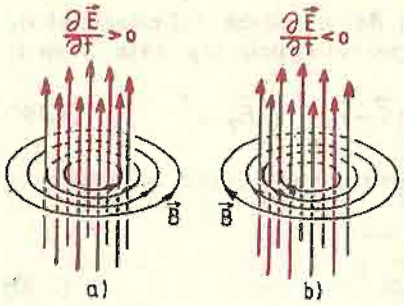


Fig. 5.8

Acest rezultat a fost generalizat de către D.C. Maxwell și enunțat sub forma:

> **Orice cîmp electric variabil în timp generează în spațiul înconjurător un cîmp magnetic variabil în timp, numit *cîmp magnetic indus*.**

Fenomenul de generare a cîmpului magnetic prin inducție, de către un cîmp electric variabil în timp, este invers fenomenului de inducție electromagnetică și se numește **inducție magnetoelectrică.**

• Sensul liniilor cîmpului magnetic indus prin inducție magnetoelectrică se poate stabili referindu-ne la figura 5.8. ***Dacă cîmpul electric variază crescător*** (fig. 5.8 a) ***atunci liniile cîmpului magnetic indus înconjoară liniile cîmpului electric inductor în sensul în care ele înconjoară un curent electric care are sensul cîmpului electric.*** Dacă cîmpul electric variază descrescător atunci liniile cîmpului magnetic indus înconjoară liniile cîmpului electric în sens opus cazului precedent (fig. 5.8 b).

5.3.3. ECUAȚIILE LUI MAXWELL

Pe parcursul dezvoltării conținutului acestei cărți au fost stabilite următoarele *patru ecuații fundamentale* pentru descrierea clasică a fenomenelor electromagnetice:

(1.25′) $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$ — ***legea lui Gauss în electrostatică*** (5.21 a)

(4.62) $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$ — ***legea lui Gauss în magnetostatică*** (5.21 b)

(5.6) $\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{s}=-\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$ — ***legea lui Faraday*** (5.21 c)

4.56′) $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_0\int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$ — ***legea lui Ampère.*** (5.21 d)

Aceste patru ecuații sînt aplicabile spațiului vid. În mediile dielectrice ε_0 trebuie înlocuit cu $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$, iar în mediile magnetice μ_0 trebuie înlocuit cu $\mu=\mu_0\mu_r$.

Se poate constata că membrii din stînga ai acestor ecuații se caracterizează prin simetrie perfectă în raport cu cîmpurile $\vec{E}$ și $\vec{B}$. *Lipsa de simetrie în ce privește membrii din dreapta ai acestor ecuații este datorată inexistenței monopolilor magnetici.* Dacă ar exista monopoli magnetici atunci în membrul drept al ecuației (5.21 b) ar apare un termen de tipul $\mu_0\sum_i p_i$ (p_i notează sarcina magnetică a monopolului magnetic), iar în membrul drept al ecuației (5.21 c) ar apare un termen de forma:

$$\mu_0 I_p=\mu_0\int_S \vec{j}_p\cdot d\vec{S}$$

unde I_p și $\vec{j}_p$ notează intensitatea, respectiv, densitatea curentului generat de monopolii magnetici în mișcare ordonată. În ceea ce privește membrul drept al ecuației (5.21 d) observăm că, în cazul general, **densitatea curentului de conducție $\vec{j}$ trebuie înlocuită prin densitatea totală a curentului $\vec{j}_t=\vec{j}+\vec{j}_d$**, care include și densitatea curentului de deplasare. După înlocuire legea lui Ampère (5.21d) trece în **legea Ampère-Maxwell:**

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_0\left[\int_S(\vec{j}+\vec{j}_d)\cdot d\vec{S}\right]=\mu_0\int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} \qquad (5.22)$$

Sistemul de ecuații:

$$\begin{aligned}
&\text{a)}\ \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV\\
&\text{b)}\ \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0\\
&\text{c)}\ \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{s}=-\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}\\
&\text{d)}\ \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_0\int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S}
\end{aligned} \qquad (5.23)$$

se numește sistemul ecuațiilor lui Maxwell.

Ecuațiile (5.23) scot în evidență legătura indisolubilă care există între cîmpul electric $\vec{E}$ și cîmpul magnetic $\vec{B}$ și rolul central pe care-l

joacă aceste cîmpuri în descrierea fenomenelor electromagnetice. J.C. Maxwell a arătat că *pornind de la acest sistem de patru ecuații se pot obține, prin calcul, toate relațiile din electricitate și magnetism* și în plus se pot prezice numeroase alte fenomene electromagnetice. Contribuția lui Maxwell la formarea concepției actuale asupra fenomenelor electromagnetice se poate rezuma la următoarele:

• *A descoperit o nouă legătură între electricitate și magnetism — inducția magnetoelectrică: un cîmp electric variabil generează un cîmp magnetic variabil, la fel cum prin inducție electromagnetică un cîmp magnetic variabil generează cîmp electric variabil;*

• *A prezis existența undelor electromagnetice și natura electromagnetică a luminii;*

• *A unificat, pentru prima dată, fenomenele electrice cu cele magnetice, elaborînd teoria clasică a electromagnetismului.*

54. CIRCUITE DE CURENT CONTINUU CU INDUCTOR

54.1. CIRCUIT CU REZISTOR ȘI INDUCTOR (RL)

Cu excepția bobinelor supraconductoare orice inductor este caracterizat prin inductanța L și rezistența R_L. Bobinele supraconductoare se caracterizează numai prin $L(R_L=0)$, adică sînt inductori ideali sau puri. Schema echivalentă a inductorului real este:

Dacă în circuit există, pe lîngă inductor, un rezistor cu rezistența R_1 atunci rezistența totală a circuitului este $R=R_L+R_1$. Circuitul care conține rezistența R și inductorul L se numește circuit *RL*.

• *Legea a II-a a lui Kirchhoff pentru circuitul RL.* Considerăm circuitul din figura 5.9 a. La momentul $t=0$ punem comutatorul K în poziția 1. Datorită t.e.m. $\mathcal{E}$ prin circuit începe să treacă un curent electric a cărui *valoare instantanee* la momentul $t>0$ o notăm prin $i(t)$. Viteza de creștere a curentului la momentul t este $di(t)/dt>0$. Datorită variației (creșterii) curentului prin

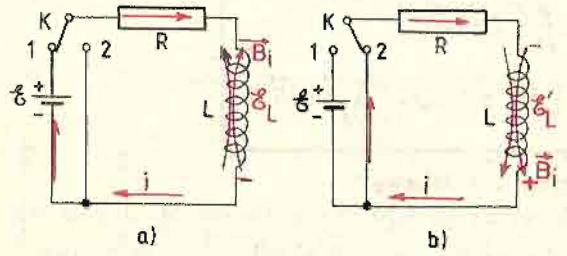


Fig. 5.9

inductor spirele lui sînt străbătute de un cîmp magnetic variabil în timp, care determină apariția în inductor a t.e.m. autoinduse $\mathcal{E}_L$, dată de (5.13). Pentru că $di(t)/dt>0$, t.e.m.

$$\mathcal{E}_L=-L\frac{di(t)}{dt} \tag{5.13'}$$

este negativă. Conform regulei de stabilire a semnului t.e.m., enunțată în § 3.2.1.1., în legea a doua a lui Kirchhoff aceasta *se ia cu semnul minus dacă curentul intră în sursă la polul (+) și iese la polul (−)*. Deci, polaritatea sursei $\mathcal{E}_L$ este cea indicată în figură. Legea a doua a lui Kirchhoff, pentru circuitul din figura 5.9 a, se scrie

$$\mathcal{E}+\mathcal{E}_L=Ri(t) \quad \text{sau} \quad \mathcal{E}-L\frac{di(t)}{dt}=Ri(t) \tag{5.24}$$

O valoare finită pentru $\mathcal{E}_L$ presupune valoare finită pentru $di(t)/dt$, ceea ce înseamnă că viteza de creștere a curentului în circuit este finită. La $t=0$, cînd se închide circuitul, $i(0)=0$. Din (5.24) rezultă că $\mathcal{E}_L(0)=-\mathcal{E}$. Deci, t.e.m. autoindusă crește brusc de la 0 la $-\mathcal{E}$ în momentul închiderii circuitului.

• *Variația în timp a tensiunii* $\mathcal{E}_L$. Derivăm (5.24) în raport cu timpul și ținem seama de (5.13'). Obținem

$$0+\frac{d\mathcal{E}_L}{dt}=R\frac{di(t)}{dt}=-\frac{R}{L}\mathcal{E}_L$$

sau

$$\frac{d\mathcal{E}_L}{\mathcal{E}_L}=-\frac{R}{L}dt \tag{5.25}$$

Această ecuație este de tipul ecuației (3.21') și se integrează la fel, obținîndu-se

$$\mathcal{E}_L(t)=\mathcal{E}_L(0)e^{-\frac{R}{L}t}=-\mathcal{E}e^{-\frac{t}{\tau_L}} \tag{5.26}$$

unde $\tau_L=L/R$ se numește constanta de timp a circuitului *RL*. Din (5.26) rezultă:

> Tensiunea electromotoare autoindusă în circuitul *RL* are semn opus tensiunii sursei $\mathcal{E}$ și scade exponențial în timp de la valoarea $\mathcal{E}$ la zero, cu constanta de timp $\tau_L=L/R$ (Fig. 5.10a).

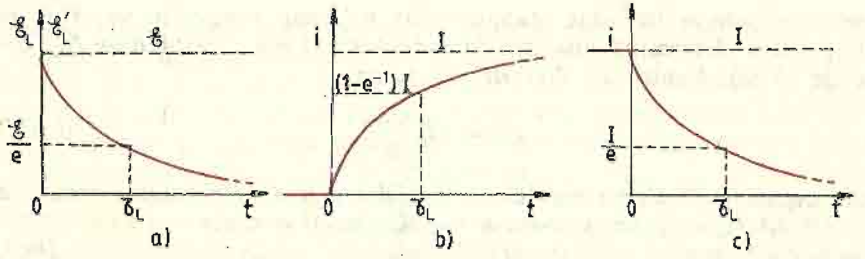


Fig. 5.10

• *Creşterea în timp a curentului în circuitul RL.* Înlocuind (5.26) în (5.24) şi exprimînd apoi pe $i(t)$ obţinem:

$$i(t)=\frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) \tag{5.27}$$

Din (5.27) rezultă:

Intensitatea curentului în circuitul *RL* creşte exponenţial, cu constanta de timp $\tau_L=L/R$, de la valoarea zero la $t=0$, la valoarea $\mathcal{E}/R$, la $t\to\infty$ (Fig. 5.10b).

Cînd intensitatea curentului în circuit a atins valoarea constantă I, t.e.m. $\mathcal{E}_L=0$. *Rolul inductorului s-a transformat din sursă de t.e.m. în „depozit" de energie.* Valoarea energiei înmagazinate în cîmpul magnetic din inductor este dată de (5.16) şi este cu atît mai mare cu cît este mai mare inductanţa sa L.

• *Stingerea curentului în circuitul RL.* Presupunem că la un moment oarecare ($t=0$), după ce curentul prin circuit a dobîndit valoarea permanentă I, trecem comutatorul K din poziţia 1 în poziţia 2 (Fig. 5.9b). Deoarece în circuit nu există nici o sursă de tensiune curentul dispare din circuit. **Scăderea curentului nu este bruscă, ci exponenţială, cu constanta de timp $\tau_L=L/R$.** Într-adevăr, deoarece curentul este descrescător în timp, bobina se reactivează ca sursă de t.e.m. autoindusă. Deoarece $di(t)/dt<0$, $\mathcal{E}'_L=-L\cdot di(t)/dt>0$, astfel că polaritatea inductorului este inversată faţă de cea din figura 5.9 a. Sensul curentului în circuit rămîne acelaşi; intră în inductor la polul (−) şi iese la polul (+). Prin urmare $\mathcal{E}'_L$ se ia cu semnul plus în legea lui Kirchhoff, astfel că avem

$$\mathcal{E}'_L=Ri(t) \quad \text{sau} \quad -L\frac{di(t)}{dt}=Ri(t), \tag{5.28}$$

de unde obţinem ecuaţia

$$\frac{di(t)}{i(t)}=-\frac{R}{L}\,dt, \tag{5.29}$$

analoagă ecuaţiei (3.21'). Integrarea ei se face în acelaşi mod, obţinîndu-se soluţia:

$$i(t)=Ie^{-\frac{t}{\tau_L}} \tag{5.30}$$

Graficul dependenţei $i(t)$, la stingerea curentului în circuitul *RL*, este dat în figura 5.10 c.

• *Variaţia în timp a tensiunii $\mathcal{E}'_L$* se obţine înlocuind (5.30) în (5.28) şi este identică cu cea exprimată de ecuaţia (5.26), cu deosebirea că *are semnul plus*, adică are aceeaşi polaritate ca şi sursa $\mathcal{E}$.

• *Semnificaţia constantei de timp $\tau_L=L/R$.*

Constanta de timp a circuitului *RL* reprezintă timpul în care t.e.m. autoindusă sau curentul din circuit scad la $1/e$ faţă de valoarea iniţială, sau timpul în care curentul creşte pînă la valoarea $(1-e^{-1})$ din valoarea sa finală (fig. 5.10)

Prelungirea existenţei curentului în circuitul RL, şi după excluderea sursei exterioare $\mathcal{E}$, are loc pe seama energiei înmagazinate în cîmpul magnetic din inductor. Această energie se disipă total prin efect Joule în rezistor, pe durata stingerii curentului.

La comutarea succesivă, cu frecvenţă constantă, a comutatorului K între poziţiile 1 şi 2, **curentul electric $\mathcal{E}'_L$ şi $\mathcal{E}$ în circuit variază ca în figura 5.11.**

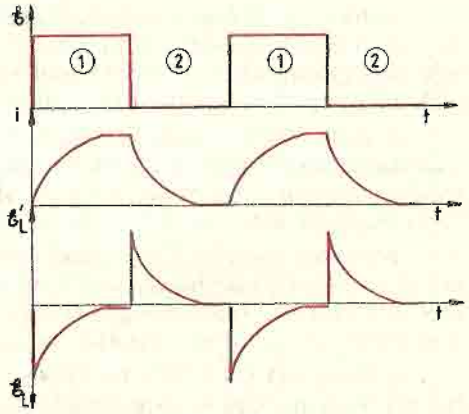


Fig. 5.11

5.4.2. CIRCUIT CU INDUCTOR ŞI CONDENSATOR (LC)

În figura 5.12 ilustrăm grafic variaţia în timp a mărimilor caracteristice circuitului LC, în paralel cu variaţia în timp a mărimilor ce caracterizează oscilaţiile unui corp cu masa m, legat de un resort cu constanta elastică k. *În sistemul electric L,C neglijăm rezistenţa R_L a inductorului* (îl considerăm inductor ideal), după cum *în sistemul mecanic m,k neglijăm frecarea dintre corp şi planul orizontal.* Presupunem că comutatorul K a stat suficient de mult în poziţia 1, pentru a încărca condensatorul de capacitate C cu sarcina maximă sub tensiunea sursei $\mathcal{E}$, adică cu sarcina $Q=C\mathcal{E}$.

• *Faza I-a* ($t=0$) La momentul $t=0$ trecem comutatorul K din poziţia 1 în poziţia 2. În acest moment sarcina condensatorului este maximă, egală cu Q, iar curentul prin circuit este egal cu zero. Toată energia preluată de circuit de la sursă este concentrată în cîmpul electric dintre plăcile condensatorului, şi se poate exprima sub forma (1.52): $Q^2/2C$. Deoarece curentul este nul, în inductor nu există cîmp magnetic, nici energie.

• *Faza a II-a* $\left(0<t<\frac{T}{4}\right)$. Condensatorul a început să se descarce. Fie i intensitatea instantanee a curentului în circuit şi q sarcina instantanee pe plăcile condensatorului. Convenim să atribuim curentului semnul (+) cînd curge în circuit în sens trigonometric şi semnul (−) în caz contrar. O parte din energia din circuit, $q^2/2C$, se află în cîmpul electric al condensatorului. Cealaltă parte, $Li^2/2$ a trecut în cîmpul magnetic din inductor, suma acestor două părţi este egală cu energia iniţială.

• *Faza a III-a* ($t=T/4$). Condensatorul este complet descărcat, iar intensitatea curentului în circuit are valoarea maximă I. Între plăcile condensatorului nu există nici cîmp, nici energie. Toată energia se află în cîmpul magnetic din inductor şi este $LI^2/2$.

• *Faza a IV-a* ($T/4<t<T/2$). Curentul scade în valoare, însă îşi păstrează sensul negativ, ceea ce duce la încărcarea plăcii inferioare a condensatorului cu sarcină pozitivă şi plăcii superioare cu sarcină negativă. Energia este împărţită între inductor şi condensator.

• *Faza a V-a* ($t=T/2$). Condensatorul este încărcat cu sarcina maximă Q, însă cu polaritate opusă faţă de faza I-a, iar curentul în circuit este nul. Din nou toată energia este în cîmpul electric al condensatorului. Din acest moment se schimbă sensul curentului în circuit.

• *Faza a VI-a* ($T/2<t<3T/4$). Condensatorul se descarcă, curentul are sens pozitiv şi este crescător. Energia este împărţită între condensator şi inductor.

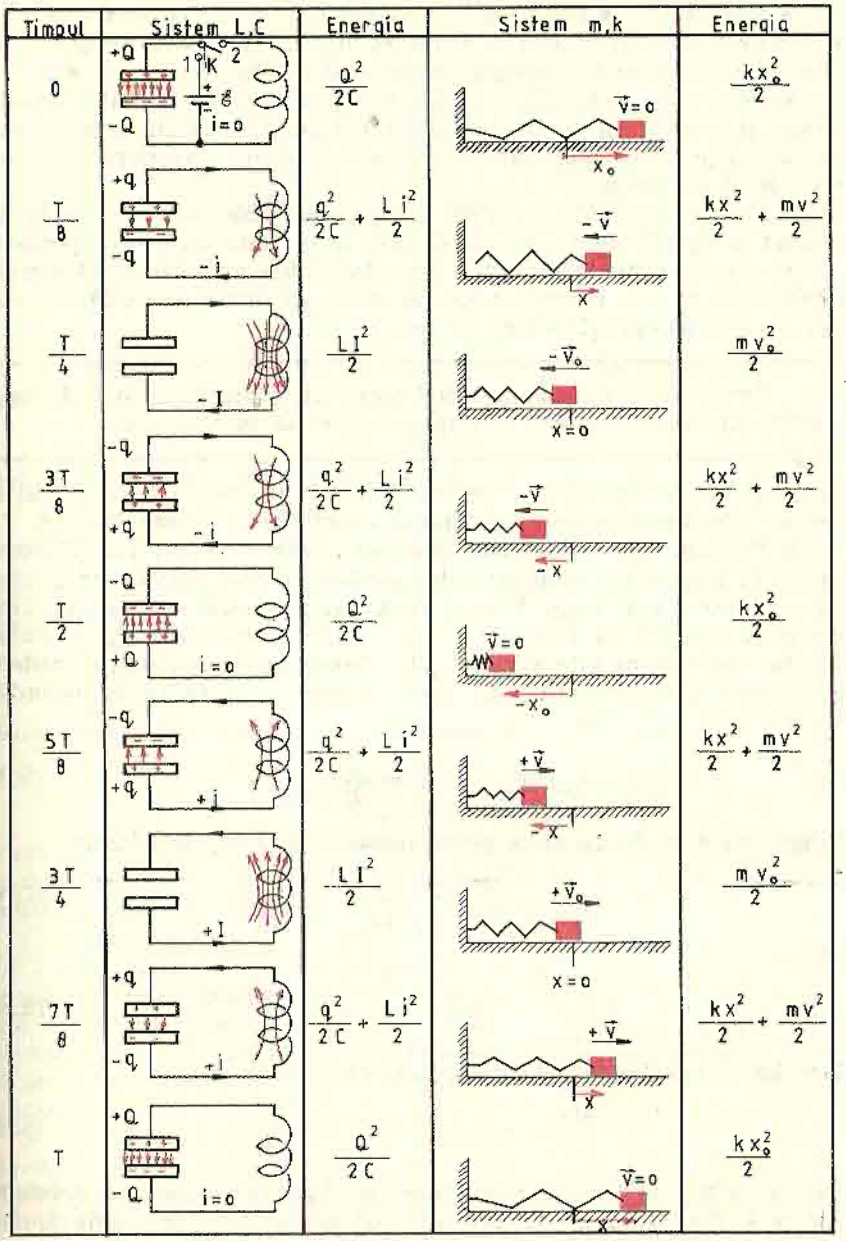


Fig. 5.12

• *Faza a VII-a* ($t=3T/4$). Condensatorul este descărcat complet, curentul este pozitiv şi a atins valoarea maximă I. Toată energia circuitului este concentrată în cîmpul magnetic din inductor.

• *Faza a VIII-a* ($3T/4<t<T$). Curentul pozitiv este descrescător în timp şi încarcă condensatorul cu sarcină pozitivă pe placa superioară şi negativă pe placa inferioară. Energia circuitului este împărţită între inductor şi condensator.

• *Faza a IX-a* ($t=T$). Este identică cu faza I-a. În continuare procesul se repetă identic cu cel descris, adică este un proces periodic.

Deoarece rezistenţa ohmică a circuitului este nulă *nu există pierderi de energie în circuit*. Energia trece, de două ori într-o perioadă, din condensator în inductor şi invers. În concluzie:

În circuitul *LC* energia electromagnetică oscilează între forma electrică în condensator şi forma magnetică în inductor.

Din acest motiv circuitul *LC* se numeşte **circuit oscilant** iar oscilaţiile energiei electromagnetice se numesc **oscilaţii electromagnetice.**

• *Perioada oscilaţiilor electromagnetice din circuitul LC. Curentul variabil în timp* ce parcurge circuitul oscilant *creează în inductor un cîmp magnetic variabil în timp*. Fluxul cîmpului magnetic variabil în timp determină apariţia în inductor a unei t.e.m. autoinduse $\mathcal{E}_L$. Deoarece circuitul nu conţine alte elemente de circuit, în orice moment căderea de tensiune pe condensator este egală cu căderea de tensiune pe inductor, adică $U_C=\mathcal{E}_L$ sau

$$-L\frac{di}{dt}=\frac{q}{C}. \tag{5.31}$$

Ţinînd seama că $i=dq/dt$ se poate retranscrie (5.31) sub forma

$$\frac{d^2q}{dt^2}=-\frac{1}{LC}q. \tag{5.31'}$$

Notînd

$$\omega_0^2=\frac{1}{LC}, \tag{5.32}$$

observăm că ecuaţia (5.31) are aceeaşi formă cu ecuaţia

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega_0^2x \quad \text{unde} \quad \omega_0^2=\frac{k}{m}, \tag{5.33}$$

care descrie mişcarea oscilatorie a masei m, legată de un arc cu constanta elastică k. Frecvenţa unghiulară ω_0(5.32) se numeşte **frecvenţa unghiulară proprie** a circuitului oscilant. Perioada corespunzătoare acestei frecvenţe este:

$$\boxed{T_0=2\pi\sqrt{LC}} \tag{5.34}$$

Expresia (5.34) se cunoaşte sub numele de **formula lui Thomson**. Evident, frecvenţa oscilaţiilor electromagnetice este:

$$\boxed{\nu_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}} \tag{5.35}$$

• *Energia din circuitul LC.* Soluţia ecuaţiei (5.33) este dată de formula (8.7) vol. I. Scriind prin analogie soluţia ecuaţiei (5.31') vom avea:

$$q=Q\sin\omega_0 t \tag{5.36}$$

Intensitatea instantanee a curentului în circuit este:

$$i=\frac{dq}{dt}=\omega Q\cos\omega_0 t=\frac{Q}{\sqrt{LC}}\cos\omega_0 t. \tag{5.37}$$

Energia din circuit se poate exprima ca suma energiei din condensator şi din inductor. Ţinînd seama de (1.52) şi (5.16') putem scrie:

$$W=\frac{q^2}{2C}+\frac{Li^2}{2}. \tag{5.38}$$

Înlocuind (5.36) şi (5.37) în (5.38) obţinem

$$W=\frac{Q^2}{2C}\sin^2\omega_0 t+\frac{LQ^2}{2LC}\cos^2\omega_0 t=\frac{Q^2}{2C}. \tag{5.38'}$$

Rezultă că *energia electromagnetică din circuitul LC rămîne constantă şi egală cu energia absorbită de condensator de la surse de tensiune, cu ocazia încărcării iniţiale a condensatorului.*

• *Analogie cu oscilatorul mecanic.* În figura 5.12 prezentăm, în paralel cu oscilatorul electromagnetic, un oscilator mecanic caracterizat prin masa m şi constanta elastică k. Analogia poate fi aprofundată, ajungîndu-se la mărimile corespondente din tabelul 5.1.

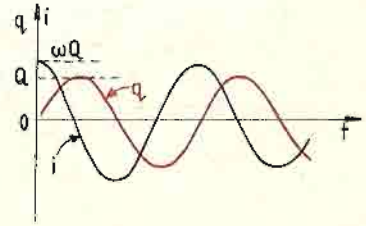


Fig. 5.13

În figura 5.13 prezentăm graficul variaţiei în timp a sarcinii electrice (5.36) şi a curentului electric (5.37) în circuitul oscilant *LC*.

Tabelul 5.1.

Paralelism între oscilatorul electromagnetic L, C și oscilatorul mecanic m, k.

Mărimi mecanice	Mărimi electromagnetice
constanta elastică k	inversul capacității $\frac{1}{C}$
masa m	inductanța L
coordonata x	sarcina electrică q
viteza v	intensitatea curentului i
energia potențială $\frac{kx^2}{2}$	energia electrică $\frac{q^2}{2C}$
enegia cinetică $\frac{mv^2}{2}$	energia magnetică $\frac{Li^2}{2}$
perioada oscilațiilor $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	perioada oscilațiilor $T=2\pi\sqrt{LC}$

5.4.3. CIRCUIT CU REZISTOR, INDUCTOR ȘI CONDENSATOR (RLC)

Circuit LC fără rezistență ohmică nu există. Toate circuitele se caracterizează și prin rezistența R care este, de multe ori, rezistența proprie R_L a inductorului. Efectul rezistenței ohmice se manifestă în trei moduri:

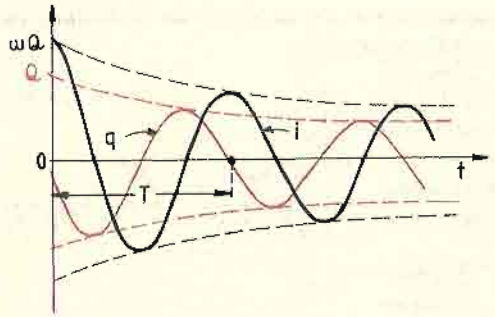


Fig. 5.14

• Energia electrică din circuitul oscilant nu rămîne constantă în timp ci se pierde în rezistor, prin efect Joule.

• Amplitudinea mărimilor oscilante q și i nu rămîne constantă ci scade în timp; oscilațiile electromagnetice sînt amortizate (fig. 5.14).

• Perioada oscilațiilor este puțin mai mare decît prevede formula lui Thomson (5.34).

5.5. UNDE ELECTROMAGNETICE

5.5.1. CIRCUIT OSCILANT DESCHIS

Oscilațiile electromagnetice din circuitul oscilant din figura 5.12 sînt localizate în circuit. Cu alte cuvinte, *un astfel de circuit oscilant nu pierde din energia sa în mediul înconjurător*, ci numai în rezistența sa ohmică. Pentru a da posibilitate ca energia electromagnetică din circuit să părăsească circuitul și să se propage în spațiul înconjurător este necesar să deschidem circuitul oscilant, așa cum am procedat în figura 5.15. La fel cum energia oscilațiilor acustice, ale unei corzi de vioară, nu rămîne la locul unde a fost produsă, ci se propagă în spațiul înconjurător sub formă de unde acustice, energia *oscilațiilor electromagnetice*

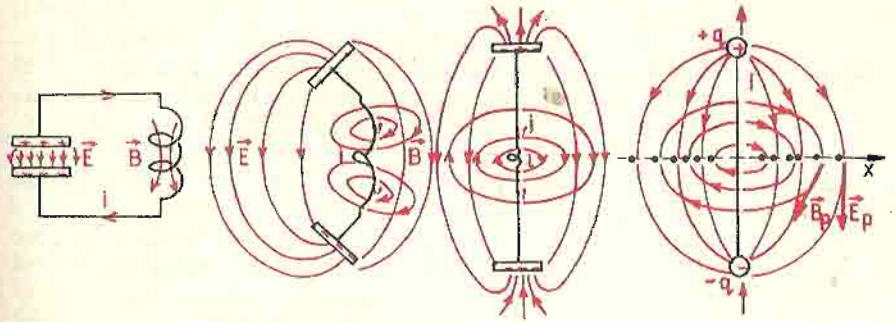


Fig. 5.15

produse în circuitul oscilant deschis se propagă sub formă de perturbație electromagnetică în mediul înconjurător. În fiecare punct din spațiul ce înconjoară un circuit oscilant deschis se poate detecta cîmp electric și cîmp magnetic, variabile în timp. Din figura 5.15 d se poate constata că între cîmpurile $\vec{E}_p$ și $\vec{B}_p$, din vecinătatea circuitului oscilant există un defazaj de $T/4$ în timp și un defazaj de $\lambda/4$ în spațiu: T este perioada circuitului oscilant iar λ lungimea de undă asociată acestei perioade. Existența acestui defazaj este și mai evidentă în figura 5.12, unde se vede că atunci cînd $\vec{E}$ are valoare maximă $\vec{B}=0$ și invers, și că între două astfel de momente succesive există intervalul de timp $T/4$.

• Transmițînd în spațiu energie, sub formă de cîmp electric și magnetic, energia oscilatorului scade rapid și trebuie înlocuită de la

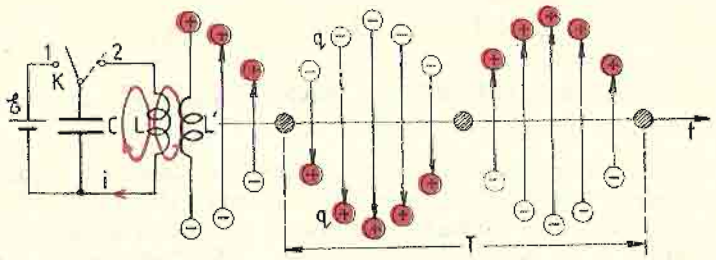


Fig. 5.16

o sursă de energie. Un mod de alimentare ritmică cu energie a oscilatorului poate fi cel ilustrat în figura 5.16. Trecînd periodic (manual sau automat) comutatorul K în poziția *1* condensatorul se încarcă periodic de la sursa $\mathcal{E}$. Pe durata cît comutatorul este în poziția 2 în circuitul oscilant LC au loc oscilații electromagnetice. Liniile cîmpului magnetic generat în inductorul L, de curentul variabil în timp ce o parcurge, străbat spirele inductorului L' inducînd în aceasta, prin fenomenul de inducție mutuală, o tensiune electromotoare oscilatorie, cu perioada egală cu cea a circuitului oscilant. Tensiunea oscilatorie din bobina L' încarcă sferele de la capetele inductorului cu sarcină oscilatorie în timp, cum se vede pe figură. Se poate considera că cele două sfere încărcate cu sarcină de semn opus formează un dipol electric a cărui lungime l variază sinusoidal în timp. Cînd lungimea dipolului este egală cu zero sferele se „suprapun", sarcina lor totală este nulă și dipolul nu creează cîmp electric. *Liniile cîmpului electric* generat pînă în acest moment *se închid, se desprind de dipol și cîmpul se propagă în spațiu.* În următoarea jumătate de perioadă sarcina sferelor este de semn opus și ca urmare sensul cîmpului $\vec{E}$ se inversează. *Sensul cîmpului* $\vec{B}$ *se inversează de asemenea; cîmpul* $\vec{B}$ *se desprinde de dipol cu un sfert de perioadă întîrziat*, cînd se inversează sensul de mișcare a sarcinilor dipolului. În figura 5.17 ilustrăm o secțiune plană instantanee în cîmpul electromagnetic din vecinătatea

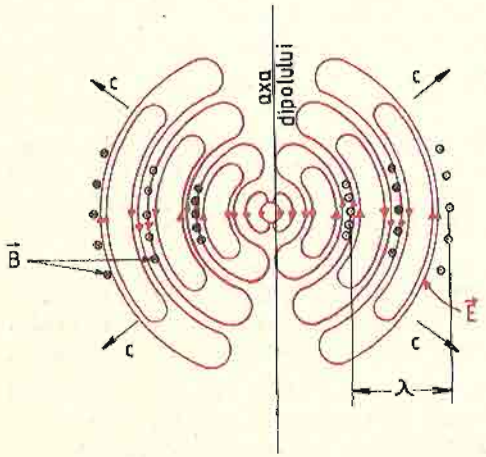


Fig. 5.17

dipolului, care conține axa dipolului oscilant. Din figură rezultă orientarea reciprocă a liniilor cîmpului electric și magnetic, și față de *direcția de propagare a perturbației electromagnetice.*

Se desprind concluziile:

• La distanțe mici de dipol liniile cîmpului electric pleacă de pe sarcina pozitivă a dipolului și se termină pe sarcina negativă. La distanțe mari de dipol liniile cîmpului electric sînt închise și s-au detașat de dipol.

• Cîmpurile $\vec{E}$ și $\vec{B}$ sînt perpendiculare unul pe celălalt și amîndouă pe direcția de propagare a cîmpului electromagnetic.

• Fronturile de undă ale perturbației electromagnetice sînt aproximativ suprafețe sferice centrate pe dipolul oscilant iar la distanțe foarte mari de dipol devin plane.

• Perturbația electromagnetică are topografie simetrică față de axa dipolului și nu se propagă în direcția axei dipolului.

• Cîmpul electric și magnetic generat de dipolul oscilant sînt cîmpuri variabile în timp.

5.5.2. CÎMP ELECTROMAGNETIC. UNDELE ELECTROMAGNETICE

Din fenomenele de inducție electromagnetică (§ 5.1.3) și de inducție magnetoelectrică (§ 5.3.2), rezultă că cîmpul electric și cîmpul magnetic variabile în timp coexistă simultan în spațiu și se generează reciproc. Din această observație tragem concluzia că într-un punct din spațiu, oricît de departe de oscilatorul electromagnetic, va exista cîmp electric variabil în timp, îndată ce există cîmp magnetic variabil în timp și invers. Cum am anticipat în § 1.1.2.

> Ansamblul cîmpurilor electric și magnetic, care oscilează și se generează reciproc, se numește *cîmp electromagnetic.*

• Cîmpurile electric $\vec{E}_P$ și magnetic $\vec{B}_P$, legate direct de oscilator (Fig. 5.15), formează cîmpul electromagnetic primar sau perturbația electromagnetică inițială. *Cîmpurile primare* $\vec{E}_P$ *și* $\vec{B}_P$ *au ca surse sarcinile electrice în mișcare accelerată, respectiv curenții electrici variabili în timp. Cîmpurile* $\vec{E}$ *și* $\vec{B}$*, în puncte depărtate de sursă, nu sînt generate de sarcini electrice sau de curenți electrici ci se generează reciproc și se propagă*

în spațiu, din aproape în aproape. Cum s-a arătat în § 8.2.1. vol. I, *o perturbație*, de orice natură, *care se propagă în spațiu se numește undă.*

> Perturbația electromagnetică (cîmpul electromagntic) care se propagă în spațiu constituie o undă electromagnetică.

Spre deosebire de cîmpurile primare $\vec{E}_P$ și $\vec{B}_P$ care, cum am arătat, sînt defazate în timp cu $T/4$ (și în spațiu cu $\lambda/4$), *cîmpurile* $\vec{E}$ *și* $\vec{B}$ *oscilează în fază în orice punct al spațiului* în care se propagă. Spre deosebire de undele elastice, care se propagă numai în medii materiale, *undele electromagnetice se propagă și în vid.*

5.5.3. VITEZA DE PROPAGARE A UNDELOR ELECTROMAGNETICE

Arătăm că vectorii $\vec{E}$ și $\vec{B}$ din undele electromagnetice satisfac ecuațiile lui Maxwell (5.23) numai dacă *viteza de propagare a undelor electromagnetice în vid, notată cu c, este:*

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2{,}9979246 \cdot 10^8 \text{m/s} \qquad (5.39)$$

Considerăm o perturbație sub forma unui puls dreptunghiular de cîmp magnetic, care se propagă în direcția pozitivă a axei Ox (fig. 5.18), în

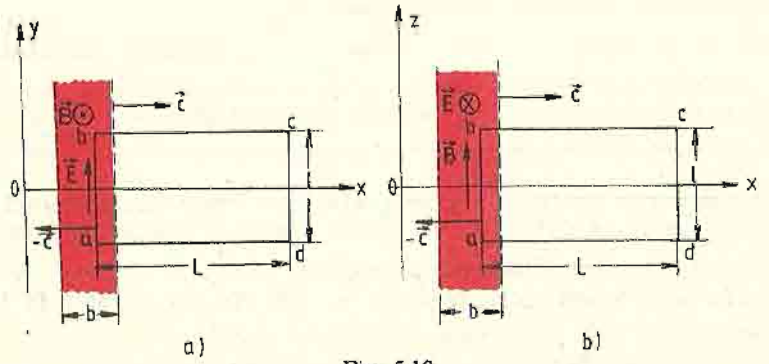


Fig. 5.18

care $\vec{B}$ este orientat după direcția pozitivă a axei Oz. Fie b lățimea pulsului în direcția de propagare; după direcțiile y și z el se întinde între $\pm\infty$. Presupunem că acest puls, propagîndu-se cu viteza c, întîlnește un cadru conductor cu laturile L și l, latura l fiind paralelă cu direcția Oy. Din momentul în care fața pulsului atinge cadrul, pînă în momentul cînd spatele pulsului atinge cadrul, adică pe durata $\Delta t = b/c$, fluxul cîmpului magnetic (normal la cadru) crește de la valoarea zero la valoarea $\Delta\Phi_B = Bbl$. Conform cu (5.23 c) putem scrie:

$$\oint_C \vec{E} \cdot \vec{ds} = \left| -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \right| = Blc \qquad (5.40)$$

unde $\vec{E}$ este cîmpul electric indus în latura l a cadrului. De fapt, variația cîmpului magnetic de la zero la $\vec{B}$, (chiar fără conductor) determină apariția în orice punct al spațiului a unui cîmp electric indus. Cadrul este necesar numai pentru a-l detecta. Dacă imaginăm cadrul intrînd în pulsul de cîmp cu viteza $-\vec{c}$, atunci orientarea cîmpului electric ($\vec{E} = -\vec{c} \times \vec{B}$) este în direcția Oy. De aceea, *numai latura ab a cadrului aduce contribuție în integrala (5.40)* (în latura cd cîmpul electric este încă zero). Deci $\oint_C \vec{E} \cdot \vec{ds} = E \cdot l$. Înlocuind în (5.40) obținem relația între B și E: $E = cB$. Cîmpurile reciproc perpendiculare $\vec{E}$ și $\vec{B}$ formează un puls electromagnetic.

Dacă și componenta electrică a pulsului induce cîmp magnetic atunci cîmpul magnetic indus trebuie să fie egal cu cel de la care am pornit. Plasăm cadrul de curent în planul xOz, cu latura l paralelă cu Oz (fig. 5.18 b). Variația fluxului cîmpului electric prin cadru este Ebl iar viteza de variație este

$$\frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t} = Elc$$

Conform cu (5.23 d)

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{ds} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 \varepsilon_0 Elc. \qquad (5.41)$$

Avînd în vedere și aici, că *numai latura ab aduce contribuție în integrală* și că $\oint_C \vec{B} \cdot \vec{ds} = Bl$, găsim că $B = \mu_0 \varepsilon_0 cE = \mu_0 \varepsilon_0 c^2 B$, de unde $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ c.c.e.d.d. Concluzia este extrem de importantă:

> Undele electromagnetice se propagă în vid cu viteza cu care se propagă lumina în vid.

Dacă am fi considerat propagarea pulsului de cîmp magnetic în alt mediu, în loc de ε_0 și μ_0 ar fi intervenit ε și μ, iar rezultatul ar fi fost $v=1/\sqrt{\varepsilon\mu}$, ceea ce reprezintă viteza luminii în mediul respectiv. Pe această bază Maxwell a ajuns la concluzia că:

Lumina este de natură electromagnetică; este o suprapunere de unde electromagnetice cu lungimi de undă cuprinse într-un interval determinat.

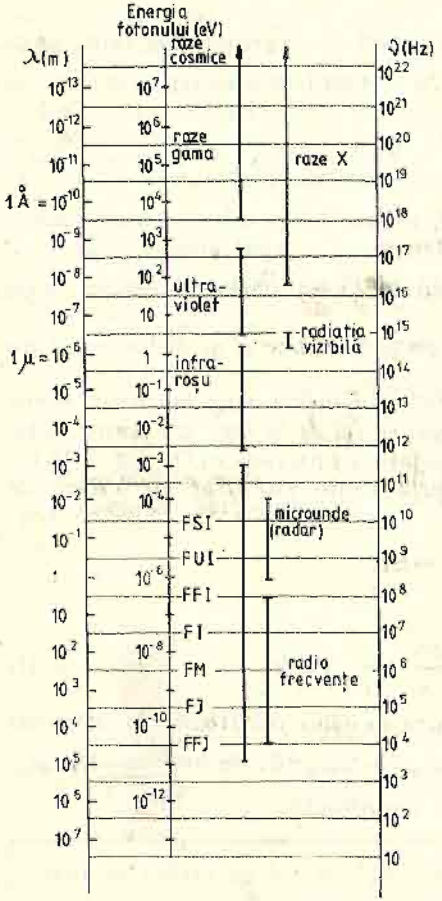


Fig. 5.19

5.5.4. CLASIFICAREA UNDELOR ELECTROMAGNETICE

Clasificarea undelor electromagnetice se face după lungimea lor de undă în vid (sau după frecvența lor). Denumirile pe care le poartă undele din diferite domenii de frecvență le-au fost date după fenomenul ce stă la baza producerii lor.

- *Undele herțiene* — se produc în urma excitării oscilațiilor electronilor (curenților) în circuitele *LC* sau în cavitățile rezonatoare.
- *Radiațiile termice* — apar în urma oscilației sarcinilor electrice atomice din corpuri, datorită mișcării de agitație termică.
- *Radiațiile de sincrotron* — apar în urma mișcării accelerate a sarcinilor electrice în cîmp magnetic transversal.
- *Radiațiile de frînare* — apar la frînarea bruscă a electronilor în cîmpul nucleului atomic.

După domeniul de utilizare, proprietăți fizice etc, undele electromagnetice se clasifică după schema din fig. 5.19.

- Undele radio: — lungi (λ=30 km — 750 m)
  — medii (λ=750 m — 50 m)
  — scurte (λ=50 m — 10 m)
  — ultrascurte (λ=10 m — 30 cm)
- Microundele — (λ=30 cm — 1 mm)
- Radiațiile infraroșii — ($\lambda=10^{-3}$m — $7{,}8\cdot10^{-7}$m)
- Radiațiile vizibile — ($\lambda=7{,}8\cdot10^{-7}-3{,}8\cdot10^{-7}$m)
- Radiațiile ultraviolete — ($\lambda=3{,}8\cdot10^{-7}-6\cdot10^{-10}$ m)
- Radiațiile X (Röntgen) — ($\lambda=10^{-10}-5\cdot10^{-13}$m)
- Radiațiile γ — ($\lambda=5\cdot10^{-12}-10^{-13}$m).

5.5.5. ECUAȚIA UNDELOR PLANE SINUSOIDALE

Presupunem că în originea unui sistem de coordonate cartezian se află un oscilator care generează unde electromagnetice, în care cîmpul electric oscilează după axa Oy, iar cîmpul magnetic oscilează după axa Oz. (fig. 5.20). Fie $\vec{E}_p$ și $\vec{B}_p$ valorile primare ale cîmpurilor electric și magnetic. Găsindu-ne foarte aproape de oscilator, cîmpurile nu depind de coordonatele spațiale ci numai de timp. În timp ele variază sinusoidal, la fel ca sarcina electrică pe plăcile condensatorului (5.36). Deci putem scrie

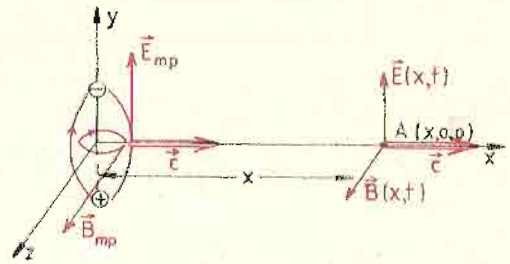


Fig. 5.20

$$\vec{E}_p=\vec{E}_{mp}\sin\omega t;\quad \vec{B}_p=\vec{B}_{mp}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right) \qquad (5.42)$$

unde $\vec{E}_{mp}$ și $\vec{B}_{mp}$ sînt amplitudinile cîmpurilor primare.
Observăm că, *cîmpurile primare sînt defazate cu* $\pi/4$

Sensul de propagare a undelor este dat de sensul de înaintare a unui burghiu drept, rotit în sensul în care vectorul $\vec{E}$ *se poate aduce peste*

vectorul $\vec{B}$, *pe drumul cel mai scurt.* În cazul nostru direcția de propagare coincide cu sensul pozitiv al axei OX.

Fie $A(x, 0, 0)$ un punct pe axa OX relativ departe de oscilator și $\vec{E}(x, 0, 0, t)$, respectiv $\vec{B}$ $(x, 0, 0, t)$, valorile cîmpurilor electric și magnetic în acest punct. Fie t' timpul necesar pentru ca unda electromagnetică să se propage de la oscilator (din origine) pînă în punctul A, adică $x=ct'$. Atunci perturbația care ajunge în A la momentul t este aceeași care s-a găsit în originea sistemului de coordonate la momentul $t-t'$. Înlocuind acest timp în (5.42) obținem valoarea cîmpurilor $\vec{E}$ și $\vec{B}$ în punctul A:

$$\vec{E}(x, t)=\vec{E}_m \sin \omega\left(t-\frac{x}{c}\right); \qquad \vec{B}(x, t)=\vec{B}_m \sin \omega\left(t-\frac{x}{c}\right). \tag{5.43}$$

Observăm că în scrierea acestor ecuații am renunțat atît la indicele P cît și la diferența de fază între $\vec{E}$ și $\vec{B}$. Acest lucru este posibil deoarece *la distanța x de oscilator nu avem de-a face cu cîmpuri primare ci cu cîmpuri generate reciproc prin inducție.* Ținînd seama că $\omega=2\pi/T$, $\lambda=cT$ și $k=2\pi/\lambda=\frac{\omega}{c}$, ecuațiile (5.43) pot fi scrise și astfel:

$$\vec{E}(x,t)=\vec{E}_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)=\vec{E}_m \sin (\omega t-kx)$$
$$\vec{B}(y,t)=\vec{B}_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)=\vec{B}_m \sin (\omega t-kx) \tag{5.43'}$$

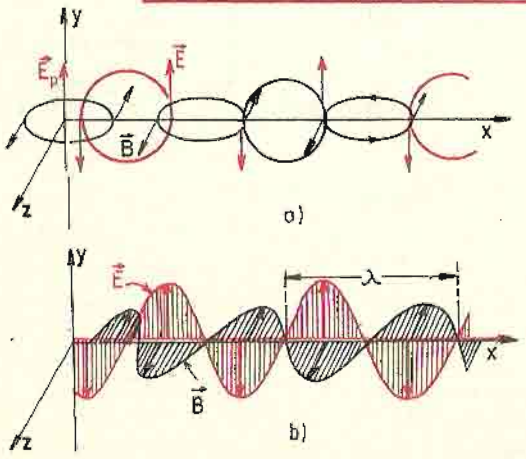


Fig. 5.21

Din ecuațiile (5.43) rezultă că *în orice punct dintr-un plan normal la direcția de la propagare (la un x dat) vectorii* $\vec{E}$ *și* $\vec{B}$ *au aceeași valoare la un moment dat.* Cu alte cuvinte frontul undelor descris de ecuațiile (5.43) este plan. Din acest motiv, ecuațiile (5.43) se numesc ecuațiile undelor plane sinusoidale. În figura 5.21 ilustrăm grafic forma unei astfel de unde. Ea este periodică atît în timp cît și în spațiu.

5.5.6. ECUAȚIA DE PROPAGARE A UNDELOR ELECTROMAGNETICE

Pentru a stabili ecuația diferențială care are ca soluții expresiile (5.43) ne concentrăm asupra componentei electrice a cîmpului. Derivăm prima ecuație (5.43'), de două ori, în raport cu variabila x și de două ori în raport cu variabila t:

$$\frac{\partial E(x, t)}{\partial x}=-kE_m \cos(\omega t-kx); \qquad \frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial x^2}=-k^2 E_m \sin(\omega t-kx)$$
$$\frac{\partial E(x, t)}{\partial t}=\omega E_m \cos(\omega t-kx); \qquad \frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial t^2}=-\omega^2 E_m \sin(\omega t-kx)$$

Eliminînd pe $E_m \sin(\omega t-kx)$ și ținînd seama că $\frac{k^2}{\omega^2}=\frac{1}{c^2}$ obținem ecuația de propagare a undelor electromagnetice:

$$\frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial t^2} \tag{5.44}$$

Componenta magnetică a cîmpului electromagnetic satisface o ecuație similară.

5.5.7. ENERGIA ȘI IMPULSUL UNDELOR ELECTROMAGNETICE

• *Energia.* Prin definiție, unda electromagnetică reprezintă suprapunerea oscilațiilor cîmpului electric cu cele ale cîmpului magnetic, care se propagă în spațiu. Din acest motiv, *energia undei electromagnetice este egală cu suma dintre energia înmagazinată în cîmpul electric (1.60) și energia înmagazinată în cîmpul magnetic (5.18).* Prin urmare densitatea de energie înmagazinată în cîmpul electromagnetic este

$$w_{em}=w_e+w_m=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2+\frac{1}{2\mu_0}B^2 \tag{5.45}$$

Ţinînd seama că $\mu_0 = 1/\varepsilon_0 c^2$, ultimul termen în (5.45) poate fi scris sub forma $(1/2)\varepsilon_0 E^2$, ceea ce dovedeşte că *jumătate din energia undei electromagnetice este purtată de cîmpul electric şi jumătate de cîmpul magnetic.* Înlocuind în (5.45) obţinem

$$w_{em} = \varepsilon_0 E^2 \qquad (5.45')$$

Densitatea energiei înmagazinate în cîmpul electromagnetic este direct proporţională cu pătratul cîmpului electric (sau cu pătratul cîmpului magnetic).

• *Intensitatea undelor electromagnetice*

Intensitatea undelor electromagnetice reprezintă energia electromagnetică ce străbate în unitatea de timp unitatea de arie aşezată normal la direcţia de propagare a undelor.

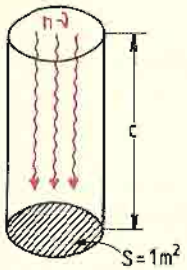


Fig. 5.22

Deoarece undele electromagnetice se propagă cu viteza c, în unitatea de timp, aria $S = 1\text{m}^2$ din figura 5.22 (normală la direcţia de propagare a undelor) este străbătută de toată energia conţinută în cilindrul cu generatoarea $L = c$ m/s $\cdot$ 1 s $= c \cdot m$, avînd ca bază suprafaţa S. Volumul acestui cilindru este $V = S \cdot L = 1\ m^2 \cdot c \cdot \text{m} = c\ \text{m}^3$. Energia totală din cilindru va fi $W = w_{em} V = c\,\varepsilon_0 \cdot E^2$. Prin urmare *intensitatea undei electromagnetice este:*

$$I = c\varepsilon_0 E^2 \qquad (5.46)$$

Intensitatea undei electromagnetice este direct proporţională cu pătratul cîmpului electric (sau cu pătratul cîmpului magnetic)

• *Vectorul Poynting* este vectorul orientat în direcţia şi sensul de propagare a undelor electromagnetice şi are modulul egal cu intensitatea undei. Direcţia şi sensul de propagare a undelor este dată de produsul vectorial $\vec{E} \times \vec{B}$ (Fig. 5.23). Ţinînd seama că între E şi B există relaţia $B = E/c$ şi că $\vec{E} \perp \vec{B}$, putem scrie: $c^2\varepsilon_0 |\vec{E} \times \vec{B}| = c^2\varepsilon_0 EB = c\varepsilon_0 E^2 = I$. Rezultă că vectorul Poynting are expresia

$$\vec{\mathcal{P}} = c^2 \varepsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}) \qquad (5.47)$$

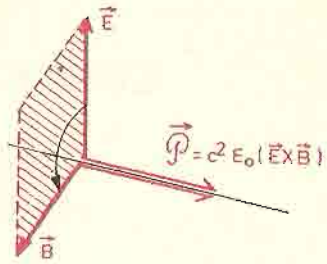


Fig. 5.23

• *Impulsul undelor electromagnetice.* Energia şi impulsul materiei în mişcare (substanţă sau cîmp) sînt mărimi strîns legate între ele. Rezultă că dacă undele electromagnetice poartă energie trebuie să poarte şi impuls. În teoria relativităţii se stabileşte *relaţia de echivalenţă între masa şi energia unui corp sub forma* $W = mc^2$ (vol. III.) Pe de altă parte, *impulsul materiei cu masa m, ce se propagă cu viteza c se scrie* $p = mc$. Din aceste două relaţii rezultă expresia impulsului undelor electromagnetice din unitatea de volum, în funcţie de energia lor şi de cîmpurile $\vec{E}$ şi $\vec{B}$:

$$p = \frac{w}{c} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{c} = \varepsilon_0 |\vec{E} \times \vec{B}| \qquad (4.48)$$

sau sub formă vectorială

$$\vec{p} = \varepsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}). \qquad (5.48')$$

Datorită faptului că au impuls, undele electromagnetice exercită o presiune asupra suprafeţei corpurilor pe care cad. Se vorbeşte, de exemplu, despre presiunea luminii, care a fost pusă în evidenţă pe cale experimentală.

Capitolul 6.
CURENTUL ALTERNATIV

6.1. MĂRIMI CARACTERISTICE CURENTULUI ALTERNATIV

6.1.1. DEFINIŢII

Se numeşte curent alternativ curentul electric care îşi schimbă sensul periodic, de două ori pe perioadă, şi ale cărui variaţii în timp sînt identice în cele două jumătăţi de perioadă, cu excepţia semnului.

Dacă i este valoarea instantanee a curentului şi T perioada lui atunci

$$i(t+T)=i(t), \qquad \forall t \tag{6.1}$$

$$i\left(t+\frac{T}{2}\right)=-i(t), \qquad \forall t. \tag{6.1'}$$

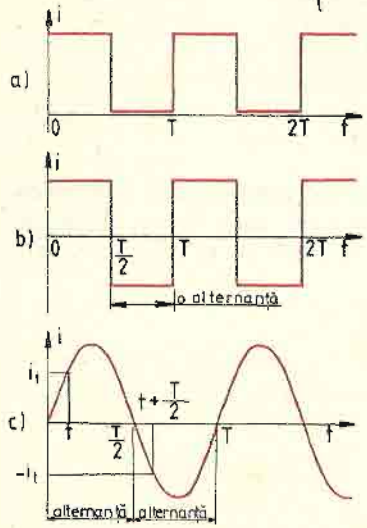


Fig. 6.1

Intervalul de timp dintre două schimbări consecutive ale sensului curentului se numeşte alternanţă *şi este egal cu* $T/2$.

Observaţie: *Nu orice curent periodic este şi alternativ* (fig. 6.1 a); dar orice curent alternativ este în mod necesar periodic (fig. 6.1 b şi c).

• *Curentul sinusoidal (fig. 6.1 c)* este un caz particular de curent alternativ. Variaţia în timp a curentului sinusoidal este *sinusoidală* sau *cosinusoidală*.

$$i=I_m\sin(\omega t-\varphi) \quad \text{sau} \quad i=I_m\cos\left(\omega t-\varphi-\frac{\pi}{2}\right) \tag{6.2}$$

unde $\omega=2\pi/T$ este pulsaţia sau frecvenţa unghiulară a curentului.

Observaţie: *Curentul industrial, folosit în locuinţe, instituţii şi întreprinderi este practic sinusoidal.*

În diferite domenii ale tehnicii se folosesc curenţi alternativi de diferite frecvenţe, cum rezultă din tabelul 6.1.

• *Faza curentului alternativ.* Argumentul sinusului sau cosinusului în (6.2), adică $\omega t-\varphi$ sau $\omega t-\varphi'$ $\left(\varphi'=\varphi+\frac{\pi}{2}\right)$, reprezintă faza curentului alternativ. La $t=0$, faza este $-\varphi$ sau $-\varphi'$ şi se numeşte faza iniţială.

Tabelul 6.1.

Frecvenţa curentului alternativ utilizat în diferite domenii ale tehnicii

Domeniul de utilizare	Frecvenţa $\nu=\frac{\omega}{2\pi}$ (Hz)
Curentul industrial	50
Curenţi telefonici	250 – 2700
Curenţi de joasă frecvenţă (audiofrecvenţă)	15 – 20.000
Curenţi de înaltă frecvenţă (radiofrecvenţă)	$15\cdot10^3-3\cdot10^7$
Curenţi de frecvenţă foarte înaltă (la televiziune)	$3\cdot10^7-3\cdot10^8$
Curenţi de frecvenţă ultrainaltă (radar etc.)	$3\cdot10^8-3\cdot10^9$

• *Aproximaţia stării staţionare.* Dacă lungimea de undă $\lambda=cT$, asociată curentului alternativ, este mult mai mare decît dimensiunile liniare ale circuitului prin care curge, se spune că ne găsim în aproximaţia stării staţionare. (În legătură cu folosirea vitezei luminii c pentru calcularea lungimii de undă asociată curentului alternativ vezi observaţia de la sfîrşitul § 2.2.1). De exemplu, în cazul curentului industrial cu frecvenţa de 50 Hz, $\lambda=3\cdot10^8/50\cong6000$ km. Deci, în circuite cu dimensiunea pînă la ~600 km, intensitatea curentului industrial are aceeaşi valoare în toate punctele circuitului, la un moment dat. Toată expunerea o facem în aproximaţia stării staţionare.

• *Tensiunea alternativă* u. Dacă printr-un rezistor cu rezistenţa R trece curentul alternativ (6.2), conform legii lui Ohm, tensiunea la bornele rezistorului este

$$u=iR=I_mR\sin(\omega t-\varphi)=$$
$$=U_m\sin(\omega t-\varphi) \tag{6.3}$$

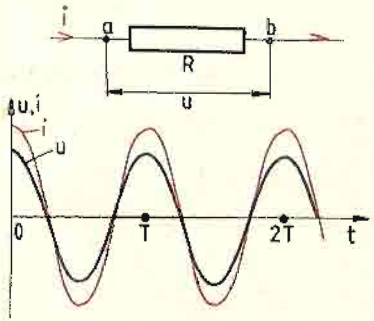


Fig. 6.2

Comparînd (6.3) cu (6.2) ajungem la concluzia:

> Intensitatea curentului printr-un rezistor pur și tensiunea la bornele lui sînt în fază (fig. 6.2).

6.1.2. VALOAREA MEDIE A INTENSITĂȚII ȘI TENSIUNII CURENTULUI ALTERNATIV

Prin definiție, valoarea medie a oricărei funcții periodice, pe o perioadă, se obține însumînd valorile funcției la toate momentele diferite dintr-o perioadă și împărțind apoi suma la perioada funcției, adică $f(t)_{med}=\sum_i f(t_i)/T$. Cînd numărul momentelor de timp $t_i\to\infty$ suma trece în integrală:

$$f(t)_{med}=\frac{\int_0^T f(t)\,dt}{T}$$

În cazul curentului alternativ funcția $f(t)$ este expresia (6.2) a curentului sau (6.3) a tensiunii. *Pe durata unei perioade media curentului (sau tensiunii) este zero*, deoarece, conform cu (6.1), valorilor pozitive din prima semiperioadă a mărimii sinusoidale le corespund valori negative în a doua semiperioadă (fig. 6.1c). *Pe durata unei semiperioade avem:*

$$I_{med}=\frac{1}{\pi/\omega}\int_0^{\pi/\omega} I_m\sin(\omega t-\varphi)\,dt \qquad (\varphi=0)$$

$$=\frac{I_m}{\pi/\omega}\left[-\frac{\cos\omega t}{\omega}\right]_0^{\pi/\omega}=\frac{2I_m}{\pi}$$

Deci, pe durata unei semiperioade avem:

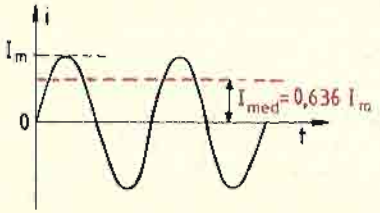


Fig. 6.3

$$I_{med}=\frac{2I_m}{\pi}=0,636\ I_m$$
$$U_{med}=\frac{2U_m}{\pi}=0,636\ U_m \qquad (6.4)$$

Linia punctată în figura 6.3 reprezintă valorile medii ale curentului pentru fiecare semiperioadă.

6.1.3. VALOAREA EFECTIVĂ A CURENTULUI ȘI TENSIUNII CURENTULUI ALTERNATIV

Conform cu (3.33), puterea instantanee disipată în rezistorul pur R, de curentul instantaneu i, este

$$p=i^2R=\frac{u^2}{R}=P_m\sin^2(\omega t-\varphi) \qquad (6.5)$$

Deoarece curentul (tensiunea) intră la pătrat în *expresia puterii*, aceasta *este tot timpul pozitivă* (fig. 6.4 a).

Definiție:

> Intensitatea efectivă a curentului alternativ i (tensiunii u) cu perioada T, este egală cu valoarea absolută I a curentului continuu (U a tensiunii continue) care traversînd același rezistor (aplicată la capetele aceluiași rezistor), aceeași durată de timp ca și $i(u)$, determină în rezistor aceeași cantitate de energie termică ca și $i(u)$.

Care este relația între valorile efective și maxime ale intensității și tensiunii curentului alternativ? Calculăm grafic valoarea medie, pe o perioadă, a puterii (6.5), în care $P_m=I_mR=U_m^2/R$. Pentru aceasta ducem linia paralelă la axa timpului la înălțimea $P_m/2$ (fig. 6.4 b). Se vede pe figură că în fiecare perioadă cele două arii nehașurate,

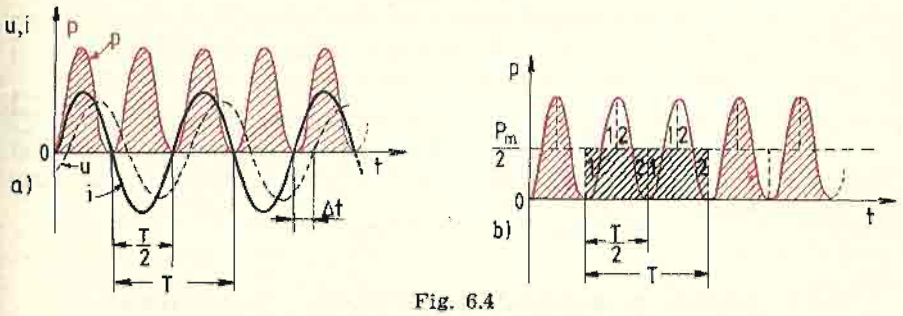


Fig. 6.4

de deasupra liniei punctate, se potrivesc perfect în locurile goale de sub această linie. Prin urmare aria dreptunghiului cu baza egală cu T și înălțimea egală cu $P_m/2$ este egală cu aria de sub curba $p(t)$ pentru

o perioadă. *Aria dreptunghiului este egală numeric cu energia disipată în rezistor de către curentul alternativ*, adică

$$Q_{(\text{Joule})}=\frac{1}{2}P_m\cdot T=\frac{1}{2}I_m^2R\cdot T$$

Pe de altă parte, un curent continuu cu intensitatea I degajă în rezistorul R, în timpul T, energia termică

$$Q_{(\text{Joule})}=I^2RT.$$

Prin comparație găsim că $I^2=I_m^2/2$. Un raționament analog se poate dezvolta și pentru tensiune, astfel că valorile efective ale curentului și tensiunii sînt:

$$\boxed{I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=0{,}707I_m \qquad U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=0{,}707U_m} \tag{6.6}$$

În funcție de valorile efective ale curentului și tensiunii expresiile (6.2) și (6.3) se scriu:

$$i=I\sqrt{2}\sin(\omega t-\varphi) \tag{6.2'}$$

$$u=U\sqrt{2}\sin(\omega t-\varphi). \tag{6.3'}$$

unde

$$\boxed{U=IR} \tag{6.7}$$

Valorile efective I și U ale curentului alternativ satisfac legea lui Ohm, la fel ca valorile maxime și instantanee.

Aparatele de măsură, destinate măsurării mărimilor caracteristice curentului alternativ, măsoară valorile efective ale acestor mărimi și nu valorile maxime sau instantanee.

6.1.4. TENSIUNEA ELECTROMOTOARE SINUSOIDALĂ

Generatorul de tensiune electromotoare alternativă are la bază fenomenul de inducție electromagnetică. O bobină cu N spire, de arie S

fiecare, se rotește *uniform* în cîmp magnetic *omogen*, cu viteza unghiulară ω, în jurul axei conținută în planul spirelor (fig. 6.5). Dacă unghiul format de normala $\vec{n}$ la planul spirelor cu cîmpul $\vec{B}$ este θ, atunci conform cu (4.13) fluxul cîmpului magnetic prin suprafața unei spire este $\Phi_1=\vec{B}\cdot\vec{Sn}=BS\cos\theta$. Ținînd seama că unghiul $\theta=\omega t$ și că bobina are N spire identice, fluxul total prin bobină se mai poate scrie astfel:

$$\Phi=NBS\cos\omega t \tag{6.8}$$

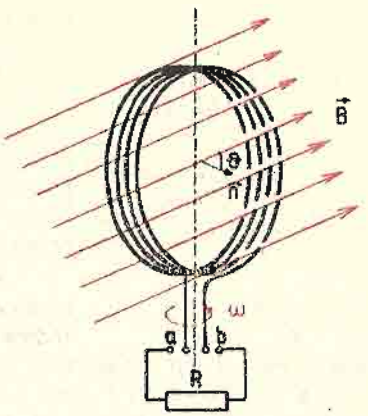


Fig. 6.5

Pe baza legii inducției electromagnetice (5.1) în bobină se induce t.e.m.

$$\mathcal{E}=-\frac{d\Phi}{dt}=NBS\omega\sin\omega t=\mathcal{E}_m\sin\omega t \tag{6.9}$$

unde $\mathcal{E}_m=NBS\omega$ este valoarea maximă a t.e.m. induse
Dacă între capetele a și b ale bobinei se intercalează un rezistor R, care consumă curentul i, atunci tensiunea la bornele bobinei este $u=\mathcal{E}-e=\mathcal{E}_m\sin\omega t-e_m\sin\omega t=(\mathcal{E}_m-e_m)\sin\omega t$, unde $e=Ir$ este *căderea de tensiune pe rezistența spirelor bobinei*. Notînd $(\mathcal{E}_m-e_m)=U_m$ obținem

$$\boxed{u=U_m\sin\omega t} \tag{6.10}$$

Simbolul de circuit al generatorului de t.e.m. alternativă este sau

6.1.5. METODA FAZORILOR

Alături de metoda analitică, la studiul fenomenelor periodice în timp se aplică cu succes metoda fazorilor. Esența acestei metode constă în următoarele.

Dacă amplitudinii curentului (tensiunii) i se pune în corespondență un vector $\vec{OA}$, care în perioada T a curentului (tensiunii) execută o

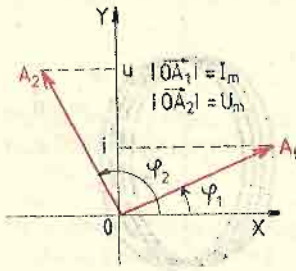


Fig. 6.6

rotație completă atunci *proiecția lui pe axa verticală va fi egală în orice moment cu valoarea instantanee a curentului (tensiunii) la momentul respectiv* (fig. 6.6). Metoda se aplică astfel:

• *lungimea fazorului se alege egală (la scară) cu amplitudinea mărimii periodice pe care o reprezintă iar orientarea lui față de o direcție aleasă arbitrar este determinată de faza mărimii respective;*

• *la reprezentarea mai multor mărimi periodice pe aceeași diagramă fazorul uneia se consideră fundamental; orientarea celorlalți fazori se face în raport cu orientarea fazorului fundamental;*

• *vectorul rotit în sens trigonometric față de fazorul fundamental se consideră defazat înainte; cel rotit în sens opus sensului trigonometric se consideră întîrziat în fază;*

• *pe o diagramă pot fi reprezentate numai mărimi periodice de aceeași perioadă*; pînă cînd vom specifica altfel, noi vom considera că perioada curentului alternativ (frecvența) rămîne constantă;

• *una și aceeași diagramă reprezintă atît valorile maxime cît și cele efective ale mărimii respective.*

6.2. CIRCUITE DE CURENT ALTERNATIV

6.2.1. CIRCUIT CU REZISTOR IDEAL

• *Tensiunea aplicată la bornele circuitului* (figura 6.7 a):

$$u = U_m \sin \omega t \qquad (6.11)$$

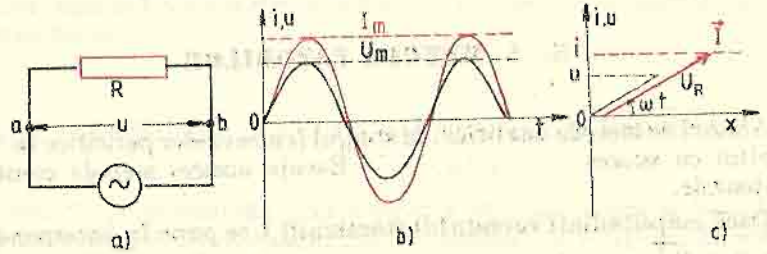


Fig. 6.7

• *Intensitatea curentului:*

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t \qquad (6.12)$$

• *Legea lui Ohm* pentru circuitul de c.a. ($U_m = \sqrt{2}U$, $I_m = \sqrt{2}I$).

$$\boxed{U_{mR} = I_m R} \quad \text{sau} \quad \boxed{U_R = IR} \qquad (6.12')$$

• *Concluzie:*

Într-un circuit de curent alternativ cu rezistor ideal curentul este în fază cu tensiunea (figura 6.7 b și 6.7 c); valorile instantanee, maxime și efective ale curentului satisfac legea lui Ohm.

Observație: *Toate diagramele fazoriale le desenăm la momentul $t \neq 0 (\omega t \neq 0)$ și reprezintă valorile efective ale tensiunii, respectiv curentului.*

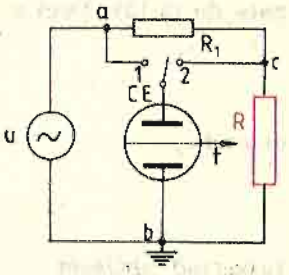


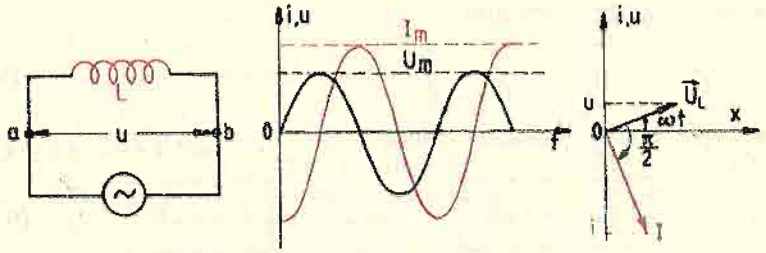
Fig. 6.8

• *Studiul experimental.* Folosind circuitul din figura 6.8 se poate vizualiza simultan pe ecranul osciloscopului variația în timp a curentului i_R prin rezistorul R și a tensiunii u_R la bornele lui. În figură CE este un comutator electronic care comută succesiv între pozițiile 1 și 2, în mai puțin de 0,1s. Rezistorul suplimentar $R_1 (\neq R)$ este necesar pentru a vizualiza separat pe ecran tensiunea u_R la bornele lui R și tensiunea $u_{R1} = i_R R_1$, proporțională cu i_R. Tensiunea de baleiaj (baza de timp) se aplică plăcilor de deflexie orizontală, din interiorul osciloscopului.

Observație: *La frecvențe industriale rezistența rezistorului în c.a. este aceeași ca în c.c. La frecvențe ridicate se manifestă* efectul pelicular (skin) *și ca urmare rezistența în c.a. este mai mare decît în c.c.*

6.2.2. CIRCUIT SERIE CU INDUCTOR (RL)

a) *Cazul inductorului ideal* ($R_L = 0$). Fie L inductanța inductorului (figura 6.9 a).



a) b) c)

Fig. 6.9

• *Tensiunea aplicată circuitului*

$$u = U_m \sin \omega t \qquad (6.11)$$

trebuie să compenseze t.e.m. autoindusă în inductor, a cărei valoare este dată de (5.13). Deci $u + e_L = 0$ sau

$$L \frac{di}{dt} = U_m \sin \omega t$$

de unde

$$di = \frac{U_m}{L} \sin \omega t dt.$$

Integrînd obținem

$$i = -\frac{U_m}{L\omega} \cos \omega t = \frac{U_m}{X_L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \qquad (6.13)$$

• *Intensitatea curentului* (6.13) este

$$i = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (6.14)$$

• *Reactanța inductivă* este mărimea

$$X_L = L\omega \qquad (6.15)$$

Are dimensiunea unei rezistențe și se exprimă în Ω.

• *Legea lui Ohm.* Comparînd (6.13) cu (6.14) rezultă că

$$U_m = I_m X_L \quad \text{sau} \quad U_L = I X_L \qquad (6.16)$$

• *Concluzie:*

În circuitul de c.a. cu inductor pur curentul este defazat cu $\pi/2$ în urma tensiunii (figura 6.9 b și c); valorile maxime și efective ale curentului și tensiunii satisfac legea lui Ohm pentru c.c., dacă rezistența ohmică se înlocuiește cu reactanța inductivă.

b) *Cazul inductorului real.* Inductorul real este caracterizat prin inductanța L și rezistența ohmică $R(=R_L)$. În circuitul de c.a. inductorul real are două efecte:

— introduce o rezistență suplimentară, egală cu X_L;

— defazează curentul în urma tensiunii cu unghiul $\varphi < \pi/2$.

• *Tensiunea aplicată circuitului* (figura 6.10) este:

$$u = U_m \sin \omega t \qquad (6.11)$$

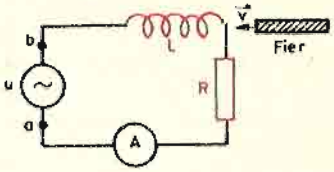


Fig. 6.10

• *Intensitatea curentului*, defazat în urmă cu unghiul φ față de tensiune, se scrie:

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) \qquad (\varphi > 0) \qquad (6.17)$$

Legea a doua a lui Kirchhoff, scrisă pentru circuitul din figura 6.10, are forma

$$u + e_L = u_R \qquad (6.18)$$

unde $e_L = -L(di/dt)$ iar $u_R = iR$. Pe de altă parte

$$L \frac{di}{dt} = I_m L\omega \cos(\omega t - \varphi) = U_L \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

Înlocuind în (6.18) obținem ecuația circuitului:

$$U \sin \omega t = U_L \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + U_R \sin(\omega t - \varphi) \qquad (6.19)$$

Rezolvînd această ecuație trigonometrică se pot obține relațiile între mărimile I, U, R, X_L și φ. Calculul fazorial este mai avantajos.

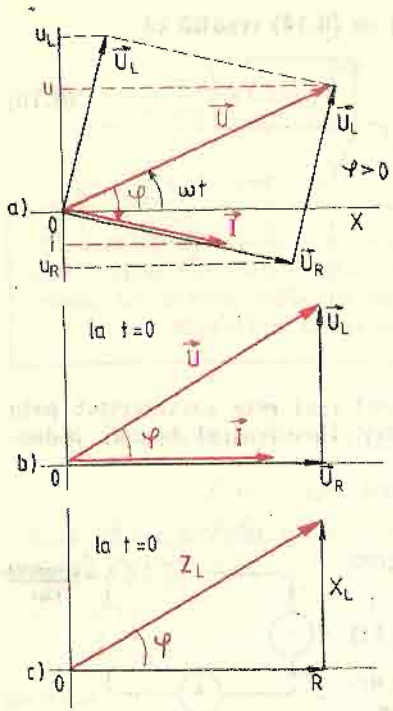


Fig. 6.11

• *Calculul fazorial.* Atribuim fazorului tensiunii aplicate $\vec{U}$ rol fundamental şi-l orientăm sub unghiul ωt faţă de direcţia OX (fig. 6.11 a). Fazorul curentului $\vec{I}$ şi al tensiunii pe rezistor $\vec{U}_R$ sînt defazaţi în urmă cu unghiul φ faţă de $\vec{U}$. Fazorul tensiunii $\vec{U}_L$ este defazat înaintea fazorului curentului (şi tensiunii pe rezistor) cu $\pi/2$. Rezultanta fazorilor $\vec{U}_R$ şi $\vec{U}_L$ reprezintă fazorul tensiunii $\vec{U}$ în circuit, adică $\vec{U}_R+\vec{U}_L=\vec{U}$.

• *Legea lui Ohm.* Din diagramă rezultă:

$$U=\sqrt{U_R^2+U_L^2}=I\sqrt{R^2+X_L^2}=IZ_L \tag{6.20}$$

• *Impedanţa circuitului RL* este mărimea:

$$Z_L=\sqrt{R^2+X_L^2} \tag{6.21}$$

care are dimensiunea unei rezistenţe şi se exprimă în Ω.

• *Defazajul între tensiune şi curent*, rezultă din diagramă:

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{X_L}{R}=\frac{L\omega}{R} \tag{6.22}$$

Diagrama tensiunilor trece în *diagrama fazorială a rezistenţelor* (figura 6.11 b), dacă exprimăm tensiunile prin legea lui Ohm şi simplificăm curentul.

• *Studiul experimental.* Efectul rezistiv al inductorului se pune în evidenţă, cu ajutorul circuitului din figura 6.10, în care valoarea reactanţei inductive a inductorului fără miez de fier, $X_{L_0}=L_0\omega$, este neglijabilă faţă de rezistenţa ohmică R a circuitului. Valoarea maximă a curentului în circuit este determinată atunci de R şi este aproximativ egală cu valoarea curentului în c. c. cînd circuitul este alimentat la tensiunea U_m constantă. Introducînd în bobină un miez de fier cu $\mu_r\cong10^3$, valoarea inductanţei creşte la $L\cong\mu_rL_0=10^3L_0$. De acelaşi număr de ori creşte şi reactanţa inductivă X_L a circuitului. În consecinţă, *la introducerea miezului de fier în bobină, intensitatea curentului în circuit scade*, ceea ce se poate constata cu ajutorul ampermetrului A sau a unui bec înseriat în circuit.

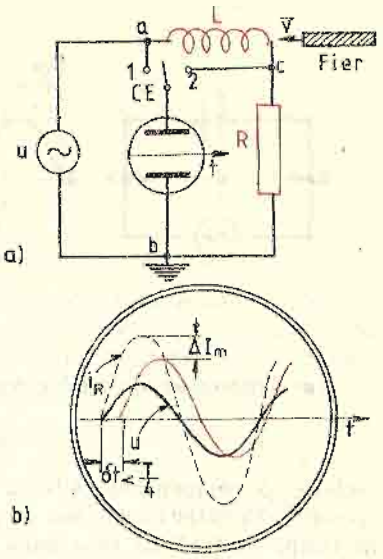


Fig. 6.12

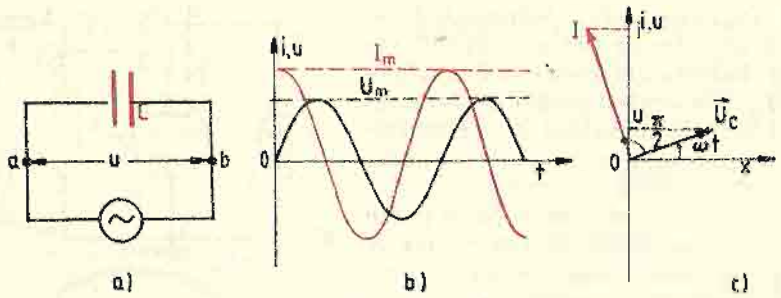
Cu ajutorul circuitului din figura 6.12 a se pot pune în evidenţă, pe ecranul osciloscopului ambele efecte ale inductorului în circuitul de c.a. Pe ecran apare tabloul din figura 6.12 b. Fără miez de fier în bobină $L=L_0\cong0$ şi inductorul se comportă ca un rezistor ideal, de rezistenţă $R=R_L$. *Curentul* (sinusoida trasată punctat) *este în fază cu tensiunea* (linia neagră plină). La introducerea miezului de fier, amplitudinea curentului scade cu ΔI_m şi în acelaşi timp curentul rămîne în urmă (ca fază) faţă de tensiune (sinusoida roşie).

• Concluzie:

> În circuitul de curent alternativ inductanţa introduce o rezistenţă reactivă X_L şi defazează curentul în urmă faţă de tensiune; valorile maxime şi efective ale curentului şi tensiunii satisfac legea lui Ohm dacă rezistenţa ohmică se înlocuieşte cu impedanţa Z_L a circuitului.

6.2.3. CIRCUIT SERIE CU CONDENSATOR (RC)

a) *Cazul condensatorului ideal.* Condensatorul ideal se caracterizează numai prin capacitatea sa C. Rezistenţa sa ohmică este infinită (condensator fără pierderi), iar reactanţa sa inductivă este nulă ($X_L=0$). Condensatorul cu vid între plăci cuplat în circuit prin fire scurte, se apropie cel mai mult de condensatorul ideal. Fie circuitul din figura 6.13 a.



a) b) c)

Fig. 6.13

• *Tensiunea aplicată circuitului*

$$u = U_m \sin \omega t \qquad (6.11)$$

trebuie să compenseze căderea de tensiune pe condensator: $u = u_C$ unde $u_C = q/C$. Rezultă că sarcina pe plăcile condensatorului variază sinusoidal în timp, în fază cu tensiunea aplicată:

$$q = CU_m \sin \omega t$$

• *Intensitatea curentului* în circuit este (prin definiție):

$$i = \frac{dq}{dt} = C\omega U_m \cos \omega t. \qquad (6.23)$$

Notînd $C\omega U_m = I_m$ avem

$$\boxed{i = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} \qquad (6.23')$$

• *Reactanța capacitivă* este mărimea:

$$\boxed{X_C = \frac{1}{C\omega}} \qquad (6.24)$$

Are dimensiunea unei rezistențe și se exprimă în Ω.

• *Legea lui Ohm.* Comparînd (1.23) cu (1.24) rezultă:

$$\boxed{U_m = I_m X_C} \quad \text{sau} \quad \boxed{U_C = I X_C} \qquad (6.25)$$

• *Concluzie:*

Condensatorul ideal în circuitul de c.a. defazează curentul din circuit înainte cu $\pi/2$ față de tensiune (figura 6.13 b și c). Valorile maxime și efective ale curentului și tensiunii satisfac legea lui Ohm pentru c.c., dacă rezistența ohmică se înlocuiește cu reactanța capacitivă.

b) *Cazul condensatorului real.* Condensatorul real este caracterizat prin capacitatea sa C și prin rezistența de pierderi $R(=R_C)$, datorată rezistenței dielectricului dintre plăcile sale și conductorilor prin care este cuplat în circuit. În circuitul de c.a. condensatorul real are două efecte:

— introduce o rezistență suplimentară, egală cu X_C;

— defazează curentul înainte față de tensiune cu unghiul $\varphi < \pi/2$.

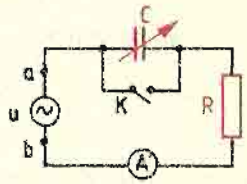


Fig. 6.14

• *Tensiunea aplicată circuitului* (figura 6.14) este:

$$u = U_m \sin \omega t \qquad (6.11)$$

• *Intensitatea curentului*, defazat în față cu unghiul φ față de tensiune, se scrie:

$$\boxed{i = I_m \sin(\omega t + \varphi)} \qquad (\varphi > 0) \qquad (6.26)$$

Legea a doua a lui Kirchhoff, scrisă pentru circuitul din figura 6.14 are forma:

$$u = u_C + u_R \quad \text{sau} \quad u = \frac{q}{C} + iR \qquad (6.27)$$

unde $u_C = q/C$ și $u_R = iR$. Din definiția (2.1') a curentului electric rezultă că $dq = i\,dt = I_m \sin(\omega t + \varphi)\,dt$. Integrînd în raport cu t obținem

$$q = \int I_m \sin(\omega t + \varphi)\,dt = -\frac{I_m}{\omega}\cos(\omega t + \varphi) = -\frac{I_m}{\omega}\sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

Înlocuind în (6.27) și ținînd seama de (6.15) obținem ecuația circuitului:

$$\boxed{U \sin \omega t = -U_C \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + U_R \sin(\omega t + \varphi)} \qquad (6.28)$$

Rezolvînd această ecuație trigonometrică se pot obține relațiile între mărimile I, U, R, X_C și φ. Calculul fazorial este mai avantajos.

Calcul fazorial. Atribuim fazorului tensiunii aplicate $\vec{U}$ rol fundamental şi-l orientăm sub unghiul ωt faţă de direcţia OX (fig. 6.15 a). Fazorul curentului $\vec{I}$ şi al tensiunii pe rezistor $\vec{U}_R$ sînt defazaţi în faţă cu unghiul φ faţă de $\vec{U}$. Fazorul $-\vec{U}_C$ al tensiunii pe condensator este defazat în urma curentului (şi al tensiunii pe rezistor) cu $\pi/2$. Rezultanta fazorilor $\vec{U}_R$ şi $-\vec{U}_C$ reprezintă fazorul tensiunii $\vec{U}$ din circuit, adică $\vec{U}_R+\vec{U}_C=\vec{U}$.

• *Legea lui Ohm.* Din diagramă rezultă:

$$U=\sqrt{U_R^2+U_C^2}=I\sqrt{R^2+X_C^2}=IZ_C. \qquad (6.29)$$

• *Impedanţa circuitului* este mărimea

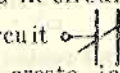
$$Z_C=\sqrt{R^2+X_C^2} \qquad (6.30)$$

care are dimensiunea unei rezistenţe şi se exprimă în Ω.

• *Defazajul între tensiune şi curent* rezultă din diagramă:

$$\operatorname{tg}\varphi=-\frac{X_C}{R}=-\frac{1}{RC\omega} \qquad (6.31)$$

Diagrama tensiunilor trece în *diagrama fazorială a rezistenţelor* (figura 6.15 b), dacă exprimăm tensiunile prin legea lui Ohm şi simplificăm curentul.

• *Studiul experimental.* Efectul rezistiv al condensatorului se pune în evidenţă cu circuitul simplu din figura 6.14. Cînd întrerupătorul k este închis condensatorul este eliminat din circuit (este scurtcircuitat). Intensitatea curentului este determinată de rezistenţa ohmică R a circuitului şi poate fi citită pe ampermetru. La deschiderea întrerupătorului k *scade deviaţia acului ampermetrului*, ceea ce este dovada faptului că *rezistenţa circuitului a crescut*. Folosind în circuit un condensator cu capacitate neglijabilă (cu simbolul de circuit ) se poate constata că mărind capacitatea condensatorului creşte intensitatea curentului în circuit. Deci, *rezistenţa introdusă în circuit de condensator, (reactanţa capacitivă), este invers proporţională cu capacitatea sa*, în acord cu (6.24).

Cu ajutorul circuitului din figura 6.16 a se pot urmări pe ecranul osciloscopului simultan ambele efecte ale condensatorului. Dacă comu-

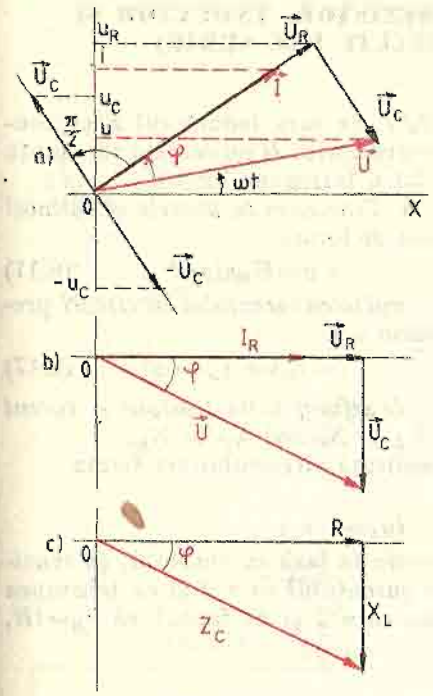


Fig. 6.15

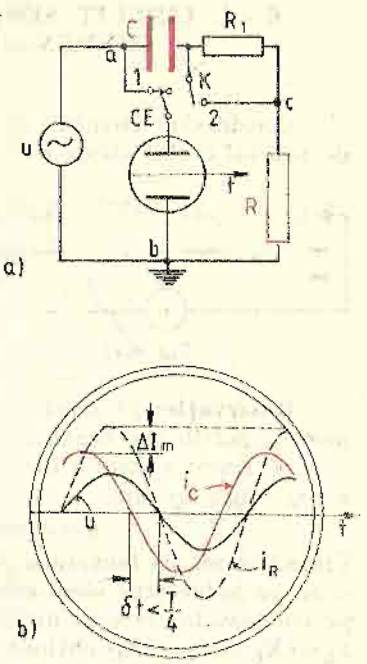


Fig. 6.16

tatorul k este în poziţia 1 (condensatorul este scurtcircuitat), iar comutatorul electronic comută între poziţiile 1 şi 2, pe ecran apar sinusoidele tensiunii u_R la bornele rezistorului R şi a curentului i_R prin R, care sînt în fază (figura 6.16 b). (Rezistorul $R_1 << R$, X_C şi are acelaşi rol ca în figura 6.8). În momentul trecerii comutatorului k în poziţia 2, se elimină R_1 din circuit şi se include condensatorul C şi se constată o scădere cu ΔI_m a amplitudinii curentului în circuit, simultan cu o deplasare a fazei sale înaintea tensiunii cu unghiul $\varphi<\pi/2$ (sinusoida roşie).

• *Concluzie*

În circuitul de curent alternativ condensatorul introduce o rezistenţă reactivă suplimentară X_C şi defazează curentul înaintea tensiunii; valorile maxime şi efective ale curentului şi tensiunii satisfac legea lui Ohm pentru c. c. dacă se înlocuieşte rezistenţa ohmică prin impedanţa Z_C a circuitului.

6.2.4. CIRCUIT SERIE CU REZISTOR, INDUCTOR ŞI CONDENSATOR (CIRCUIT RLC SERIE)

Considerăm circuitul din figura 6.17, în care inductorul L şi condensatorul C sînt ideale iar rezistenţa rezistorului R reprezintă rezistenţa ohmică a întregului circuit.

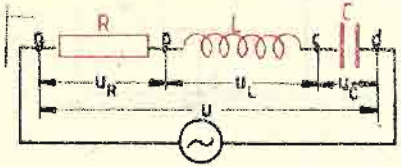


Fig. 6.17

• *Tensiunea la bornele circuitului* o luăm de forma

$$u = U_m \sin \omega t \qquad (6.11)$$

iar *intensitatea curentului în circuit* presupunem a fi

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) \qquad (6.17)$$

Observaţie: *În acest caz unghiul φ de defazaj între tensiune şi curent poate fi pozitiv sau negativ, după cum $X_L > X_C$ sau $X_C > X_L$.*

• *Legea a doua a lui Kirchhoff* aplicată circuitului are forma $u + e_L = u_R + u_C$ sau

$$u = u_R + u_L + u_C \qquad (u_L = -e_L)$$

Ţinînd seama că tensiunea pe rezistor este în fază cu curentul, că tensiunea pe inductorul ideal este înaintea curentului cu $\pi/2$ şi că tensiunea pe condensator este în urma curentului cu $\pi/2$ şi de faptul că $u_R = iR$, $u_L = iX_L$ şi $u_C = iX_C$ obţinem ecuaţia circuitului *RLC* serie:

$$U \sin \omega t = U_R \sin(\omega t - \varphi) + U_L \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + U_C \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

unde $U_R = IR$, $U_L = IX_L$, $U_C = IX_C$. Este avantajoasă analiza fazorială a ecuaţiei (6.32).

• *Calcul fazorial.* Diagrama fazorială a ecuaţiei (6.32) este prezentată în figura 6.18. Dacă $U_L > U_C$ avem $\varphi > 0$ cum arătăm în figura 6.18 a şi b. Dacă $U_L < U_C$ avem $\varphi < 0$ şi rezultă diagrama din figura (6.18 a şi b). Ecuaţia fazorială a circuitului *RLC* serie este

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C \qquad (6.23')$$

Din diagrama fazorială rezultă următoarele relaţii între U, I, R, X_L X_C, φ:

• *Legea lui Ohm:*

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = IZ \qquad (6.33)$$

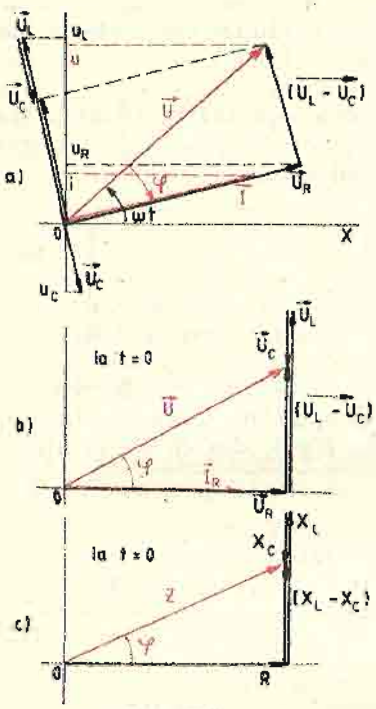


Fig. 6.18

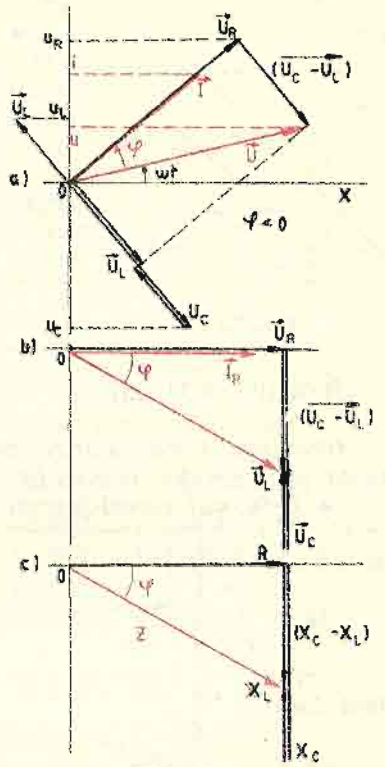


Fig. 6.19

• ***Impedanţa circuitului RLC serie:***

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \qquad (6.34)$$

are dimensiunea unei rezistenţe şi se exprimă în Ω.

• ***Defazajul între tensiune şi curent:***

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \qquad (6.35)$$

Din *diagrama fazorială a tensiunilor* rezultă *diagrama fazorială a rezistenţelor* (figura 6.18 c şi 6.19 c).

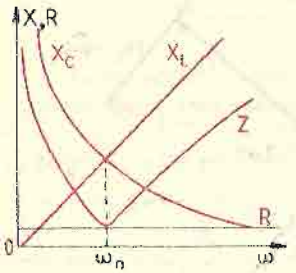


Fig. 6.20

• *Condiția de rezonanță.* Pînă în acest moment am presupus că frecvența unghiulară ω a curentului alternativ rămîne constantă în toate circuitele analizate. Dacă ω variază, mărimile X_L, X_C și Z care sînt funcții de ω, variază de asemenea, cum arătăm în figura 6.20. La frecvența ω_0 pentru care dreapta $X_L(\omega)$ intersectează curba $X_C(\omega)$ avem

$$\boxed{X_L(\omega_0)=X_C(\omega_0)} \text{ sau } \boxed{L\omega_0=\frac{1}{C\omega_0}} \qquad (6.36)$$

Relațiile (3.36) exprimă condiția de rezonanță (vezi § 6.3).

La rezonanță impedanța circuitului *RLC* serie este minimă: $Z=R$.

Observație: *Condiția de rezonanță poate fi realizată și la frecvență constantă, prin variația inductanței L și/sau a capacității C din circuit.*

• *Defazajul curent-tensiune.* Pentru $R\neq 0$, din (6.34) rezultă:

Dacă $L\omega>\frac{1}{C\omega}$, $\operatorname{tg}\varphi>0$, $\varphi>0$ $\Rightarrow$ — curentul este în întîrziere de fază față de tensiune;

Dacă $L\omega<\frac{1}{C\omega}$, $\operatorname{tg}\varphi<0$, $\varphi<0$ $\Rightarrow$ — curentul este înaintea tensiunii ca raport de fază;

Dacă $L\omega=\frac{1}{C\omega}$, $\operatorname{tg}\varphi=0$, $\varphi=0$ $\Rightarrow$ — *la rezonanță curentul pulsează în fază cu tensiunea.*

Dacă $R\to 0$, $R\neq 0$, $L\omega>\frac{1}{C\omega}$ sau $L\omega-\frac{1}{C\omega}\to+\infty$ $\Rightarrow$ $\operatorname{tg}\varphi\to+\infty$, $\varphi\to+\frac{\pi}{2}$;

Dacă $R\to 0$, $R\neq 0$, $L\omega<\frac{1}{C\omega}$ sau $L\omega-\frac{1}{C\omega}\to-\infty$ $\Rightarrow$ $\operatorname{tg}\varphi\to-\infty$, $\varphi\to-\frac{\pi}{2}$;

$\Rightarrow \varphi\in\left[-\frac{\pi}{2},+\frac{\pi}{2}\right]$;

Din figura 6.18 c, rezultă:

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}$$

$$\cos\varphi>0,\ \forall\varphi\in\left]-\frac{\pi}{2},+\frac{\pi}{2}\right[$$

— funcția $\cos\varphi$ nu determină defazajul între curent și tensiune.

$$\sin\varphi=\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{Z}$$

$$\sin\varphi>0,\ \forall\varphi\in\left]0,+\frac{\pi}{2}\right[$$

$$\sin\varphi<0,\ \forall\varphi\in\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$$

— funcția $\sin\varphi$ poate specifica defazajul între tensiune și curent.

• *Cazuri particulare.* Formulele (6.32) și (6.34), obținute pentru circuitul *RLC* serie trebuie să se aplice și în cazul circuitelor mai simple, analizate anterior.

— *Circuit cu rezistor ideal:* ($R\neq 0$, $L=0$, $C=\infty$).

$Z=R$, $\operatorname{tg}\varphi=0$, $\varphi=0$ — *curentul este în fază cu tensiunea;* $U=IR$

— *Circuit cu inductor ideal* ($R=0$, $L\neq 0$, $C=\infty$).

$Z_L=X_L=L\omega$, $\operatorname{tg}\varphi=\frac{L\omega}{0}=+\infty$, $\varphi=+\frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ — curentul este defazat cu $\frac{\pi}{2}$ în urma tensiunii; $U=I\cdot X_L$

— *Circuit cu condensator ideal* ($R=0$; $L=0$, $C\neq 0$ și ∞)

$Z_C=X_C=\frac{1}{C\omega}$, $\operatorname{tg}\varphi=-\frac{1/C\omega}{0}=-\infty$, $\varphi=-\frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ — curentul este defazat cu $\frac{\pi}{2}$ în fața tensiunii; $U=IX_C$

— *Circuit RL* ($R\neq 0$, $L\neq 0$, $C=\infty$).

$$Z_L=\sqrt{R^2+X_L^2}$$
$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{L\omega}{R}$$
$$\varphi>0$$

⇒ — curentul este defazat cu unghiul φ în urma tensiunii.
$U=I\cdot Z_L$

Circuit RC ($R\neq 0$, $L=0$, $C\neq 0$ și ∞).

$$Z_C=\sqrt{R^2+X_C^2}$$
$$\operatorname{tg}\varphi=-\frac{1/L\omega}{R}$$
$$\varphi<0$$

⇒ — curentul este defazat cu unghiul φ înaintea tensiunii
$U=I\cdot Z_C$.

Concluzie:

În circuitul de curent alternativ *RLC* serie, valorile efective și maxime ale tensiunii și curentului satisfac legea lui Ohm dacă rezistența R se înlocuiește cu impedanța Z; defazajul între tensiune și curent poate fi oricare între $-\frac{\pi}{2}$ și $+\frac{\pi}{2}$, în funcție de valorile inductanței L și capacității C.

6.2.5. CIRCUIT DE CUPENT ALTERNATIV RLC ÎN PARALEL

Considerăm circuitul din figura 6.21, în care inductorul L și condensatorul C sînt ideali, iar rezistorul R este pur ohmic. Prima lege a lui Kirchhoff, aplicată nodului a se scrie:

$$i=i_R+i_L+i_C \qquad (6.36)$$

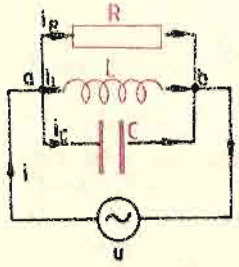


Fig. 6.21

Dacă tensiunea la bornele a și b ale generatorului este de forma (6.11), adică $u=U_m\sin\omega t$, iar curentul prin circuitul principal este $i=I_m\sin(\omega t+\varphi)$, atunci curenții în cele trei ramuri ale circuitului sînt:

$$i_R=\frac{U_m}{R}\sin\omega t \quad — \textit{ în fază cu } u_R$$

$$i_L=\frac{U_m}{X_L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) \quad — \textit{ defazat în urmă cu } \frac{\pi}{2} \textit{ față de } i_R.$$

$$i_C=\frac{U_m}{X_C}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right) \quad — \textit{ defazat în față cu } \frac{\pi}{2} \textit{ față de } i_R.$$

Înlocuind în (6.36) și ținînd seama de (6.6) obținem *ecuația circuitului RLC paralel*

$$I\sin(\omega t+\varphi)=I_R\sin\omega t+I_L\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)+I_C\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right) \qquad (6.37)$$

unde $I_R=U/R$, $I_L=U/X_L$ și $I_C=U/X_C$ sînt *valorile efective* ale curenților prin cele trei ramuri ale circuitului. Ecuația fazorială echivalentă cu (6.37) este:

$$\vec{I}=\vec{I}_R+\vec{I}_L+\vec{I}_C \qquad (6.37')$$

și are diagrama fazorială din figura 6.22a. Din diagramă rezultă:

$$I=\sqrt{I_R^2+(I_C-I_L)^2}=U\sqrt{G^2+(B_C-B_L)^2}=U\cdot Y \qquad (6.38)$$

și

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{I_C-I_L}{I_R}=\frac{B_C-B_L}{B_R}=R\left(C\omega-\frac{1}{L\omega}\right) \qquad (6.39)$$

unde am definit mărimile:

$G=\frac{1}{R}$ — conductanță (Ω^{-1})

$B_C=\frac{1}{X_C}=C\omega$ — susceptanță capacitivă (Ω^{-1})

$B_L=\frac{1}{X_L}=\frac{1}{L\omega}$ — susceptanță inductivă (Ω^{-1})

$Y=\sqrt{G^2+(B_C-B_L)^2}$ — admitanță (Ω^{-1})

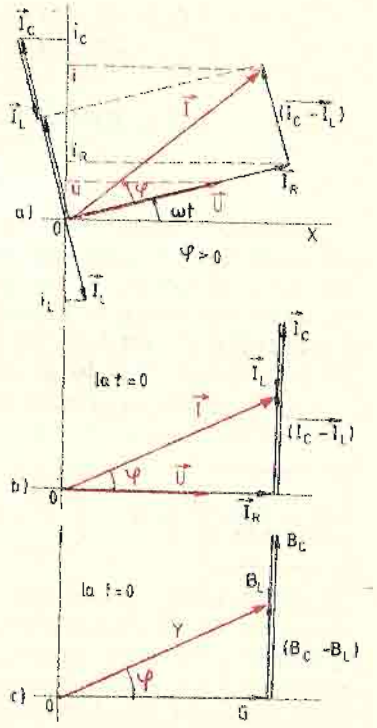


Fig. 6.22

Din diagrama fazorială a curenților rezultă, în urma simplificării prin U, *diagrama fazorială a conductanțelor* (fig. 6.22 c).

Concluzie:

În circuitul *RLC* paralel valorile efective ale tensiunii și curentului satisfac legea lui Ohm dacă în locul conductanței ohmice G se folosește admitanța circuitului Y; defazajul între tensiune și curent poate fi oricare între $-\frac{\pi}{2}$ (la $L=0$) și $+\frac{\pi}{2}$ (la $C=\infty$); la $R=0$ și la rezonanță curentul și tensiunea sînt în fază.

6.3. REZONANȚA ÎN CIRCUITELE DE CURENT ALTERNATIV

6.3.1. REZONANȚA CIRCUITULUI SERIE (REZONANȚA TENSIUNILOR)

În 6.2.4. am arătat că într-un circuit RLC serie, care conține inductor sau condensator, (sau ambele) reglabile, se poate realiza condiția de rezonanță (6.36). Dacă frecvența ω a generatorului este reglabilă condiția de rezonanță poate fi îndeplinită chiar dacă valorile inductanței L și a capacității C sînt fixe. În figura 6.23 prezentăm diagramele fazoriale ale tensiunilor (a și b) și rezistențelor (c), în condiții de rezonanță.

• *Perioada curentului alternativ la rezonanță.* Din condiția de rezonanță (3.36) rezultă că la rezonanță

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{sau} \quad T_0=2\pi\sqrt{LC} \quad -\ \textit{formula lui Thomson} \qquad (6.40)$$

Cu alte cuvinte, *în condiții de rezonanță pulsația ω a tensiunii generatorului coincide cu pulsația proprie ω_0 a circuitului. Pentru a se ajunge la egalitatea celor două pulsații fie s-au modificat valorile lui L sau și C*, modificîndu-se astfel pulsația proprie a circuitului, pentru a deveni egală cu cea a generatorului, *fie s-a modificat pulsația generatorului* (L și C rămînînd constante) pentru a deveni egală cu cea a circuitului. *La rezonanță, circuitul funcționează în regim de oscilații electrice forțate.*

• *Proprietățile circuitului RLC serie la rezonanță.*

a) $Z_r=R$ — impedanța este minimă și egală cu rezistența (fig. 6.23 b)

b) $I_r=U/R$ — curentul are valoare maximă;

c) $U'_L=U'_C$ — *tensiunile efective la bornele inductorului și condensatorului sînt egale* (fig. 6.23 a) *și au valorile maxime;*

$$U'_L=I_rX_L(\omega_0)=\frac{U}{R}L\omega_0=U\cdot Q$$

și

$$U'_C=I_rX_C(\omega_0)=\frac{U}{R}\frac{1}{C\omega_0}=U\cdot Q$$

unde

$$Q=\frac{U_L^{(r)}}{U}=\frac{U'_C}{U}=\frac{L\omega_0}{R}=\frac{1}{RC\omega_0} \qquad (6.41)$$

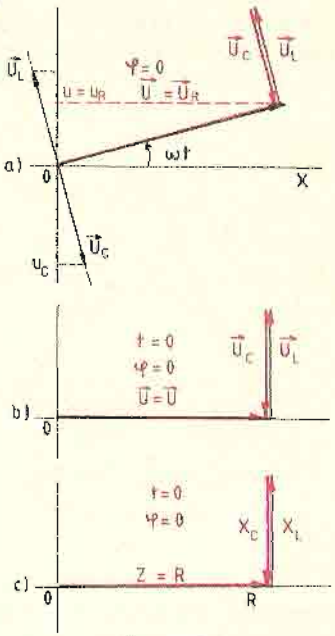


Fig. 6.23

reprezintă factorul de calitate sau factorul de supratensiune al circuitului.

Factorul de supratensiune ne arată de cîte ori este mai mare la rezonanță tensiunea efectivă (maximă) la bornele inductorului și condensatorului decît tensiunea efectivă (maximă) la bornele generatorului.

Rezonanța în circuitul RLC serie se mai numește și rezonanța tensiunilor din cauza apariției supratensiunilor la bornele inductorului și condensatorului.

Înlocuind (6.40) în (6.41) obținem

$$Q=\frac{L}{R}\sqrt{\frac{1}{LC}}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{Z_0}{R} \qquad (6.42)$$

unde $Z_0=\sqrt{L/C}$ are dimensiunea unei rezistențe și se numește impedanța caracteristică a circuitului *RLC*. Rezultă că la rezonanță $U'_L=U'_C>>U$ dacă $Z_0>>R$.

În figura 6.24 ilustrăm dependența curentului în circuitul *RLC*, alimentat la generator cu pulsație constantă ω, în funcție de valoarea inductanței din circuit. Se vede că *acuitatea piculuí curentului este cu atît mai mare cu cît rezistența ohmică a circuitului este mai mică.*

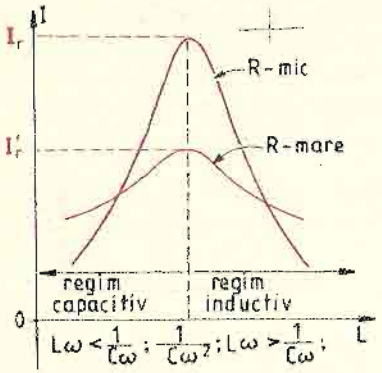


Fig. 6.24

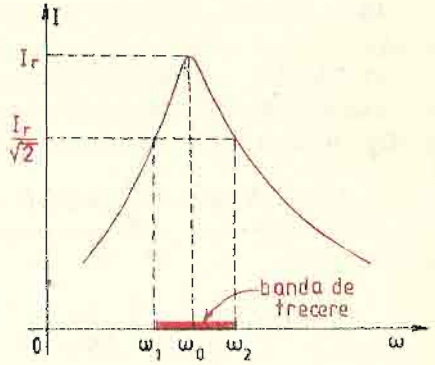


Fig. 6.25

• *Banda de trecere.* Considerăm un circuit *RLC* serie, cu *R*, *L*, *C* constante, alimentat la un generator cu pulsația ω reglabilă. Dependența curentului în circuit de pulsația generatorului o redăm în figura 6.25. Acuitatea fenomenului de rezonanță poate fi caracterizată și prin banda de trecere a pulsației, ale cărei limite sînt pulsațiile ω_1 și ω_2 pentru care curentul scade la $\sqrt{2}$ din valoarea sa la rezonanță.

Pornind de la legea lui Ohm (6.33), de la faptul că $I_r = U/R$, și ținînd seama de (6.41), putem scrie:

$$\frac{I}{I_r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{L\omega}{R}\frac{\omega_0}{\omega_0} - \frac{1}{RC\omega}\frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

de unde obținem două ecuații de gradul doi în ω:

$$Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = +1$$

$$Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = -1$$

Fiecare din aceste ecuații admite două soluții. Reținînd numai soluțiile pozitive avem:

$$\omega_1 = -\frac{\omega_0}{2Q} + \sqrt{\frac{\omega_0^2}{4Q^2} + \omega_0^2}$$

$$\omega_2 = +\frac{\omega_0}{2Q} + \sqrt{\frac{\omega_0^2}{4Q^2} + \omega_0^2}$$

Scădem prima soluție din a doua și obținem valoarea benzii de trecere:

$$\boxed{\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}} \qquad (6.47)$$

în funcție de pulsația de rezonanță și de factorul de calitate al circuitului.

6.3.2. REZONANȚA ÎN CIRCUITUL RLC PARALEL

Din (6.39) rezultă că dacă $B_C = B_L$ sau $B_C(\omega_0) = B_L(\omega_0)$ atunci

$$\boxed{C\omega_0 = \frac{1}{L\omega_0}} \qquad (3.36')$$

$tg\varphi = 0$ și $\varphi = 0$. În aceste condiții *curenții i_L și i_C sînt în opoziție de fază* (fig. 6.26 a). Iată prin ce se caracterizează la rezonanță circuitul *RLC* paralel:

• $Y = G$ — admitanța circuitului este minimă și egală cu conductanța sa (fig. 6.26 b);

• $I_r = I_R = U \cdot G$ — are valoare minimă (fig. 6.26 a);

• $I_L(\omega_0) = I_C(\omega_0)$ — curenții efectivi prin inductor și condensator sînt egali și au valoare maximă;

$$I_L(\omega_0) = UB_L(\omega_0) = U/L\omega_0$$
$$I_C(\omega_0) = UB_G(\omega_0) = UC\omega_0$$

• Raportul $\frac{I_L(\omega_0)}{I_r} = \frac{I_C(\omega_0)}{I_r} > 1$ — în ramurile cu inductor și condensator apar

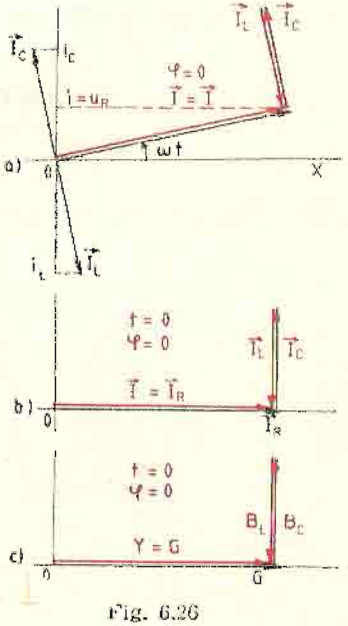


Fig. 6.26

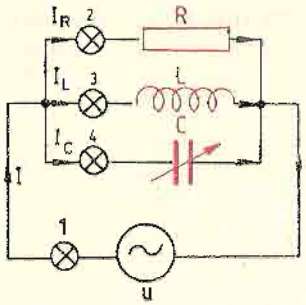


Fig. 6.27

supracurenți mai mari decît curentul din circuitul principal; din acest motiv rezonanța circuitului *RLC* paralel se mai numește rezonanța curenților.

Toate concluziile referitoare la rezonanța curenților pot fi verificate experimental cu ajutorul circuitului din figura 6.27, în care simbolul —⊗— reprezintă becuri identice. Modificînd valoarea capacității condensatorului reglabil (sau valoarea inductanței) se realizează treptat condiția de rezonanță. Pe măsură ce ne apropiem de rezonanță becurile 1 și 2 luminează tot mai slab iar becurile 3 și 4 tot mai puternic. La rezonanță becurile 1 și 2 luminează cel mai slab și în mod egal ($I_r = I_R$ și are valoarea minimă) iar becurile 3 și 4 luminează cel mai puternic și egal ($I_C = I_L$ și are valoarea maximă).

6.4. PUTEREA CURENTULUI ALTERNATIV

6.4.1. PUTEREA MEDIE ÎN CIRCUITUL RLC SERIE

Fie circuitul din figura 6.17, în care:

$$u = U_m \sin \omega t \tag{6.11}$$

$$i = I_m \sin (\omega t - \varphi) \tag{6.17}$$

Prin definiție, puterea instantanee a curentului alternativ este

$$p = ui = U_m I_m \sin \omega t \cdot \sin (\omega t - \varphi). \tag{6.44}$$

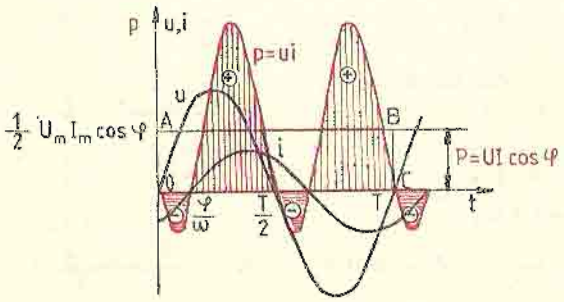


Fig. 6.28

Cu ajutorul identității trigonometrice

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$$

și ținînd seama de (6.6), putem retranscrie (6.44) astfel:

$$p = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t - \varphi) \tag{6.44'}$$

În figura 6.28 prezentăm *graficul variației în timp a puterii* (6.44'), alături de variațiile în timp ale tensiunii u a sursei și curentului i prin circuit. La orice moment t, ordonata graficului funcției $p(t) = u(t) \cdot i(t)$. Se constată că: a) *pulsația puterii este dublă pulsației curentului* (vezi 6.44'); b) *linia de simetrie a graficului $p(t)$ este deplasat în sus cu $UI\cos\varphi$ față de linia de simetrie a graficelor lui $u(t)$ și $i(t)$*. În consecință, valoarea medie a puterii instantanee pe durata unei perioade este diferită de zero.

Valoarea medie în timp a unei mărimi ce nu depinde de timp este egală cu însăși valoarea mărimii respective. Calculăm, deci, numai valoarea medie a termenului al doilea în (6.44').

$$[\cos(2\omega t - \varphi)]_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T \cos(2\omega t - \varphi)\,dt$$

$$= \frac{1}{T\,2\omega}[\sin(2\omega t - \varphi)]_0^T \qquad \left(T = \frac{2\pi}{\omega}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi}[\sin(4\pi - \varphi) - \sin(-\varphi)] = 0.$$

Deci, puterea medie consumată în circuitul de curent alternativ este

$$\boxed{P = UI\cos\varphi} \tag{6.45}$$

Puterea medie a curentului alternativ este egală cu produsul dintre tensiunea efectivă a sursei, intensitatea efectivă a curentului în circuit și cosinusul unghiului de defazaj între curent și tensiune.

Factorul *cosφ se numește* factor de putere.

Din figura 6.19 b se observă că $\cos\varphi = R/Z$ iar din (6.33) avem $Z = U/I$. Înlocuind în (6.45) obținem.

$$P = UI\frac{R}{Z} = I^2R = P_R \tag{6.45'}$$

Rezultă că, *puterea medie consumată în circuitul de curent alternativ este egală cu puterea disipată de același curent în rezistor:* $P_R = UI\cos\varphi$.

● *Diagrama fazorială a puterilor.* Înmulțind cu I fiecare fazor din diagrama tensiunilor (fig. 6.18) obținem diagrama puterilor din figura 6.29. Din această diagramă rezultă:

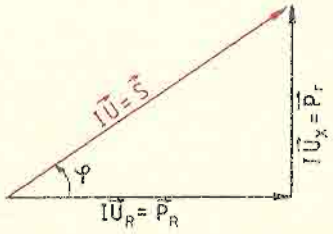


Fig. 6.29

$S = UI$ — puterea aparentă (VA)

$P_R = S\cos\varphi = UI\cos\varphi$ — puterea activă (W)

$P_r = S\sin\varphi = UI\sin\varphi$ — puterea reactivă (VAR).

• *Puterea aparentă reprezintă puterea transferată de generator circuitului de curent alternativ și se exprimă în volt-amper.*

• *Puterea activă reprezintă puterea disipată, prin efect Joule, în rezistor și se exprimă în Watt.*

• *Puterea reactivă este folosită în inductor și condensator pentru a genera cîmpul electric, respectiv magnetic și se exprimă în volt-amper-reactiv.*

Observație: *Puterea reactivă nu se consumă în circuit decît după decuplarea sursei; atunci ea se disipă în rezistor pînă la stingerea totală a curentului în circuit.*

Între cele trei puteri există relația, evidentă

$$P_R^2 + P_r^2 = S^2$$

Analizăm cîteva cazuri particulare:

• *Cazul rezistorului pur:* $\varphi = 0$, $\cos\varphi = 1$, $P = P_R = S$.

În cazul circuitului cu rezistor pur puterea activă este egală cu puterea aparentă.

• *Cazul inductorului pur:* $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\cos\varphi = 0$, $P = 0$.

Inductorul pur nu consumă energie de la generator.

• *Cazul condensatorului pur:* $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, $\cos\varphi = 0$, $P = 0$.

Condensatorul pur nu consumă energie de la generator.

6.4-2. ENERGIA CURENTULUI ALTERNATIV

Cunoscînd expresia puterii medii consumate în circuit într-o perioadă (6.45) putem exprima energia consumată într-o perioadă, adică

$$W_T = P \cdot T = UI\cos\varphi \cdot T = I^2RT \qquad (6.46)$$

Pentru un timp oarecare t, în circuit se consumă energia

$$\boxed{W = UI\cos\varphi \cdot t = I^2Rt} \qquad (6.46')$$

Presupunem, din nou, un circuit RLC serie la rezonanță, astfel că i în circuit oscilează în fază cu tensiunea la bornele generatorului. Atunci $u = u_R$ și ecuația lui Kirchhoff (6.31) se reduce la ecuația

$$u_L + u_C = 0 \quad \text{sau} \quad L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \qquad (5.31)$$

Ecuația (5.31) descrie oscilațiile energiei electromagnetice libere, în circuitul LC (§5.4.2). Am arătat că la orice moment energia electromagnetică din circuit are expresia (5.38). Cînd condensatorul este descărcat, și toată energia este înmagazinată în inductor, am avut

$$W_0 = \frac{LI_{m0}^2}{2} = L \cdot I_0^2 \qquad (I_{m0} = I_0\sqrt{2}) \qquad (6.47)$$

unde I_0 este valoarea efectivă a curentului *la rezonanță*.

Făcînd raportul între (6.47) și (6.46), la rezonanță avem

$$\boxed{\frac{W_0}{W_{T_0}} = \frac{LI_0^2}{RI_0^2T_0} = \frac{L\omega_0}{2\pi R} = \frac{Q}{2\pi}} \qquad (6.48)$$

(Indicele zero semnifică că ne găsim la rezonanță).

Deci, factorul de calitate Q al circuitului RLC serie are următoarea semnificație energetică:

> Factorul de calitate Q, împărțit prin 2π, reprezintă raportul dintre energia electromagnetică înmagazinată în circuit și energia disipată pe durata unei perioade, în condiții de rezonanță.

Capitolul 7
ELEMENTE DE ELECTROTEHNICĂ

7.1. GENERATOARE DE CURENT ALTERNATIV

7.1.1. PRINCIPIUL GENERĂRII CURENTULUI ALTERNATIV

Generatoarele electrice sînt mașini electrice care transformă alte forme de energie în energie electrică. După tipul de energie consumată de generatorul de curent el se numește *hidrogenerator* (consumă energia potențială a apei în cădere), *turbogenerator* (consumă energia aburului unei turbine), *termogenerator* (consumă energia termică a unui combustibil), *generator nuclear* (consumă energia degajată la fisionarea unor nuclee atomice) etc. În prezent cele mai importante sînt generatoarele electrice rotative. La baza funcționării lor stă fenomenul de inducție electromagnetică. În § 6.1.4. am descris principiul generării curentului alternativ monofazat, într-o bobină care se rotește în cîmp magnetic constant. Dezvoltăm acum și aprofundăm acest subiect.

În figura 7.1 prezentăm un cadru conductor, dreptunghiular, rigid, care se rotește între polii unui magnet permanent.

a) Planul cadrului este normal la liniile cîmpului magnetic iar fluxul cîmpului prin suprafața cadrului este maxim. Totuși, variația fluxului cîmpului magnetic prin suprafața cadrului este zero, deoarece

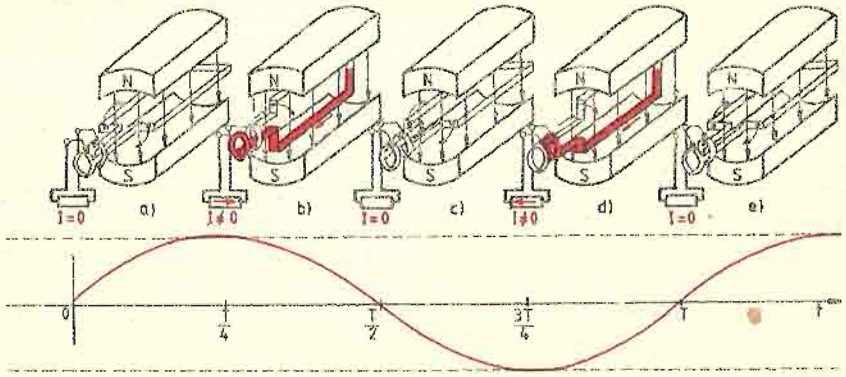


Fig. 7.1

laturile cadrului se mișcă paralel cu liniile cîmpului (nu „taie" liniile de cîmp). Conform cu (6.9) *tensiunea electromotoare* (t.e.m.) *indusă în cadru este egală cu zero*. Prin rezistorul R, legat cadrului, nu trece curent electric.

b) Planul cadrului este paralel cu liniile de cîmp, fluxul cîmpului magnetic prin suprafața cadrului este zero, însă *laturile cadrului* (*în rotație*) *„taie" cel mai mare număr de linii de cîmp în unitatea de timp*. Cu alte cuvinte, în poziția b) variația fluxului cîmpului magnetic prin suprafața cadrului este maximă. Ca urmare, t.e.m. indusă în cadru și curentul electric prin rezistorul R, conectat la bornele cadrului, sînt maxime. Sensul curentului electric indus prin rezistor poate fi stabilit cu ajutorul regulii a doua a mîinii drepte:

> Dacă cîmpul magnetic intră în palma deschisă, astfel încît degetul mare (deschis) indică sensul de mișcare a conductorului, atunci curentul indus în conductor are sensul indicat de degetele palmei (fig. 7.2).

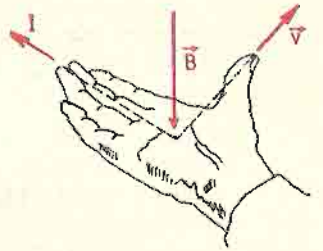


Fig. 7.2

Aplicînd această regulă se poate constata că în poziția b), *prin latura inferioară a cadrului curentul curge spre inelul colector* iar *prin latura superioară curentul curge de la inel spre cadru*. Atribuim *semnul* (+) inelului în care *intră curentul* (exterior) și *semnul* (−) inelului din care *iese curentul* (interior). Prin rezistor curentul curge de la (+) la (−) ca în figura 7.1 b. Pentru a avea contacte alunecătoare între capetele rezistorului și cele ale cadrului, cadrul este prevăzut cu două inele pe care lunecă cîte o „perie", de regulă din cărbune. În figură periile sînt reprezentate prin săgeți.

c) Pozițiile planului cadrului față de direcția liniilor cîmpului magnetic este aceeași ca în a); *fluxul cîmpului prin suprafața cadrului nu variază în timp și t.e.m. indusă în cadru este zero*.

d) Poziția planului cadrului față de direcția liniilor cîmpului este aceeași ca în b); t.e.m. indusă în cadrul rotitor și intensitatea curentului prin rezistor sînt maxime. Deosebirea față de poziția din b) constă în faptul că *latura cadrului care în b) era inferioară în d) devine superioară și invers*. Drept rezultat, spre deosebire de situația din b), *în d) curentul electric intră în inelul interior* (+), *și iese din inelul exterior* (−). Schimbîndu-se polaritatea inelelor (bornelor) cadrului s-a schimbat și sensul curentului prin rezistorul R. Rotindu-se în conti-

nuare, cadrul ajunge din nou în poziția a), după care ciclul descris se repetă.

În partea de jos a figurii 7.1 am reprezentat grafic variația în timp, pe durata unei perioade, a intensității curentului prin rezistorul R. Conform definiției date în § 6.1, *curentul prin rezistorul R este alternativ*. Perioada curentului alternativ obținut cu ajutorul dispozitivului descris este egală cu perioada de rotație a cadrului.

Din punct de vedere constructiv generatorul din figura 7.1 se compune din următoarele părți:

• *Magnetul care creează cîmpul magnetic*. Magnetul se numește inductor, deoarece cîmpul său induce t.e.m. în cadrul rotitor. Totodată inductorul se mai numește stator, deoarece este piesa care „stă" fixă în timpul funcționării generatorului.

• *Cadrul de curent*. Cadrul de curent se numește indus, deoarece în el se induce t.e.m. În același timp cadrul se mai numește rotor, deoarece este piesa care se rotește în timpul funcționării generatorului.

• *Colectorul* este reprezentat de cele două inele cu periuțe, cu ajutorul cărora se poate cupla la bornele rotorului partea exterioară a circuitului, de exemplu rezistorul R.

Observație: *Nu în toate generatoarele rotative statorul este inductor și rotorul este indus. În cazul mașinilor electrice de curent alternativ, de regulă statorul este indus și rotorul inductor.*

7.1.2. ALTERNATORUL MONOFAZIC

În generatoarele industriale de curent alternativ inductorul este rotor și indusul este stator (fig. 7.3). *Părțile constructive ale alternatorului monofazic sînt*:

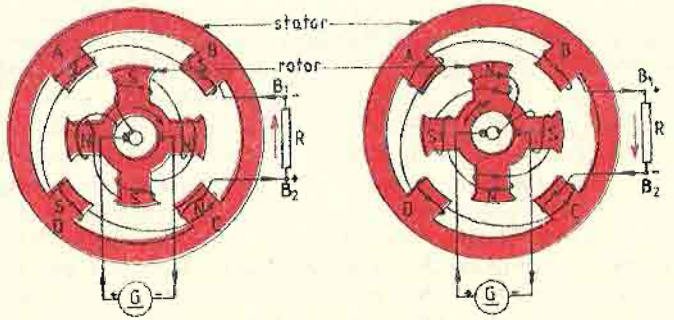


Fig. 7.3

• *Statorul (indusul)* — alcătuit dintr-o carcasă cilindrică în interiorul căreia sînt bobinate, pe miezuri din *tole de oțel feromagnetic*, spirele în care se induce curentul electric. Observăm că *sensul înfășurării spirelor pe miezurile A și C* (diametral opuse) *este invers sensului de înfășurare pe miezurile B și D*. (O pereche de astfel de bobine joacă rolul cadrului de curent din figura 7.1). La capetele (bornele) B_1 și B_2 ale înfășurării statorului se cuplează sarcina exterioară (consumatorul), de exemplu rezistorul R.

• *Rotorul (inductorul)* — alcătuit dintr-un electromagnet cu patru poli, dispuși în formă de cruce. Miezul rotorului este alcătuit tot din tole feromagnetice. De aceea, pentru a produce cîmp magnetic se înfășoară pe ei spire, prin care se trece curent electric continuu. Cu alte cuvinte, *polii rotorului sînt electromagneți*. Remarcăm că *sensul de înfășurare a bobinelor pe polii rotorului este același pe o pereche de poli (direct opuse) și opusă pe cealaltă pereche de poli*. Mai remarcăm că numărul perechilor de poli ai rotorului este egal cu numărul perechilor de bobine ale statorului. Această ultimă cerință nu este obligatorie dar, așa cum vom vedea, mărește randamentul generatorului.

• *Generatorul auxiliar G de curent continuu (excitatoarea)*, care alimentează înfășurările electromagneților rotorului. Curentul excitator se introduce în circuitul rotorului prin intermediul a două periuțe, care lunecă pe două inele, la care sînt legate capetele înfășurării rotorului.

• *Un motor* (nereprezentat în figură) care rotește axul rotorului.

• *Principiul de funcționare*. La trecerea curentului continuu prin înfășurările rotorului apar doi poli nord și doi poli sud, ceea ce se poate verifica (la fel ca în cazul stabilirii polilor solenoidului parcurs de curent) urmărind sensul curentului prin înfășurare. Cînd motorul pune rotorul în mișcare de rotație polii săi se apropie de bobinele statorului, trec prin fața lor, apoi se îndepărtează de ele, procesul repetîndu-se periodic. Cum am arătat în § 5.1.1. *la apropierea polului unei magnet de o bobină, în bobină se induce t.e.m. (și curent electric dacă circuitul bobinei este închis)*. Mai exact, am arătat că *la apropierea de bobină a polului N* (fig. 5.3 a) *și la îndepărtarea de bobină a polului S* (fig. 5.3 d) *(sensul curentului indus este același*. De asemenea, *la îndepărtarea de bobină a polului N* (fig. 5.3 b) *și la apropierea de bobină a polului S* fig. 5.3 c), *sensul curentului indus este același*, și *opus cazului precedent*. Urmărind figura 7.3 a observăm că de bobinele A și C ale statorului se apropie poli nord iar de bobinele B și D se apropie poli sud. Dacă sensul înfășurării bobinelor B și D nu ar fi opus sensului înfășurărilor bobinelor A și C, t.e.m. indusă în bobinele B și D ar fi de sens opus tensiunii electromotoare induse în bobinele A și C, și egală în valoare, astfel că la bornele B_1 și B_2 ale circuitului exterior nu ar apare t.e.m.

indusă. Faptul că sensul înfășurării bobinelor B și D ale statorului este opus sensului înfășurării bobinelor A și C, *determină apariția în toate cele patru înfășurări ale statorului a unei t.e.m. induse de același sens*. Curentul indus în circuit are sensul indicat în figura 7.3 a, astfel că borna B_1 este negativă, iar borna B_2 pozitivă. În circuitul exterior, prin rezistorul R, sensul curentului este de la B_2 la B_1.

În figura 7.3 b de bobinele A și C, ale statorului, se apropie poli sud, iar de bobinele B și D se apropie poli nord. Curentul indus are același sens în toate bobinele statorului, dar sensul este opus celui din figura 7.3 a. *Prin rezistorul R sensul curentului este de la B_1 la B_2.*

• *Frecvența curentului alternativ*. La o rotație completă a rotorului apare de două ori situația din figura 7.3 a și de două ori situația din figura 7.3 b. Ca urmare, perioada de schimbare a sensului curentului în circuit este jumătate din perioada de rotație a rotorului. În cazul analizat rotorul are două perechi de poli și perioada curentului alternativ generat este de două ori mai mică decît perioada de rotație a rotorului. (Evident, frecvența curentului alternativ este de două ori mai mare). Dacă rotorul ar avea *p perechi de poli*, (bobinați în sens alternant), *frecvența curentului alternativ generat ar fi de p ori mai mare* decît frecvența de rotație a rotorului: $\nu = p \cdot \nu_r$. Dacă se notează cu n turația rotorului (numărul de rotații pe minut) atunci $\nu_r = n/60$, astfel că frecvența curentului alternativ generat este

$$\nu = \frac{p \cdot n}{60}\ \text{Hz} \qquad \omega = \frac{2\pi p \cdot n}{60}\ \text{rad/s} \tag{7.1}$$

Observație: *Frecvența curentului alternativ se exprimă prin aceeași formulă indiferent de numărul perechilor înfășurărilor statorice. Dacă sînt p perechi de înfășurări statorice valoarea t.e.m. induse este de p ori mai mare decît cea corespunzătoare unei perechi. În toate perechile se induce simultan (în fază) t.e.m. de același sens și de aceeași valoare.*

• *Tensiunea la bornele generatorului* este descrisă de ecuația (6.9) în care ω este dat de (7.1). Dacă rezistența înfășurărilor bobinelor statorice este r (rezistența internă a generatorului) atunci conform cu (2.9)

$$u = \mathcal{E} - I \cdot r = U \sin \omega t \tag{7.2}$$

unde $\mathcal{E}$ este tensiunea electromotoare a generatorului. Intensitatea curentului prin circuit este $I = u/R$. Cum rezultă din (7.2), curentul generat de alternatorul descris este caracterizat de o singură fază: ωt. De aceea se numește *alternator monofazic*.

7.1.3. ALTERNATORUL TRIFAZIC

Generatorul de curent alternativ, care generează simultan trei tensiuni electromotoare, de amplitudini și frecvențe egale, defazate între ele cu $2\pi/3$ radiani, se numește *alternator trifazic*.

• *Construcție*. Din schema principială, prezentată în figura 7.4, se vede că:

— Indusul (stator) constă din trei perechi de înfășurări independente (1—1', 2—2' și 3—3'). Pentru obținerea defazajului relativ între cele trei t.e.m. induse, *bobinele indus sînt* dispuse pe diametre ale statorului între care există $2\pi/3$ radiani.

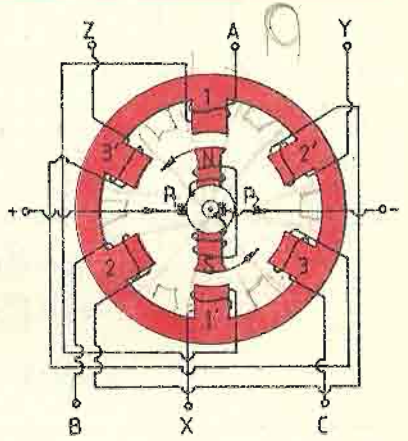


Fig. 7.4

• *Rotorul* (inductor)constă dintr-un electromagnet cu o singură pereche de poli. Rotindu-se, cînd prin fața bobinei 1 trece polul N, în fața bobinei 1' trece polul S, astfel că t.e.m. indusă în cele două bobine, înfășurate în sens invers, are același sens.

• *Colectorul* constă din două inele fixate pe axul rotorului, pe care lunecă periile P_1 și P_2, prin care electromagnetul rotor se alimentează cu curent continuu.

• *Excitatoarea* — un motor independent care pune rotorul în mișcare de rotație.

• *T.e.m. indusă*. În cele trei perechi de bobine ale indusului se induc tensiunile:

$$e_A = \mathcal{E} \sin \omega t$$
$$e_B = \mathcal{E} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$e_C = \mathcal{E} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \tag{7.3}$$

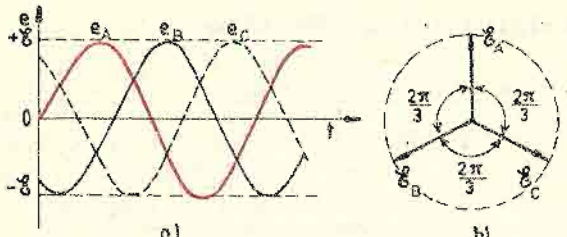


Fig. 7.5

Variația în timp a acestor tensiuni este redată în figura 7.5 a, iar diagrama lor fazorială este ilustrată în figura 7.5 b.

Observație: *Scriind amplitudinile celor trei t.e.m. egale am presupus că cele trei perechi de bobine ale indusului sînt identice: au aceeași rezistență, același număr de spire, cu aceeași arie a spirelor.*

• *Sistem trifazic simetric echilibrat.* Dacă sarcinile cuplate la bornele AX, BY și CZ, ale celor trei circuite ale indusului sînt identice, atunci valorile efective ale curenților prin ele sînt egale: $I_A = I_B = I_C$. Tensiunile instantanee la bornele celor trei faze sînt: ($u = e - I \cdot r$, r — rezistența unei perechi de bobine).

$$u_A = U \sin \omega t$$
$$u_B = U \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \qquad (7.3')$$
$$u_C = U \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Sistemul trifazic simetric, care alimentează sarcini identice ($Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$) se numește *sistem trifazic simetric echilibrat.*

Pentru transportul curentului trifazic de la generator la consumator se folosesc două montaje: montajul în stea și montajul în triunghi.

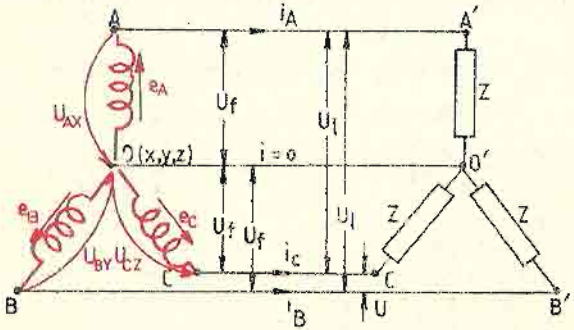


Fig. 7.6

7.1.3.1. Sistem trifazic echilibrat cuplat în stea

Realizarea montajului. • Bornele X, Y, Z ale bobinelor indusului se unesc într-un nod 0 numit punct de nul sau punct neutru (fig. 7.6) • Una din bornele fiecăreia din sarcinile Z se unesc într-un nod 0' numit *punct neutru al sarcinilor.* • Bornele A, B, C ale bobinelor indusului se leagă corespunzător la bornele A', B', C' ale sarcinilor. Conductorii AA', BB' și CC', ce unesc generatorii cu consumatorii se numesc conductori de linie. Conductorul 00', ce unește două puncte aflate la același potențial (egal cu zero), este numit conductor de nul, sau neutru.

În sistemul trifazic echilibrat intensitatea curentului prin conductorul neutru este egală cu zero (el unește două puncte cu același potențial — egal cu zero).

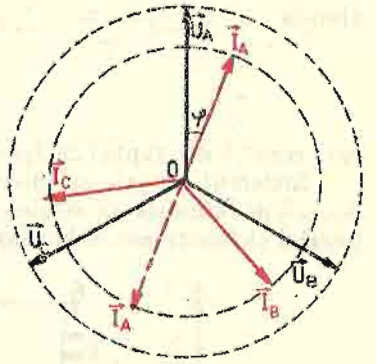


Fig. 7.7

Într-adevăr, din diagrama fazorială a curenților și tensiunilor pentru sistemul trifazic simetric echilibrat, prezentată în figura 7.7, rezultă că: $I_C + I_B = -I_A$, astfel că $I_A + I_B + I_C = 0$. În consecință, conductorul neutru poate lipsi, ceea ce duce la economie de material. Punctele 0 și 0' se leagă la pămînt.

• *Mărimi caracteristice de fază și de linie:*

Tensiunea de fază U_f reprezintă tensiunea între o bornă A, B, sau C și punctul de nul. În sistemul echilibrat valorile efective ale tensiunilor celor trei faze sînt egale: $U_f = U_A = U_B = U_C$.

Tensiunea de linie U_l reprezintă tensiunea între doi conductori de linie sau între două faze. În sistemul trifazic echilibrat cele trei tensiuni de linie sînt egale: $U_l = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA}$.

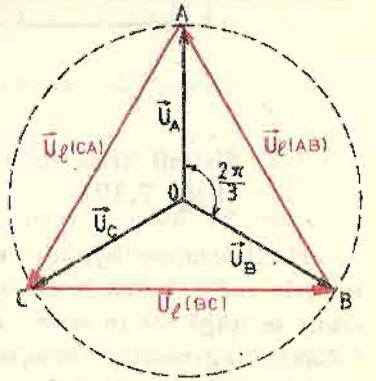


Fig. 7.8

• *Relația între tensiunile U_f și U_l în montajul în stea:*
Din diagrama fazorială a tensiunilor, figura 7.8, rezultă: $\vec{U}_A = \vec{U}_B + \vec{U}_l(AB)$.

$$U_l^2(AB) = U_A^2 + U_B^2 - 2\,U_A U_B \cos 120^\circ =$$
$$= 2U_f^2 + 2U_f^2 \cos 60^\circ = 3U_f^2$$

de unde

$$U_l = \sqrt{3}U_f \tag{7.4}$$

• Între intensitatea de linie și de fază a curentului există relația simplă

$$I_l = I_f \tag{7.4'}$$

care rezultă din faptul că $I_t = 0$.

Sistemul trifazic cu montaj în stea neechilibrat, deci cu conductor de nul, se folosește la rețelele de iluminat electric. Becurile se leagă în paralel și funcționează la tensiunea de fază, cum arătăm în figura 7.9.

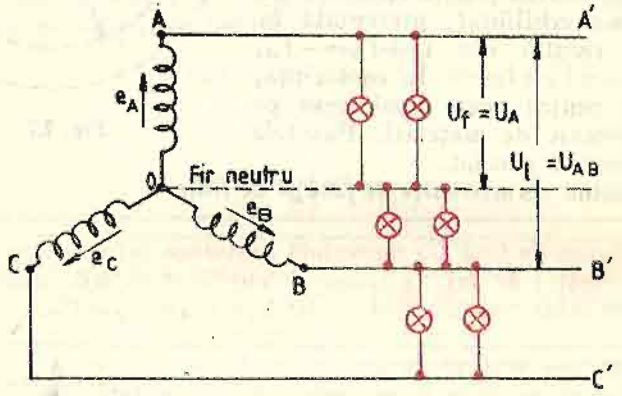


Fig. 7.9

7.1.3.2. Sistem trifazic echilibrat cuplat în triunghi (Fig. 7.10)

Realizarea montajului. • Înfășurările bobinelor indusului se leagă în serie astfel: borna X cu B, borna Y cu C și borna Z cu A. • Sarcinile se leagă tot în serie. • Punctele (A, Z), (B, X) și (C, Y) dintre înfășurările generatorului se leagă cu punctele A', B' și respectiv C' dintre sarcinile Z. Pentru transportul curentului de la generator la consumator sînt necesari trei conductori.

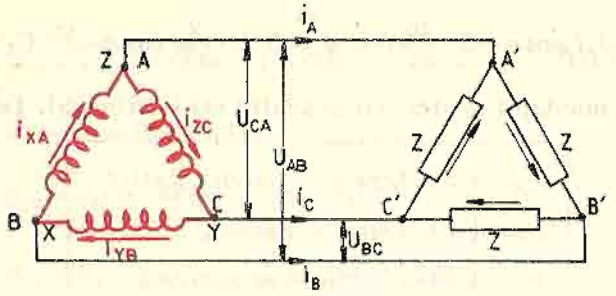


Fig. 7.10

• *Relația între curenții de linie I_l și curenții de fază I_f.* Din figura 7.11, unde avem diagrama vectorială a curenților în sistemul trifazic cuplat în triunghi, rezultă:

$$I_l^2(A) = I_{XA}^2 + I_{ZC}^2 - 2I_{XA}I_{ZC}\cos 120° =$$
$$= 2I_f^2 + 2I_f^2 \cos 60° = 3I_f^2$$

astfel că

$$I_l = \sqrt{3}I_f \tag{7.5}$$

Tensiunile de linie sînt identice cu cele de fază:

$$U_l = U_f \tag{7.5'}$$

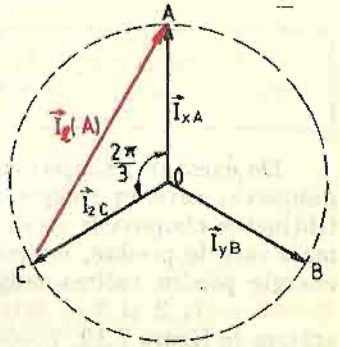


Fig. 7.11

Între valorile instantanee ale curenților de linie și de fază există relația

$$i_l(A) = i_{XA} - i_{ZC} = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - \varphi) - \sqrt{2}I_f \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ etc.}$$

care se obține scriind prima lege a lui Kirchhoff în nodul (A, Z).

7.1.3.3. Puterea curentului trifazic

Deoarece mărimile accesibile măsurătorilor sînt cele de linie, puterea se exprimă prin intermediul acestora. Aplicînd fiecărei faze formula (6.45), pentru fiecare din cele trei faze se obține

$$P_{tr}=3\cdot U_f I_f\cos\varphi=3\cdot\frac{U_l}{\sqrt{3}}I\cos\varphi=3\cdot U\cdot\frac{I}{\sqrt{3}}\cos\varphi=\sqrt{3}\,U_l\cdot I_l\cos\varphi$$

atît pentru montajul în stea, cît şi pentru cel în triunghi. Deci

$$\begin{aligned}P_R&=\sqrt{3}\,U_l I_l\cos\varphi\ -\ \text{puterea activă}\\ P_r&=\sqrt{3}\,U_l I_l\sin\varphi\ -\ \text{puterea reactivă}\\ P_s&=\sqrt{3}\,U_l I_l\ -\ \text{puterea aparentă}\end{aligned}\qquad(7.6)$$

7.14. CÎMPUL MAGNETIC ROTITOR

Un cîmp magnetic omogen este rotitor dacă vectorul său $\vec{B}$ se roteşte în spaţiu cu viteză unghiulară constantă.

De exemplu, cîmpul magnetic dintre polii unui magnet în formă de potcoavă, care se roteşte în jurul axei sale de simetrie, este rotitor. Obţinerea cîmpurilor rotitoare puternice, prin metoda rotirii magneţilor mari care le produc, nu este avantajoasă, deoarece se cheltuieşte multă energie pentru rotirea magneţilor. Arătăm acum că un sistem de trei bobine — 1, 2 şi 3 — între axele cărora există unghiuri de 120°, cum arătăm în figura 7.12, produc cîmp magnetic învîrtitor, cînd sînt alimentate de la un generator trifazic.

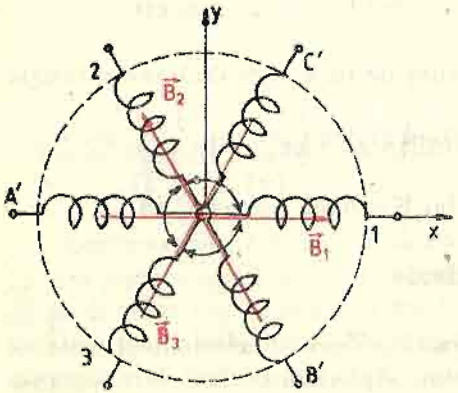


Fig. 7.12

Defazajul de 120° între curenţii prin cele trei bobine alimentate în curent trifazic determină existenţa unui defazaj de 120° între cîmpurile magnetice din ele:

$$\begin{aligned}B_1&=B_0\sin\omega t\\ B_2&=B_0\sin(\omega t-120°)\\ B_3&=B_0\sin(\omega t-240°)\end{aligned}\qquad(7.7)$$

unde ω este pulsaţia curentului trifazic. Arătăm că *cîmpul rezultant*, $\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3$ *are amplitudinea* $3B_0/2$ *şi se roteşte cu viteza unghiulară* ω. Din figura 7.12 se vede că:

$$B_{1x}=B_1=B_0\sin\omega t$$

$$B_{2x}=B_2\cos120°=-\frac{1}{2}B_0\sin(\omega t-120°)$$

$$B_{3x}=B_3\cos240°=-\frac{1}{2}B_0\sin(\omega t-240°)$$

$$B_{2x}+B_{3x}=-\frac{1}{2}B_0[\sin(\omega t-120°)+\sin(\omega t-240°)]=$$

$$=-\frac{1}{2}B_0\cdot2\sin(\omega t-180°)\cos60°=\frac{1}{2}B_0\sin\omega t$$

$$B_x=B_{1x}+B_{2x}+B_{3x}=\frac{3}{2}B_0\sin\omega t.$$

De asemenea:

$$B_{1y}=0$$

$$B_{2y}=B_2\cos30°=\frac{3}{2}B_0\sin(\omega t-120°)$$

$$B_{3y}=B_3\cos150°=-\frac{3}{2}B_0\sin(\omega t-240°)$$

$$B_{2y}+B_{3y}=\frac{3}{2}B_0[\sin(\omega t-120°)-\sin(\omega t-240°)]=$$

$$=\frac{3}{2}B_0 2\sin60°\cos(\omega t-180°)=-\frac{3}{2}B_0\cos\omega t$$

$$B_y=B_{1y}+B_{2y}+B_{3y}=-\frac{3}{2}B_0\cos\omega t.$$

Prin urmare

$$B=\sqrt{B_x^2+B_y^2}=\frac{3}{2}B_0$$

Unghiul α, format de $\vec{B}$ cu axa OX variază uniform în timp. Într-adevăr, $\operatorname{tg}\alpha=B_x/B_y=-\operatorname{tg}\omega t$, de unde

$$\alpha=-\omega t\quad\text{sau}\quad\alpha=\omega t-\frac{\pi}{2}$$

În timpul $t=T$ (perioada curentului trifazic) vectorul $\vec{B}$ efectuează o rotaţie completă.

7.2. MOTOARE ÎN CURENT ALTERNATIV

Motorul electric este o maşină electrică care transformă energia electrică în energie mecanică.

7.2.1. MOTORUL ASINCRON

Ne referim din nou la schema generatorului trifazic din figura 7.3. Înlăturăm atît generatorul (excitatoarea) de curent continuu, care alimentează electromagnetul rotorului, cît şi motorul care roteşte rotorul. *Alimentăm cele trei înfăşurări statorice* (cuplate în Y sau în Δ) *de la un generator trifazic* cu pulsaţia ω. Conform celor arătate în paragraful precedent statorul va produce cîmp magnetic rotitor.

• *Un ac magnetic suspendat în cîmp magnetic rotitor* tinde să se orienteze paralel cu cîmpul şi astfel *este pus în mişcare de rotaţie după cîmp*, ca în figura 7.13 a.

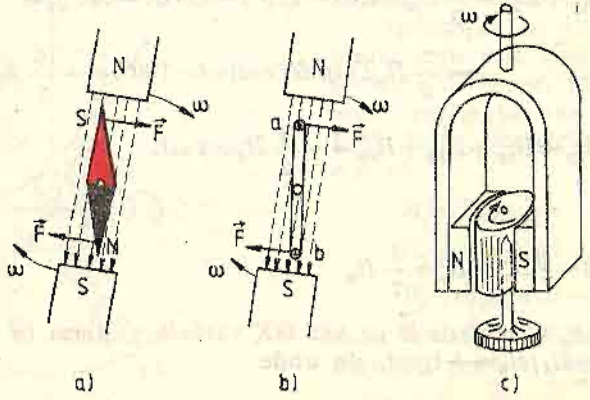


Fig. 7.13

• *Un cadru conductor dreptunghiular*, liber a se roti în jurul axului conţinut în planul său, *se comportă la fel* ca acul magnetic, cînd se află în cîmp magnetic rotitor. Într-adevăr, mişcarea cîmpului faţă de cadru este echivalentă cu mişcarea în sens opus a cadrului faţă de cîmp. Ca urmare, în laturile a şi b ale cadrului (figura 7.13 b), se induce curent electric în sensul indicat. *Forţa de interacţiune dintre cîmpul magnetic şi curentul indus în cadru determină rotirea cadrului după cîmp.*

• La fel, într-un cilindru conductor masiv, aflat în cîmp magnetic rotitor, se induc curenţi electrici turbionari (§ 5.1.4), de un astfel de sens, că *în urma interacţiunii curenţilor cu cîmpul rotitor cilindrul se pune în mişcare de rotaţie după cîmp*. Într-adevăr, conform legii lui Lenz, curentul indus se opune cauzei care l-a produs (rotaţia cîmpului magnetic) şi tinde să micşoreze viteza unghiulară relativă a cîmpului faţă de rotor. Acest lucru este posibil numai dacă cilindrul se roteşte după cîmp.

• În mod analog, cîmpul magnetic rotitor al statorului induce în înfăşurarea rotorului curent cu un astfel de sens, încît cîmpul polilor formaţi la rotor se opune rotirii cîmpului magnetic al statorului. Dar cîmpul statorului nu poate fi oprit din rotaţie. *Viteza unghiulară relativă a cîmpului faţă de rotor se poate* micşora în urma punerii în mişcare a rotorului, după cîmpul statorului. S-a realizat astfel un motor electric.

Intensitatea curentului indus în spirele rotorului, şi deci valoarea momentului cuplului de forţe care roteşte rotorul, depind de viteza relativă a cîmpului rotitor faţă de rotor. Viteza unghiulară relativă a cîmpului rotitor, faţă de rotor, adică $\omega_{rel}=2\pi(n_c-n_r)/60$, se caracterizează prin coeficientul de alunecare al rotorului:

$$K=\frac{n_c-n_r}{n_c} \qquad (7.8)$$

unde n_c *este turaţia cîmpului rotitor iar* n_r — *turaţia rotorului.*

• *Maşina asincronă trifazică*, a cărei schemă principială este ilustrată în figura 7.4 *este reversibilă*: funcţionează ca generator dacă rotorul este excitat cu curent continuu şi rotit cu un motor sau ca motor dacă statorul este alimentat cu un curent trifazic şi este înlăturat motorul auxiliar. În regim de motor $n_r\in[0,\ n_c]$.

• La $n_r=n_c(K=0)$ rotorul se roteşte sincron cu cîmpul rotitor, *viteza relativă a cîmpului faţă de rotor este zero*. Curentul indus în înfăşurarea rotorului şi cuplul motor sînt, de asemenea, zero. În consecinţă, rotorul rămîne în urma cîmpului rotitor, adică $n_r<n_c$. Din acest motiv, *motorul descris se numeşte* asincron. Cu cît sarcina pe axul rotorului (cuplul forţelor rezistive exterioare) este mai mare, cu atît n_r este mai mic şi K mai mare. Intensitatea curentului indus în înfăşurarea rotorului creşte, ceea ce duce la creşterea cuplului activ asupra rotorului. Aceasta face ca viteza rotorului să crească pînă la viteza de regim.

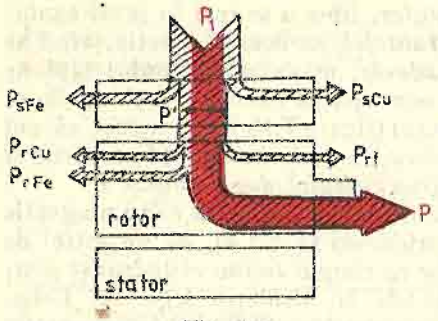


Fig. 7.14

Concomitent cu creşterea curentului indus în rotor sporeşte şi puterea P_1 absorbită de stator, de la generatorul trifazic. Altfel cum ar putea creşte puterea P' transmisă rotorului? Diferenţa $P_1 - P'$ reprezintă puterea disipată; *o parte* P_{sCu} *prin efect Joule*, în spirele statorului, şi *altă parte* (P_{sFe}) prin fenomenul de histerezis, *în miezul de fier al statorului. De altfel*, nici puterea P' absorbită de rotor nu ajunge în întregime la axul său. O parte, P_{rCu}, se pierde în spirele sale, altă parte P_{rFe} în miezul rotorului, iar altă parte P_{rf} se pierde prin frecări la axul rotorului. Utilă la axul rotorului rămîne doar puterea P (fig. 7.14).

Observaţie: *Rotorul motorului asincron descris are o singură pereche de poli (2 poli). Motoarele industriale au rotorul cu p perechi de poli. Atunci pentru fiecare pereche de poli în înfăşurarea statorică a unei faze trebuie să existe p perechi de bobine, înfăşurate în aşa fel încît t.e.m. indusă în ele să fie de acelaşi sens. În acest caz turaţia rotorului, la un regim dat de funcţionare, este de p ori mai mare decît în cazul* $p=1$.

7.2.2 MOTORUL SINCRON

Se numeşte maşină electrică sincronă maşina cu cîmp magnetic rotitor pentru care $n_r = n_c$.

Generatorul trifazic descris în § 7.1.3. este un generator sincron. De ce? Pentru că curentul trifazic generat în înfăşurările statorului produce (ca orice curent trifazic) *cîmp magnetic rotitor*, numit *„de reacţie"*. Acest cîmp are exact aceeaşi viteză unghiulară (şi turaţie) ca şi rotorul (sau ca şi cîmpul magnetic rotitor al polilor rotorului).

Observaţie: *A avea aceeaşi viteză unghiulară nu înseamnă a avea şi aceeaşi fază.*

Între cîmpul magnetic rotitor al statorului alternatorului şi cîmpul magnetic rotitor al rotorului se manifestă o interacţiune caracterizată, din punct de vedere mecanic, printr-un cuplu de forţe. În cazul alternatorului trifazic cîmpul rotitor al rotorului $\vec{B}_r$ este defazat înainte faţă de cel al statorului $\vec{B}_s$ (rotorul este elementul activ iar statorul elementul pasiv). Compunînd vectorial cîmpurile rotitoare $\vec{B}_r$ şi $\vec{B}_s$ se obţine cîmpul rotitor rezultant $\vec{B}$, cum arătăm în figura 7.15. Valoarea momentului cuplului ce acţionează asupra rotorului se poate scrie sub forma

$$M = M_{max} \sin\theta \qquad (7.9)$$

unde θ este unghiul între $\vec{B}$ şi $\vec{B}_r$. Valoarea momentului maxim depinde de mai mulţi factori constructivi ai generatorului.

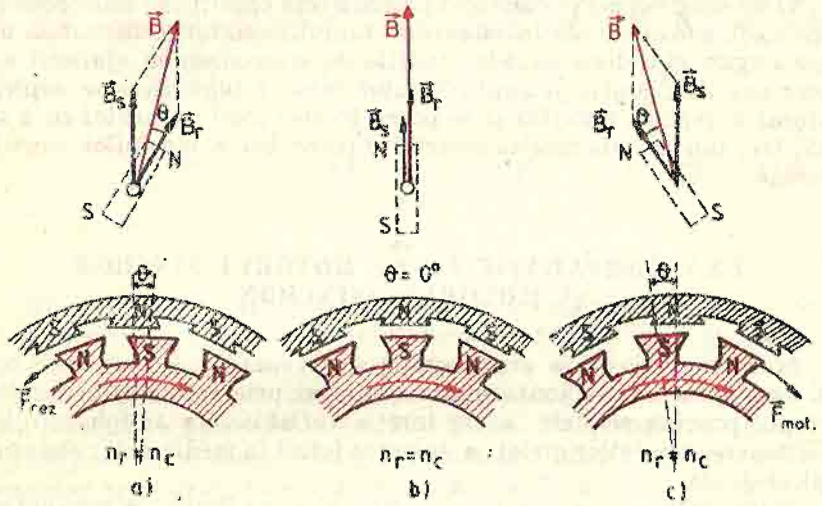


Fig. 7.15

În cazul generatorului momentul mecanic M este rezistiv (se opune rotirii rotorului de către motorul primar), cum arătăm în figura 7.15 a.

• Dacă intensitatea curentului debitat de generator prin sarcinile Z se micşorează treptat, ajungînd la zero (mers în gol) unghiul θ se micşorează pînă cînd polii rotorului devin vis-a-vis cu polii statorului, cum se vede în figura 7.15 b. În această situaţie asupra rotorului nu acţionează nici un cuplu de forţe ($\sin\theta = 0$) din partea cîmpului rotitor al statorului. Motorul primar învinge numai frecările ce apar în lagărele rotorului şi cu aerul.

Pentru ca generatorul trifazic să devină motor sincron se alimentează înfășurările statorului la o rețea trifazată (ca în cazul motorului asincron), fără a înlătura generatorul de curent continuu — excitatoarea (deosebire de cazul motorului asincron). Motorul primar de la axul rotorului se decuplează, evident, în acest caz. *În cazul motorului elementul activ al mașinii electrice devine statorul, iar elementul pasiv devine rotorul.* Din acest motiv, cîmpul magnetic rotitor al statorului $\vec{B}_s$ este defazat înainte față de cîmpul rotitor al rotorului $\vec{B}_r$. Momentul mecanic $\vec{M}$ ce acționează asupra rotorului are caracter activ, punînd rotorul în mișcare sincronă cu cîmpul rotitor al statorului, ceea ce arătăm în figura 7.15 c.

Dacă dintr-un motiv oarecare se deteriorează condiția de sincronism motorul nu funcționează. Astfel se explică faptul că motorul sincron nu pornește singur, ci trebuie adus la condiția de sincronism cu ajutorul unui motor auxiliar, cuplat pe axul rotorului. Numai după aceea se cuplează statorul la rețeaua trifazică și se poate încărca axul statorului cu o sarcină. Din cele arătate rezultă caracterul reversibil al mașinilor electrice sincrone.

7.2.3. COMPARAȚIE ÎNTRE MOTORUL SINCRON ȘI MOTORUL ASINCRON

Motorul asincron: • are construcție mai simplă; • pornește singur din repaus; • nu are contacte alunecătoare, prin intermediul periilor, care pot produce scîntei; • are turație variabilă; • se folosește larg la acționarea mașinilor grele; • se poate folosi în mediu acid, atmosferă explosivă etc.

Motorul sincron: • construcția este mai complicată; • are contacte alunecătoare cu perii; • are putere mai mare (peste 100 kW); • are turație riguros constantă; • lucrează cu factor de putere mare ($\cos\varphi \cong 1$) sau chiar reactiv.

7.3. GENERATOARE DE CURENT CONTINUU (DINAMUL)

7.3.1. PRINCIPIUL DE FUNCȚIONARE

Principiul de funcționare a generatorului de curent continuu este identic cu principiul de funcționare a generatorului de curent alternativ. Deosebirea apare la construcția colectorului. În loc de două inele, colectorul generatorului de curent continuu constă dintr-un singur inel, secționat în două jumătăți, numite lamele colectoare. O lamelă este legată la un capăt al cadrului iar cealaltă lamelă la celălalt capăt al cadrului (fig. 7.16).

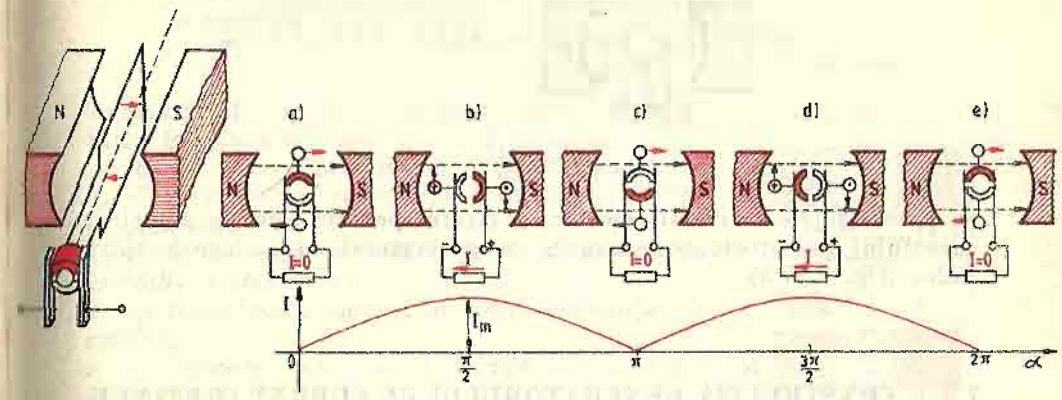


Fig. 7.16

Efectul modificării colectorului este o *redresare* (mecanică) a *curentului alternativ* indus în cadrul rotitor. Într-adevăr, cum se vede în secvențele succesive din figura 7.16, curentul prin cadru are un sens într-o jumătate a perioadei de rotație a cadrului, $\alpha \in (0, \pi)$ și sens opus în a doua jumătate a perioadei, $\alpha \in (\pi, 2\pi)$. *Schimbarea sensului curentului are loc cînd planul cadrului este normal la liniile de cîmp iar periile colectoare au contact cu spațiul izolator dintre semiinele.* În această poziție *laturile cadrului se mișcă paralel cu cîmpul* (fig. 7. 16 a, c, e) și *curentul indus în cadru este nul.* Exact în această poziție *periile schimbă între ele semiinelele cu care fac contact.* Drept rezultat curentul curge tot timpul spre peria din dreapta „(+)" și dinspre peria din stînga „(−)". *Prin rezistorul cuplat (la cele două perii) curentul are același sens.* Valoarea curentului nu este constantă în timp ci variază între 0 (pozițiile a, c, e) și maximă I_m (pozițiile b și d), așa cum am arătat în partea de jos a figurii 7.16. Deci, *curentul electric prin rezistorul R este pulsatoriu.*

Pentru ca variațiile curentului pulsatoriu să fie mai mici, în locul unui singur cadru rotitor se pot folosi două sau mai multe. Corespunzător, inelul colector *se taie* în patru, respectiv, în *2 × numărul spirelor cadru folosite.* În figura 7.17 b, ilustrăm un generator cu două spire cadru, deci

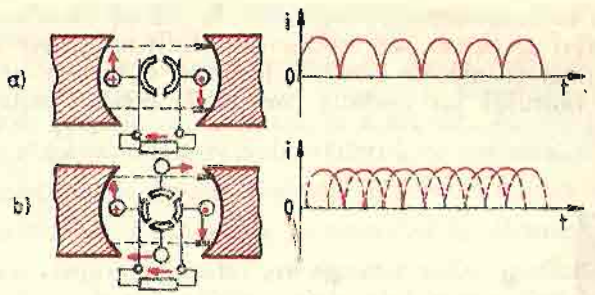


Fig. 7.17

cu patru lamele la inelul colector, și efectul pe care-l are la netezirea curentului pulsatoriu, comparativ cu generatorul cu o singură spiră cadru (fig. 7.17 a).

7.3.2. CONSTRUCȚIA GENERATORULUI DE CURENT CONTINUU

Dinamul are aceleași părți constructive ca și alternatorul: • inductorul, • indusul și • colectorul, la care se adaugă • motorul primar, care rotește rotorul.

Observație: *În cazul mașinilor de curent continuu totdeauna inductorul este stator și indusul este rotor.*

• *Inductorul* este o carcasă cilindrică din fontă, oțel turnat sau tole de oțel electrotehnic, în interiorul căreia se fixează una sau mai multe perechi p de poli. Polii sînt electromagneți excitați cu curent continuu. Sensul înfășurării polilor asigură alternarea succesivă a polilor nord și sud. La capetele carcasei sînt fixate *lagărele*, în care se rotește axul rotorului. Tot de carcasă, la unul din capete, sînt fixate *poriperile*.

• *Indusul*, de forma unui cilindru cu ax, este confecționat din tole subțiri de oțel electrotehnic, izolate între ele. Pe suprafața cilindrului, în lungul generatoarei, sînt săpate șanțuri în care se introduc conductoarele de cupru (cadrul rotitor) avînd capetele sudate la lamelele inelului colector, fixat pe axul rotorului.

• *Colectorul* — este de forma unui *inel tăiat în $2 \times k$ lamele*, izolate între ele, unde k este numărul conductoarelor cadru fixate pe rotor. Inelul colector este fixat pe axul rotorului, izolat de ax. Pe lamele lunecă *două perii colectoare*.

7.3.3. FUNCȚIONAREA GENERATORULUI CU CURENT CONTINUU

După modul în care se realizează excitarea electromagneților inductorului generatoarele se împart în:

generatoare (c.c) cu excitație → *independentă*
generatoare (c.c) cu excitație → *autoexcitație* → *în serie*, *în derivație*, *mixtă sau compusă*

În figura 7.18 ilustrăm cele patru tipuri de excitație. Pentru a nu apare confuzii se introduc următoarele notații care se vor respecta riguros.

I_r — *intensitatea curentului prin rotor, debitat de generator;*
I_e — *intensitatea curentului prin înfășurarea de excitație a statorului;*
I — *intensitatea curentului prin rezistența de sarcină;*
r — *rezistența rotorului (rezistența internă a generatorului);*
r_e — *rezistența înfășurării de excitație;*
E — *tensiunea electromotoare produsă de generator;*
U — *tensiunea la bornele consumatorului (la bornele rezistorului R);*

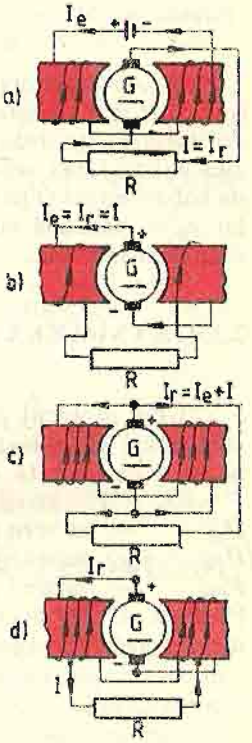


Fig. 7.18

• *Excitarea independentă* (fig. 7.18 a). *Nu există nici o legătură între curenții I_e și I_r.* Tot curentul generat trece prin sarcină, deci $I_r=I$. Rezistența circuitului în care debitează generatorul este $R+r$. Din legea lui Ohm pentru întreg circuitul (3.2) rezultă:

$$U=E-I\cdot r=E-I_r r=IR \qquad (7.10)$$

• *Autoexcitație în serie* (fig. 7.18 b). *Curentul generat în rotor trece tot prin înfășurarea de excitație* (din sîrmă groasă și scurtă) *și prin sarcină:* $I_r=I_e=I$. Rezistența circuitului prin care debitează generatorul este $R+r_e+r$. Din legea lui Ohm pentru întreg circuitul (3.2) avem:

$$U=E-(r_e+r)I=E-Ir_e-Ir=IR \qquad (7.11)$$

unde Ir_e — este căderea de tensiune în înfășurarea de excitație;
Ir — este căderea de tensiune în înfășurarea rotorului.

• *Autoexcitație în derivație* (figura 7.18 c). *O parte din curentul general în rotor trece prin înfășurarea de excitație (din sîrmă lungă și subțire) iar altă parte prin rezistorul de sarcină:* $I_r = I_e + I$. Tensiunea între punctele de ramificație se poate exprima fie prin căderea de tensiune pe rezistorul de sarcină R, fie prin cădere pe rezistența înfășurării de excitație, adică $U = IR = I_e r_e$. Pe de altă parte, din legea lui Ohm (3.2) avem:

$$U = E - I_r r \tag{7.12}$$

• *Autoexcitarea mixtă* (fig. 7.18 d). *Curentul rotoric* I_r *se împarte în curent de excitație* I_e *și de sarcină* I, *numai după ce a parcurs o parte din înfășurarea statorului.* Calculul tensiunii la bornele rezistorului necesită cunoașterea rezistențelor părților din rezistența statorului, parcurse de tot curentul și parcurse de o parte din curent, adică r_s — serie, respectiv r_p — paralelă cu rezistorul de sarcină ($r_e = r_s + r_p$). Nu analizăm în detaliu acest caz.

7.3.4. RANDAMENTUL GENERATORULUI DE CURENT CONTINUU

Cînd motorul primar rotește axul rotorului în cîmpul magnetic al statorului el cedează generatorului puterea $P_1 = P + P_{fr} + P_{Fe} + P_{Cu}$ = puterea consumată de generator — unde:
$P = EI_r$ este *puterea generatorului*;
P_{fr} — *puterea pierdută în urma frecărilor*;
P_{Fe} — *puterea pierdută în miezurile de fier prin histerezis*;
P_{Cu} — *puterea pierdută prin efectul Joule în sîrmele de cupru.*
Puterea utilă la bornele generatorului este $P_2 = UI$. Prin definiție, *randamentul generatorului* va fi:

$$\eta_g = \frac{P_2}{P_1} = \frac{UI}{P_1} \tag{7.13}$$

Tensiunea electromotoare E, produsă de generator, este direct proporțională cu numărul de spire N al rotorului, cu valoarea fluxului magnetic inductor Φ și cu frecvența de relație ν a rotorului, adică $E = KN\nu\Phi$.

K este un factor de proporționalitate care depinde de factorii constructivi ai generatorului. Deoarece $\Phi \sim I_e$ putem scrie

$$E = kNI_e\nu$$

unde k este alt factor de proporționalitate. Prin urmare

$$P = KN\Phi\nu I_r \tag{7.14}$$

La funcționarea în sarcină a generatorului, între curentul indus în rotor și cîmpul inductor apare o forță de interacțiune magnetică rezistivă $\vec{F}_r$, care tinde să oprească rotația rotorului. Momentul cuplului acestei forțe este legat de puterea generatorului prin relația:

$$P = M_e\omega = M_r \cdot 2\pi\nu \tag{7.15}$$

Din (7.14) și (7.15) rezultă că

$$M_e = K'N\Phi I_r \tag{7.16}$$

unde $K' = K/2\pi$.

• *Utilizări ale generatoarelor de curent continuu*
— în instalații de electroliză;
— ca excitatoare la generatoarele de curent alternativ;
— la sudură prin arc electric;
— la autovehicule cu tracțiune electrică.

7.4. MOTOARE DE CURENT CONTINUU

7.4.1. REVERSIBILITATEA MAȘINILOR DE CURENT CONTINUU

Dacă la generatoarele de curent continuu din figura 7.18, se decuplează motorul primar de la axul rotorului și se înlocuiește rezistorul de sarcină R cu un generator de curent continuu, menținîndu-se polaritatea, se obțin motoare de curent continuu cu excitație independentă (a) cu autoexcitație în serie (b), cu autoexcitație în derivație (d) și cu autoexcitație mixtă (d). Această proprietate a mașinilor de curent continuu se umește reversibilitate.

Explicăm principiul reversibilității pe baza schemei din figura 7.19, unde în (a) avem schema principială a unui generator (cu excitație independentă) avînd două spire cadru, ale căror plane formează unghi de 90°. Din (7.16) rezultă că sensul momentului forțelor electromagne-

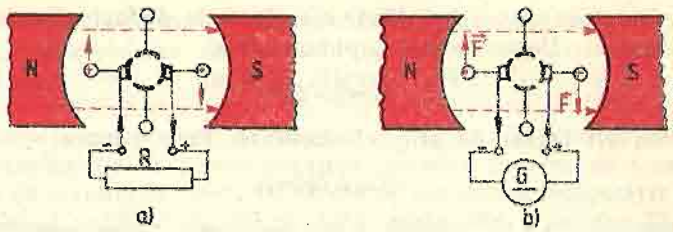


Fig. 7.19

tice de interacțiune între fluxul cîmpului magnetic al statorului și curentul prin rotor se poate schimba fie inversînd sensul fluxului Φ, fie inversînd sensul curentului prin rotor I_r. Sensul curentului I_r prin spirele rotorului se poate inversa, aplicînd la perii o tensiune (din exterior) mai mare decît t.e.m. indusă E, în opoziție cu aceasta. Deci, dacă generatorului din figura 7.19 b îi aplicăm la borne tensiunea

$$U=E_c+I_r r \tag{7.17}$$

sensul curentului I_r prin rotor se inversează. Inversîndu-se și sensul momentului cuplului forțelor electromagnetice acesta, din moment rezistiv, devine moment activ pentru sensul de rotație inițial al rotorului. Astfel, mașina electrică lucrează ca motor.

Observație: *Tensiunea electromotoare indusă în spirele rotorului în regim de motor se numește tensiune contraelectromotoare E_c, deoarece se opune tensiunii U aplicate din exterior.* Deci:

> În regim de motor, tensiunea aplicată din exterior la bornele rotorului trebuie să echilibreze atît tensiunea contraelectromotoare a motorului, cît și căderea de tensiune pe rezistența rotorului.

• *Motor cu excitație serie.* În acest caz tensiunea U, aplicată motorului trebuie să echilibreze tensiunea contraelectromotoare (t.c.e.m.) E_c și să acopere atît căderea de tensiune pe rotor rI_r, cît și cea pe rezistența înfășurării de excitație r_eI_e. Deoarece $I_r=I_e=I$ avem:

$$U=E_c+(r+R_e)I \tag{7.18}$$

La pornirea motorului $E_c=0$ și ca urmare curentul $I=U/(r+r_e)$ este foarte mare, ceea ce poate duce la deteriorarea motorului. Pentru a evita deteriorarea înfășurărilor statorului pornirea se face cu ajutorul

unui reostat de pornire R_p, $(I=U/(r+r_e+R_p))$, plasat în serie cu motorul. Reostatul se scoate treptat, pe măsură ce motorul intră în regim. Tot la pornire, cînd intensitatea curentului este foarte mare, fluxul cîmpului magnetic al inductorului ($\Phi\sim I$) este de asemenea mare, iar momentului cuplului motor ($M_c\sim\Phi I\sim I^2$) crește proporțional cu pătratul intensității curentului. M_c este, deci, foarte mare. În același timp, turația motorului

$$n=\frac{\nu}{60}=\frac{E_c}{60KN\Phi}=\frac{U-(r_e+r)I}{60KN\Phi} \tag{7.19}$$

este foarte mică. Cuplul motor mare și turația mică este tocmai ceea ce trebuie la motoarele autovehiculelor, ale excavatoarelor și macaralelor grele. Într-adevăr, cînd sarcina crește, turația scade și momentul cuplului motor crește (vezi § 7.2.1.).

• *Motorul cu excitație în derivație.* Curentul de alimentare se împarte în curentul rotoric I_r și curentul de excitație I_e. Relația $U=E_c+I_r r=E_c+I_e r_e$ ($I_r r=I_e r_e$) se păstrează. Pornirea se face tot cu reostat de pornire pentru a limita curentul rotoric la valoarea $I_r=(U-E_c)/(r+R_p)$, iar curentul de excitație la valoarea $I_e=(U-E_c)/(r_e+R_p)$.

Dacă turația motoarelor cu excitație serie se poate varia continuu în limite largi, prin variația tensiunii de alimentare (vezi 7.19), turația motorului cu excitație în derivație rămîne practic constantă cînd sarcina la axul său variază. Într-adevăr, prin analogie cu (7.19) pentru motorul cu excitație în derivație avem:

$$n=\frac{U-rI_r}{60KN\Phi}\cong\frac{U}{60KN\Phi} \tag{7.19'}$$

(deoarece $r\cong(0{,}01-1)\Omega$). Această particularitate face ca motoarele cu excitație în derivație să se folosească la:

- *mașini unelte;*
- *laminoare;*
- *pompe;*
- *ventilatoare* etc.

7.4.2. RANDAMENTUL MOTORULUI ÎN CURENT CONTINUU

Prin definiție, randamentul motorului electric este:

$$\eta_m=\frac{P_2}{P_1}=\frac{P_2}{IU} \tag{7.20}$$

unde $P_1 = IU$ este puterea consumată de motor iar P_2 puterea mecanică ce se poate dezvolta la axul motorului. $P_1 = P_2 + P_{Fe} + P_{Cu} + P_{fr}$, semnificația puterilor P_{Fe}, P_{Cu} și P_{fr} fiind dată în § 7.3.4.

7.5. TRANSFORMATORUL

Transformatorul este o mașină electrică statică care modifică valorile mărimilor I și U ale curentului alternativ, fără modificarea substanțială a puterii curentului.

• *Elemente constructive.* Transformatorul este constituit dintr-un cadru dreptunghiular (miez) de fier, din tole subțiri de oțel electromagnetic, izolate între ele cu hîrtie sau lac izolator. Pe două laturi (opuse) ale cadrului sînt bobinate înfășurări din sîrmă de cupru (fig. 7.20). Înfă-

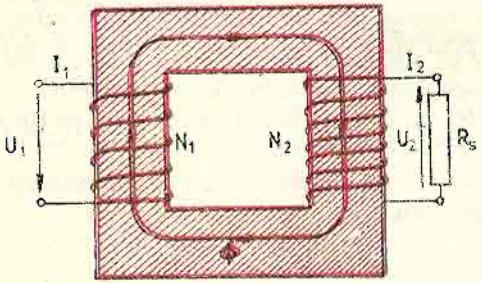


Fig. 7.20

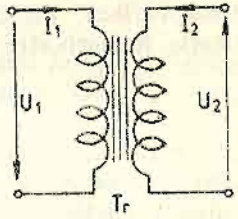


Fig. 7.21

șurarea la care se aplică tensiunea (curentul) de transformat se numește primar, iar înfășurarea de la care se culege tensiunea (curentul) transformată se numește secundar. Rolul cadrului feromagnetic este de-a „ghida" liniile cîmpului magnetic creeat de curentul din primar pînă în secundar, fără pierderi semnificative. Materialul din care este confecționat cadrul face ca pierderile în fier prin histerezis să fie neglijabile. Simbolul de circuit al transformatorului este cel din figura 7.21.

• *Principiul de funcționare.* La baza funcționării transformatorului se află fenomenul de inducție electromagnetică. Curentul alternativ (variabil în timp) din primar generează în acesta un cîmp magnetic

variabil în timp, ale cărui linii de cîmp se închid (aproape fără pierderi) prin miezul feromagnetic. Fluxul cîmpului magnetic variabil din secundar induce în spirele acestuia o t.e.m. Dacă circuitul secundarului este închis, prin înfășurarea secundarului circulă un curent electric indus, cu frecvență egală cu cea a curentului din primar.

• *Raportul de transformare al transformatorului.* Asociem indicele 1 literelor care notează mărimi ce se referă la primar și indicele 2 celor ce notează mărimi referitoare la secundar. Fie N_1 numărul spirelor primarului și N_2 numărul spirelor secundarului. Aplicăm primarului tensiunea $u_1 = U_1 \cos \omega t$ și presupunem că circuitul secundarului este deschis — regim de mers în gol ($i_2 = 0$). Intensitatea curentului în primar este $i_1 = u_1/R_1 = I_m \cos \omega t$, iar fluxul cîmpului magnetic în primar este $\Phi_1 \cong \Phi_2 = \Phi = BS_1 = \mu n_1 i_1 S = \Phi_m \cos \omega t$, unde $\Phi_m = \mu n_1 I_m S$. Presupunem că secțiunea miezului de fier este aceeași peste tot ($S_1 = S_2 = S$). Vom avea:

• *t.e.m. indusă în primar*

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} = N_1 \omega \Phi_m \sin \omega t = E_1 \sin \omega t;$$

• *t.e.m. indusă în secundar*

$$e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = N_2 \omega \Phi_m \sin \omega t = E_2 \sin \omega t;$$

• *raportul de transformare:*

$$K = \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} \tag{7.21}$$

Conform legii lui Ohm, aplicată circuitului primarului, avem: $u_1 + e_1 = R_1 i_{10}$ sau $e_1 = -u_1 + R_1 i_{10} \cong -u_1$ (R_1 este foarte mică). Semnul minus arată că e_1 și u_1 sînt defazate cu π. Pe de altă parte, la mers în gol ($i_2 = 0$) $e_2 = u_2$, astfel că:

$$\frac{e_1}{e_2} \cong -\frac{u_1}{u_2} = -\frac{U_1}{U_2}. \tag{7.22}$$

Deci, în valoare absolută vom avea

$$K = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} \tag{7.21'}$$

Raportul dintre tensiunea la bornele primarului și tensiunea la bornele secundarului, cînd transformatorul lucrează în regim de mers în gol se numește raport de transformare al transformatorului.

Transformatoarele pot fi:

– *de coborîre dacă* $K>1 (U_2<U_1)$;

– *de ridicare dacă* $K<1 (U_2>U_1)$.

Transformatorul cu $K=1 (U_2=U_1)$ are rolul de a separa circuitul sursei de cel al consumatorului, cele două circuite rămînînd cuplate doar prin cîmpul magnetic, adică inductiv.

• Dacă la bornele secundarului se cuplează o sarcină de rezistență R_2 prin secundar circulă curentul i_2. Legea lui Ohm pentru circuitul secundarului este $e_2=u_2+i_2R_2\cong u_2$ (în condiții normale de funcționare $R_2i_2\cong 0$).

Pierderile la funcționarea transformatorului sînt foarte mici, adică $P_1\cong P_2$ sau $U_1I_1\cong U_2I_2$, de unde rezultă că avem:

$$K=\frac{U_1}{U_2}=\frac{I_2}{I_1}=\frac{N_1}{N_2} \qquad (7.21'')$$

Din (7.21'') rezultă următoarele concluzii:

• Un transformator cu $N_1>N_2$ coboară tensiunea aplicată primarului la valoarea $U_2=\frac{N_2}{N_1}U_1$ și urcă intensitatea curentului din secundar la valoarea $I_2=\frac{N_1}{N_2}I_1$.

• Un transformator cu $N_1<N_2$ ridică tensiunea aplicată primarului la valoarea $U_2=\frac{N_1}{N_2}U_1$ și coboară curentul în secundar la valoarea $I_2=\frac{N_2}{N_1}I_1$.

• *Utilitatea transformatoarelor*. a) Generatoarele de curent alternativ dau la borne tensiunea de aproximativ 6000 V, valoare periculoasă la utilizare. Un transformator coborîtor poate aduce tensiunea în secundar la 220 V, tensiunea de la rețeaua casnică. b) Dacă generatorul este departe de consumator (cum este de regulă) transportul energiei de la generator la consumator este economic a fi făcut la tensiune ridicată și curent mic. Într-adevăr, energia disipată prin efect Joule este $W=RI^2t\sim I^2$. Deci, la generator se folosește un transformator ridicător de tensiune (pînă la 120000 V, sau mai mult), iar la comutator se folosește un transformator coborîtor de tensiune, pînă la 220 V.

• *Randamentul transformatorului*. Randamentul transformatorului se definește ca raportul dintre puterea activă P_2, furnizată de secundar și puterea activă P_1 primită de primar:

$$\eta=\frac{P_2}{P_1}$$

unde $P_1=P_2+P_{Fe}+P_{Cu}$, iar $P_{Cu}=R_1I_1^2+R_2I_2^2$. Randamentul transformatoarelor poate atinge 99%.

8.2. DIODA SEMICONDUCTOARE

8.2.1. JONCȚIUNEA PN

În § 2.3.4.1. și § 2.3.4.2. am arătat cum se poate obține un semiconductor de tip *p* și cum se poate obține un semiconductor de tip *n*. Există metode tehnologice cu ajutorul cărora într-un singur monocristal de germaniu (siliciu) se pot crea două zone adiacente, una de tip *p* și alta de tip *n*.

Regiunea îngustă ($l = 10^{-4} - 10^{-5}$ cm) dintr-un semiconductor în care are loc trecerea relativ bruscă de la conducție de tip *p* la conducție de tip *n* se numește joncțiune *pn*.

Joncțiunea *pn* (sau *np*) are proprietăți foarte utile pentru funcționarea circuitelor electronice. Pentru a înțelege proprietățile joncțiunii *pn*, în figura 8.1 urmărim procesele electronice ce au loc în semiconductori când se formează joncțiunea. În figura 8.1a avem două rețele semiconductoare identice (de siliciu, de exemplu), una de tip *p* și una de tip *n*. În regiunea de tip *p* purtătorii de sarcină majoritari sînt golurile, care se mișcă „liber" printre atomii acceptori ionizați (⊖), și printre atomii neutri ai rețelei gazdă (nereprezentați în figură) „*imobilizați*" în nodurile rețelei cristaline. Notăm prin p_p concentrația golurilor în regiunea *p*. Numărul electronilor din regiunea de tip *p* — purtători de sarcină minoritari — este extrem de mic, deși nu este egal cu zero. Notăm prin n_p concentrația electronilor în regiunea *p*. În regiunea de tip *n*, purtătorii de sarcină majoritari sînt electronii, care se mișcă „liber" printre atomii donori ionizați (⊕), și printre atomii neutri ai

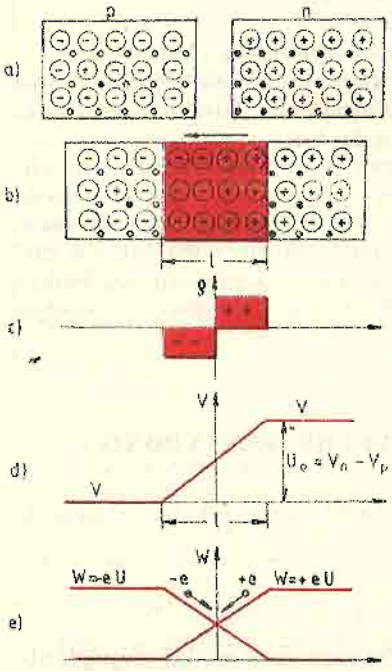


Fig. 8.1.

rețelei gazdă (nereprezentați în figură), „*imobilizați*" în nodurile rețelei cristaline. Notăm n_n concentrația electronilor în regiunea *n*. Numărul golurilor din regiunea de tip *n* — purtători de sarcină minoritari — este de asemenea extrem de mic. Notăm prin n_p concentrația golurilor în regiunea *n*.

În momentul „punerii în contact" a celor două regiuni, *purtătorii de sarcină majoritari*, datorită diferenței mari de concentrație, *difuzează în regiunea vecină, unde* se recombină cu purtătorii de semn opus. În vecinătatea contactului apare o zonă fără purtători de curent, în care în regiunea de tip *p* rămîne sarcina negativă necompensată a atomilor acceptori ionizați, iar în regiunea de tip *n* rămîne sarcina pozitivă necompensată a atomilor donori ionizați (fig. 8.1 b). Formarea *stratului dublu de sarcină necompensată* începe în momentul cînd începe procesul de difuzie a purtătorilor majoritari și se termină în momentul cînd cîmpul electric E_0, creat de sarcina spațială, este suficient de intens pentru a opri difuzia purtătorilor de sarcină. În acest moment se stabilește, de fapt, un *echilibru dinamic*, caracterizat prin faptul că numărul de purtători de un semn ce trec dintr-un domeniu în altul, este egal cu numărul celor ce revin înapoi. Dacă notăm cu I_{m0} intensitatea curentului prin joncțiune datorat purtătorilor de sarcină majoritari și cu I_{s0} intensitatea celui datorat purtătorilor de sarcină minoritari, starea de echilibru dinamic se caracterizează prin relația $I_{m0} = I_{s0} = I_s$. În figura 8.1c am reprezentat grafic variația densității de sarcină electrică în lungul monocristalului semiconductor.

În spațiul în care este cîmp electric există și o diferență de potențial (vezi § 1.3.1.4). Potențialul crește în sens opus orientării cîmpului electric. Deci, dacă alegem potențialul regiunii de tip *p* egal cu zero ($V_p = 0$), atunci potențialul regiunii de tip *n* este $V_n = U_0$ (figura 8.1 d). Energia potențială a electronului scade de la stînga la dreapta în lungul joncțiunii ($W = -eU$), iar a golului scade de la dreapta la stînga ($W = +eU$), cum arătăm în figura 8.1 e. În cîmpul electric intern al joncțiunii electronii „cad" (asemenea căderii unei mase în cîmpul gravitațional) de la stînga la dreapta (în sens opus cîmpului), iar golurile „cad" de la dreapta la stînga (în sensul cîmpului). Remarcăm faptul, foarte important, că *rezistența joncțiunii pn este foarte mare* din cauză că nu conține purtători de sarcină (este un izolator).

Observație: *Dacă concentrația impurităților donoare în domeniul n este diferită de concentrația acceptorilor în domeniul p (de exemplu $N_D > N_A$) legea conservării sarcinii electrice* ($eN_D l_n = eN_A l_p$)

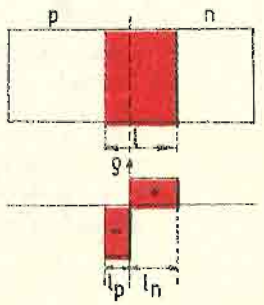


Fig. 8.2

cere ca lățimea domeniului cu sarcini spațiale negative și pozitive să fie diferită (figura 8.2). Se spune că joncțiunea este asimetrică.

8.2.2. DIODA SEMICONDUCTOARE

Un monocristal semiconductor cu joncțiune *pn* având câte un contact ohmic de fiecare parte a joncțiunii se numește diodă semiconductoare.

Examinăm comportarea unei diode semiconductoare cînd este introdusă într-un circuit închis, prin intermediul unei surse de curent continuu. *Cînd la capetele diodei este aplicată o tensiune se spune că dioda este polarizată.*

• *Polarizarea în sens direct.* Dacă aplicăm diodei o tensiune exterioară U, astfel încît *borna plus a sursei este conectată la regiunea de tip p iar borna negativă la regiunea de tip n, se spune* că dioda este polarizată în sens direct (fig. 8.3 a). Cum se vede pe figură, *căderea de tensiune externă compensează o parte din căderea de tensiune internă, lățimea domeniului semiconductor fără purtători de sarcină majoritari scade, intensitatea cîmpului electric în joncțiune scade* și ca urmare scade rezistența, altfel foarte mare, a joncțiunii. În aceste condiții echilibrul dinamic al purtătorilor de sarcină se strică. Purtătorii de sarcină majoritari înaintează

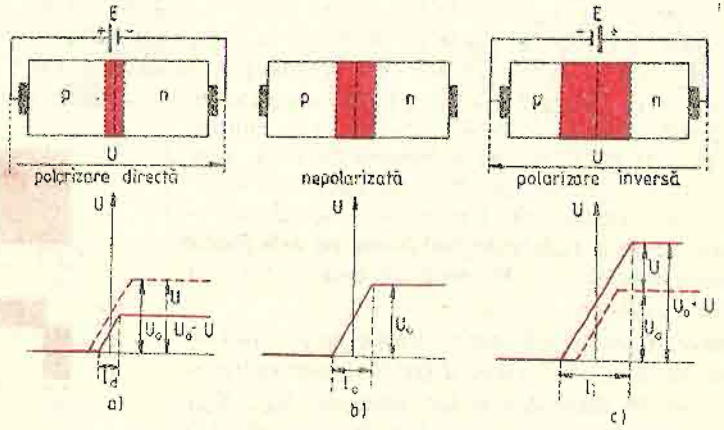


Fig. 8.3

spre joncțiune și dacă ajung la o distanță l mai mică decît lungimea de difuzie λ, ei trec ușor dintr-un domeniu în altul, împotriva cîmpului electric din barieră. Drept rezultat, curentul datorat purtătorilor de sarcină majoritari prin planul joncțiunii crește rapid. Curentul electric datorat purtătorilor de sarcină minoritari rămîne neschimbat $I_s = I_{s0}$, deoarece pentru ei joncțiunea nu reprezintă o barieră de potențial (electronii „cad" pe dealul de potențial din regiunea p în regiunea n, iar golurile „cad" pe dealul de potențial din regiunea n în regiunea p, cum am arătat în figura 8.1 e). Dependența intensității curentului purtătorilor majoritari I_m, de tensiunea de polarizare în sens direct este exponențială, după legea

$$I_m = I_{m0}\, e^{\frac{eU}{kT}} \tag{8.1}$$

unde k este constanta lui Boltzmann iar T temperatura absolută a diodei. Intensitatea curentului net prin planul joncțiunii are sensul de la regiunea p spre regiunea n — sens direct — și este egal cu diferența dintre curentul purtătorilor majoritari și curentul purtătorilor minoritari, adică

$$I_d = I_m - I_s = I_s\left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right) \tag{8.2}$$

Dacă tensiunea U este suficient de mare ca poate compensa total căderea de tensiune internă U_0 și atunci *lățimea stratului de baraj* — fără purtători de sarcină — *este egală cu zero*. În aceste condiții conductivitatea joncțiunii devine egală cu a restului materialului semiconductor din care este confecționată dioda. Începînd cu valoarea $U = U_0$, intensitatea curentului prin diodă este determinată de suma rezistenței semiconductorului și a circuitului exterior și depinde liniar de tensiunea aplicată, după legea lui Ohm.

• *Polarizarea în sens invers.* Dacă tensiunea exterioară U este aplicată diodei în așa fel încît polul plus al sursei este conectat la regiunea de tip n iar polul minus la regiunea de tip p se spune că dioda este polarizată în sens invers (fig. 8.3 c). Cum se vede pe figură, în acest caz căderea de tensiune între regiunile p și n crește la valoarea $U_0 + U$. Ca urmare, *cresc intensitatea cîmpului electric în barieră, lățimea domeniului semiconductor fără purtători de sarcină majoritari și* prin urmare, *rezistența diodei*. Intensitatea curentului dat de purtătorii majoritari prin planul joncțiunii scade exponențial cu creșterea tensiunii de polarizare inversă după legea

$$I_m = I_{m0}\, e^{-\frac{eU}{kT}} \tag{8.1'}$$

Intensitatea curentului purtătorilor minoritari rămîne și de data aceasta constantă, din cauza concentrației mici a acestor purtători. Intensitatea curentului total prin joncțiune este egală cu diferența dintre curentul purtătorilor majoritari și cel al purtătorilor minoritari, adică

$$I_{inv} = I_s\left(e^{-\frac{eU}{kT}} - 1\right) \tag{8.2'}$$

Dacă $eU \gg kT$, atunci $e^{-\frac{eU}{kT}} \ll 1$ și $I_{inv} = -I_s$. *Înseamnă că* intensitatea curentului invers prin diodă este practic constantă și foarte mică.

• *Caracteristica curent-tensiune a diodei semiconductoare.* Prin caracteristica curent-tensiune a unui dispozitiv electronic se înțelege dependența grafică $I = f(U)$. Ținînd seama de (8.2) și (8.2'), această dependență se poate scrie sub forma

$$I = I_s\left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right) \tag{8.3}$$

unde U *se ia cu semnul* (+) *la polarizare directă și cu semnul* (−) *la polarizare inversă.* Graficul funcției (8.3) pentru o diodă de germaniu este prezentat în figura 8.4 a. Examinîndu-l se constată următoarele:

— *caracteristica este neliniară;*

— *în sens direct curentul crește rapid, chiar la tensiuni de polarizare mici, în timp ce în sens invers curentul este neglijabil de mic chiar la tensiuni de polarizare relativ mari* (unidirecționalitate)

— *există o tensiune inversă* U_s, *numită* tensiune de străpungere *la care curentul invers crește brusc;*

— *caracteristica depinde de temperatură;* cu creșterea temperaturii curentul, în ambele sensuri, crește datorită creșterii concentrației purtătorilor de sarcină. Simbolul de circuit al diodei semiconductoare este arătat în figura 8.4 b.

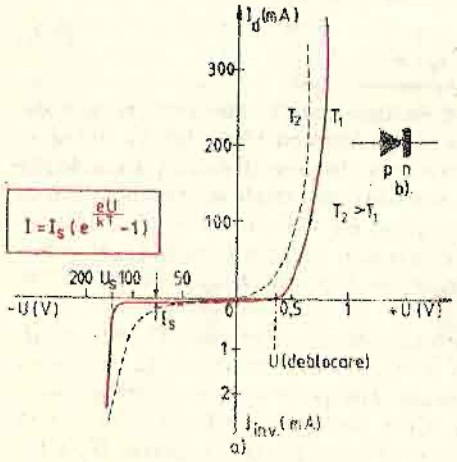


Fig. 8.4

• *Rezistența diodei* este un parametru important al acesteia. Se definește *rezistența în curent continuu* R_{cc} (figura 8.5 a) și *rezistența în curent alternativ* R_{ca} sau *rezistența dinamică* (fig. 8.5 b).

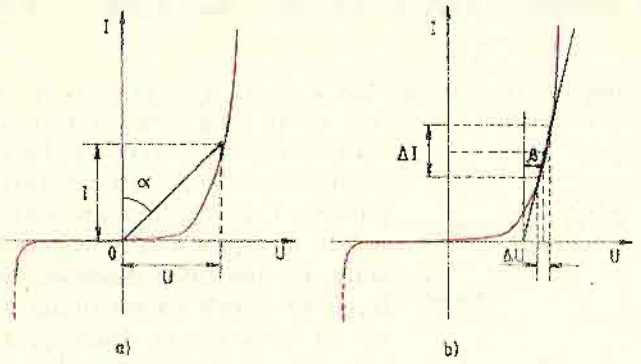


Fig. 8.5

— Rezistența în curent continuu:

$$R_{cc} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{U}{I} \tag{8.4}$$

— Rezistența în curent alternativ, sau dinamică:

$$R_{ca} = \operatorname{tg}\beta = \frac{\Delta U}{\Delta I} \tag{8.5}$$

Cele două rezistențe nu sînt egale între ele și depind de punctul ales pe caracteristică.

• Cea mai importantă aplicație practică a diodei este redresarea curentului alternativ. Necesitatea redresării curentului alternativ apare deoarece generarea c.a. este mai avantajoasă decît generarea c.c., însă o mare parte din instalațiile industriale moderne utilizează energie electrică sub formă de c.c. Pentru redresare se folosesc circuite electronice redresoare sau, simplu, redresoare. Părțile principale ale redresorului sînt:

• *elementul redresor* — este un element electronic neliniar de circuit care prezintă rezistență mică la un sens al curentului prin el și rezistență foarte mare în sens opus (dioda).

• *transformatorul* — are rolul de a modifica valoarea tensiunii alternative a rețelei de alimentare, pentru ca pe elementul redresor să avem tensiunea dorită;

• *filtrul de netezire* — are rolul de a reduce pulsațiile tensiunii redresate, astfel încît la ieșirea redresorului să se obțină o tensiune practic fără pulsații.

În figura 8.6 prezentăm schema bloc a unui redresor.

Fig. 8.6

8.2.3. REDRESAREA UNEI SINGURE ALTERNANȚE

Vom face analiza considerînd o diodă a cărei *caracteristică curent-tensiune este idealizată*, în sensul că în sens direct este liniară iar în sens invers curentul este nul atîta timp cît tensiunea nu depășește tensiunea de străpungere U_s. O astfel de caracteristică este redată în figura 8.7. Prin această aproximare, în sens direct dioda este un element liniar de circuit cu rezistența internă R_d, iar în sens invers dioda prezintă o rezistență infinită, pînă la tensiunea $U_s = U_{inv\ max}$. Rezultă că o astfel de diodă, introdusă în circuitul de redresare (fără filtru de netezire) din figura 8.8b, poate fi privită ca un întrerupător cu două stări de funcționare: starea blocată (cînd este polarizată în sens invers) în care nu lasă să treacă curent prin ea și starea deblocată (cînd este polarizată în sens direct) în care curentul trece ușor prin ea. Alimentînd primarul transformatorului cu tensiunea $u_1 = U_{1m} \cdot \cos\omega t$ (figura 8.8 a) în secundar se induce tensiunea $u_2 = -Ku_1 = -KU_{1m}\cos\omega t = U_{2m}\sin\omega t$.

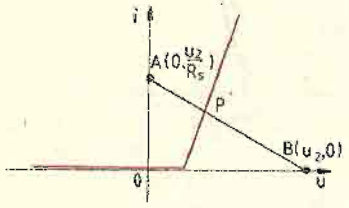


Fig. 8.7

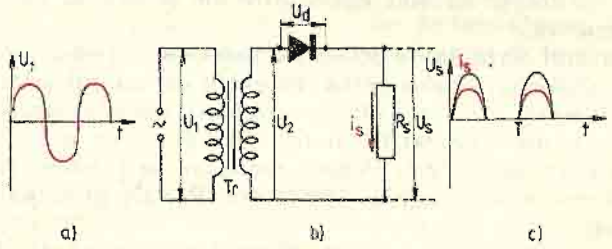


Fig. 8.8

• *Caracteristica dinamică a diodei*. Tensiunea alternativă u_2 din secundarul transformatorului se divizează în orice moment în tensiunea u_d pe diodă și tensiunea $u_s = R_s i_d$ pe rezistorul de sarcină, adică $u_2 = u_d + R_s i_d$ de unde

$$u_d = u_2 - R_s i_d \qquad (8.6)$$

Relația (8.6) este ecuația unei drepte cu panta negativă, în planul (u_d, i_d) care taie axele de coordonate în punctele $A(0,\ u_2/R_s)$ și $B(u_2,\ 0)$ (figura 8.7). *Dreapta AB, definită de ecuația (8.6) se numește dreapta de sarcină a diodei*. Pentru valori diferite ale tensiunii instantanee u_2 caracteristica dinamică se deplasează paralelă cu ea însăși.

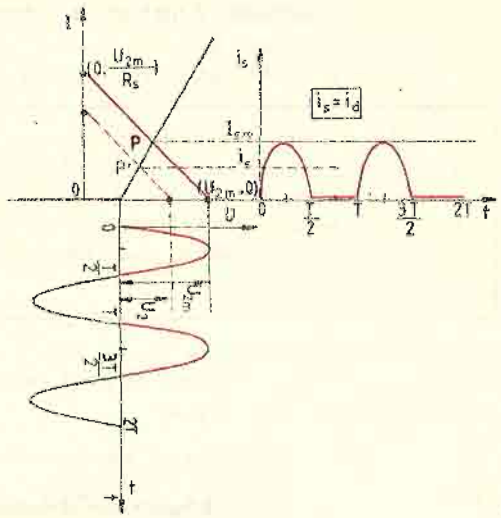


Fig. 8.9

• *Punctul de funcționare* al diodei se găsește la *intersecția dreptei de sarcină cu caracteristica curent-tensiune a diodei* (punctul P). (În continuare renunțăm la a scrie indicele 2 la tensiunea din secundar, subînțelegîndu-i).

Urmărim procesul redresării în figura 8.9. În timpul alternanței pozitive a tensiunii din secundar ($u_2 > 0$) prin diodă și rezistorul de sarcină trece curentul $i_s = i_d$. La momentul $t = T/4$, cînd tensiunea u_2 ia valoarea maximă U_m, curentul prin rezistorul de sarcină ia valoarea maximă $I_s = I_m$, determinată de punctul de funcționare P. La un moment oarecare t, ulterior, cînd tensiunea în secundar are valoarea $u_2(t_1) = U_m \sin\omega t_1 < U_m$ punctul de funcționare al diodei se deplasează în P', ceea ce determină pentru curentul de sarcină o valoare mai mică. Cu alte cuvinte, *în timpul alternanței pozitive curentul prin rezistor urmărește în fază variația tensiunii în secundarul transformatorului. Pe durata alternanței negative a tensiunii în secundar ($u_2 < 0$) dioda este blocată și curentul prin ea și prin rezistorul R_s este nul.*

Tensiunea la bornele rezistorului ohmic va varia în fază cu curentul ($u_s = R_s i_s$), cum arătăm în figura 8.8 c. Prin urmare, tensiunea (curentul) la ieșirea din redresorul monoalternanță este periodică, cu perioada curentului alternativ neredresat, și are un caracter pulsatoriu. Din (8.6) rezultă că pe durata cît dioda este blocată ($i_d = 0$) $u_d = u_2$, adică toată tensiunea din secundar cade pe diodă. Deci, *pentru a nu se străpunge dioda trebuie ca U_m să nu depășească tensiunea de străpungere U_s ($U_m < U_{inv.\ max}$).*

8.2.3.1. Analiza Fourier a semnalului redresat

Fourier a demonstrat următoarea teoremă:

> Orice funcție periodică care pe intervalul egal cu perioada a) are un număr finit de discontinuități, b) are un număr finit de maxime și minime, c) admite o valoare medie finită, este echivalentă cu o sumă infinită de funcții de tipul sinusului și cosinusului, cu frecvențe multipli ai unei frecvențe minime, la care se adaugă un termen constant.

Semnalul redresat (u_s sau i_s) din figura 8.8 c este o funcție periodică de timp care satisface cerințele impuse de teorema lui Fourier. Prin urmare poate fi scrisă sub forma:

$$f(t)=a_0+a_1\sin\omega t+b_1\cos\omega t+a_2\sin 2\omega t+b_2\cos 2\omega t+$$
$$+a_n\sin n\omega t+b_n\cos n\omega t+\ldots$$
$$=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\sin n\omega t+b_n\cos n\omega t) \qquad (8.7)$$

în care coeficienții a_0, a_n și b_n sînt constante a căror valoare depinde de forma concretă a funcției periodice considerate. De exemplu, pentru funcția periodică reprezentată de semnalul sinusoidal cu o alternanță redresată, coeficienți diferiți de zero sînt: $a_0=\frac{U_m}{\pi}$, $b_1=\frac{U_m}{2}$, $b_2=-\frac{2U_m}{3\pi}$, $b_4=-\frac{2U_m}{15\pi}$, etc. Înlocuind în (8.7) $f(t)$ prin $u_s(t)$ avem:

$$u_s(t)=\frac{U_m}{\pi}+\frac{U_m}{2}\cos\omega t-\frac{2U_m}{3\pi}\cos 2\omega t-\frac{2U_m}{15\pi}\cos 4\omega t+\ldots \qquad (8.7')$$

unde U_m este amplitudinea impulsurilor de tensiune.

În figura 8.10 dăm reprezentarea grafică a primilor termeni din această sumă. Se observă că perioada primului termen periodic este egală cu perioada semnalului redresat. Al doilea termen are perioada pe jumătate (pulsația dublă) etc. Este reprezentat și termenul constant, printr-o linie paralelă la axa timpului. Restul termenilor sînt tot mai mici și se pot neglija. Distanța verticală a oricărui punct de pe curba roșie (semnalul descompus) este egală cu suma algebrică a distanțelor componentelor la un moment de timp dat. Deoarece, valoarea medie a termenilor în cosinus este nulă (vezi § 6.7.2) rezultă că valoarea medie a tensiunii u_s pe o perioadă este egală cu termenul constant U_m/π. Într-adevăr, valoarea medie pe o perioadă a tensiunii u_s este egală cu valoarea ei medie pe o jumătate de perioadă (pe alternanță diferită de zero) și coincide cu cea calculată de noi și dată de formula (6.4). În continuare reținem numai prima componentă cosinusoidală, adică

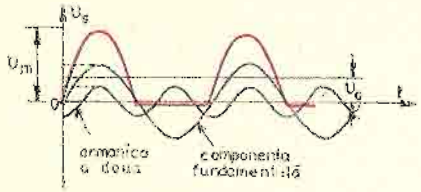


Fig. 8.10

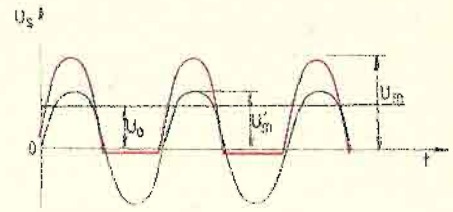


Fig. 8.11

$$u_s=\frac{U_m}{\pi}+\frac{U_m}{2}\cos\omega t=U_0+U'_m\cos\omega t \qquad (8.8)$$

respectiv

$$i_s=\frac{I_m}{\pi}+\frac{I_m}{2}\cos\omega t=I_0+I'_m\cos\omega t \qquad (8.8')$$

unde $U_0(I_0)$ *este* componenta continuă (valoarea medie) a tensiunii (curentului) redresate, iar $U'_m(I'_m)$ *este* amplitudinea componentei de cea mai joasă frecvență a tensiunii (curentului) redresate (fig. 8.11).

8.2.3.2. Parametrii redresorului

- *Factorul de ondulație:*

$$\gamma=\frac{U'_m}{U_0}=\frac{\pi}{2}=1{,}57 \text{ (prea mare!)}$$

- *Puterea utilă de curent continuu:* $P_u=I_0U_0$

$$P_u=I_0U_0=I_0^2R_s=\left(\frac{I_m}{\pi}\right)^2R_s$$

- *Puterea transmisă de transformator elementului redresor:*

$$P_{ac}=I_{ef}^2(R_d+R_s)=\frac{I_m^2}{2}(R_d+R_s)=\frac{U_m^2}{2(R_d+R_s)} \qquad (8.9)$$

unde

$$I_m=\frac{U_m}{R_d+R_s}$$

- *Randamentul redresorului:*

$$\eta=\frac{P_u}{P_{ac}}=\left(\frac{I_m}{\pi}\right)^2 R_s\cdot\left(\frac{2}{I_m^2}\right)\cdot\frac{1}{R_d+R_s}=\frac{2}{\pi^2}\cdot\frac{R_s}{R_s+R_d}$$

8.23.3. Condensatorul de netezire

Pentru micşorarea factorului de ondulaţie se conectează în paralel cu rezistorul R_s un condensator de capacitate mare C, numit condensator de netezire. Circuitul electronic de redresare devine cel din figura 8.12 a. Iată cum se explică netezirea. Dacă se alege capacitatea conden-

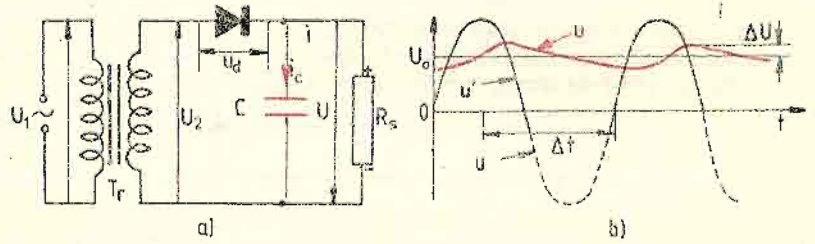


Fig. 8.12

satorului C în aşa fel ca reactanţa sa $X_C \ll R_s$, *componenta alternativă a semnalului (8.8) va ocoli*, în cea mai mare parte, *sarcina R_s trecînd prin condensator*. Variaţia tensiunii redresate, cu amplitudinea ΔU (figura 8.12 b), apare în felul următor. Pe durata cît dioda conduce, condensatorul se încarcă prin rezistenţa diodei R_d, după o curbă cu constanta de timp $\tau_C=R_dC$ (vezi § 3.3.5.1). Creşterea tensiunii u_c este mai lentă decît creşterea tensiunii u_2. Începînd cu momentul în care $u_2=U_m$, condensatorul C se descarcă prin rezistorul de sarcină R_s, după o curbă cu constanta de timp $\tau_C=R_sC$, deci mult mai lent decît scade la zero tensiunea u_2. De fapt, în intervalul de timp $\Delta t=3T/4$ în care u_2 scade de la U_m la $-U_m$ şi creşte din nou pînă la zero, *condensatorul se descarcă doar parţial şi reîncepe încărcarea lui*. Astfel, variaţia tensiunii pe

condensator, şi implicit pe rezistorul R_s, are amplitudinea foarte mică. Factorul de ondulaţie devine $\gamma=\Delta U/U_0=0{,}05\text{--}0{,}1$. Un astfel de circuit de netezire se numeşte filtru *RC*. Există şi alte tipuri de filtre de netezire.

8.2.4. REDRESAREA AMBELOR ALTERNANŢE

Pentru mărirea randamentului redresorului, în practică se redresează ambele alternanţe ale curentului alternativ. Există două tipuri de circuite electronice redresoare, care redresează ambele alternanţe.

8.2.4.1. Redresor dublă alternanţă cu priză mediană în secundar

Tensiunea u_1 aplicată în primar induce în cele două jumătăţi ale secundarului tensiunile u_2 şi u_2' în antifază. În semiperioada cînd u_2 polarizează dioda D_1 în sens direct, şi prin R_s trece curentul i_1, u_2' polarizează dioda D_2 în sens invers şi o blochează. În următoarea semiperioadă u_2' polarizează dioda D_2 în sens direct şi prin R_s trece curentul i_2 iar u_2 polarizează dioda D_1 în sens invers şi o blochează. Prin R_s curentul trece tot timpul în acelaşi sens. Tensiunea redresată este tot pulsatorie însă conţine ambele alternanţe, cum se vede în figura 8.13 b. Se constată că în cazul redresării ambelor alternanţe *frecvenţa pulsaţiilor*

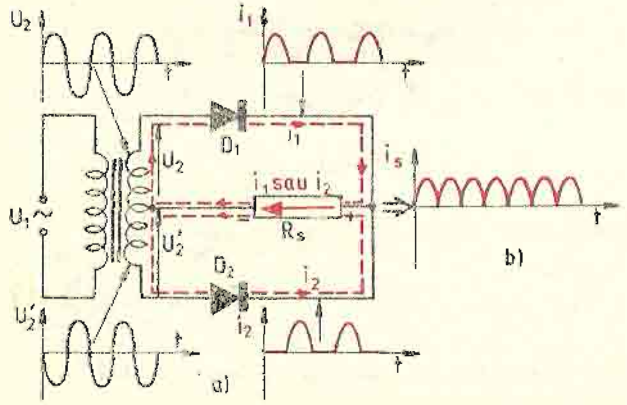


Fig. 8.13

curentului (tensiunii) este dublă față de cea a curentului alternativ. Pentru a exprima tensiunea (curentul) sub formă de sumă Fourier de tipul (8.7) mai observăm că valoarea medie (componenta constantă) a semnalului cu ambele alternanțe redresate va fi dublă față de cazul semnalului cu o singură alternanță redresată. Valoarea celorlalți coeficienți (diferiți de zero) este de asemenea dublă iar $b_1=0$. Suma (8.7) are forma

$$u_s = \frac{2U_m}{\pi} - \frac{4U_m}{3\pi}\cos 2\omega t - \frac{4U_m}{15\pi}\cos 4\omega t + \dots$$

Reținînd numai primii doi termeni vom avea

$$u_s = \frac{2U_m}{\pi} - \frac{4U_m}{3\pi}\cos 2\omega t = U_0 - U'_m \cos 2\omega t \qquad (8.10)$$

și

$$i_s = \frac{2I_m}{\pi} - \frac{4I_m}{3\pi}\cos 2\omega t = I_0 - I'_m \cos 2\omega t \qquad (8.10')$$

- *Factorul de ondulație:*

$$\gamma = \frac{U'_m}{U_0} = \frac{2}{3} = 0{,}67$$

- *Puterea utilă de curent continuu:*

$$P_u = I_0^2 R_s = \left(\frac{2I_m}{\pi}\right)^2 R_s;$$

- *Puterea transmisă de transformator elementelor redresoare:*

$$P_{ac} = I_{ef}^2 (R_d + R_s) = \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 (R_d + R_s);$$

- *Randamentul redresorului dublă alternanță:*

$$\eta = \frac{P_u}{P_{ac}} = \frac{4I_m^2 R_s}{\pi^2} \cdot \frac{2}{I_m^2} \cdot \frac{1}{(R_d + R_s)} = \frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{R_s}{(R_d + R_s)}$$

- *Avantajele redresării ambelor alternanțe sînt:*
— randamentul redresării este de patru ori mai mare;
— factorul de ondulație este de două ori mai mic.

8.2.4.2. Redresor dublă alternanță în punte (fig.8.14)

Pe durata alternanțelor pozitive ale tensiunii u_2 diodele 1 și 1′ sînt polarizate în sens direct iar diodele 2 și 2′ sînt polarizate în sens invers.

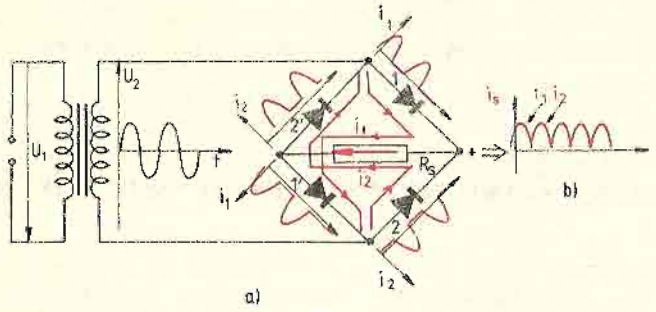


Fig. 8.14

Curentul se închide în circuitul secundarului pe drumul, dioda 1-rezistor-dioda 1′, sensul său în rezistor fiind de la (+) la (−). *Pe durata alternanțelor negative ale tensiunii* u_2 diodele 2 și 2′ sînt polarizate în sens direct iar diodele 1 și 1′ în sens invers. Curentul în circuitul secundarului se închide pe drumul — dioda 2-rezistor-dioda 2′, sensul său în rezistor fiind tot de la (+) la (−). Variația în timp a curentului prin rezistor este redată în figura 8.14 b și este aceeași ca în figura 8.12 b. Analiza din paragraful precedent rămîne valabilă dacă R_d se înlocuiește cu $2R_d$ (se presupun toate diodele identice).

Deși factorul de ondulație al redresoarelor dublă alternanță este redus la jumătate față de cel al redresoarelor monoalternanță, pentru a se obține la ieșirea redresorului o tensiune practic fără pulsații se folosesc și în acest caz filtre de netezire. În figura 8.15, între elementul redresor și rezistorul sarcină R_s am intercalat un filtru de netezire de tip π (forma lui π). Acesta constă dintr-o bobină cu inductanță mare ($L=1\div10$ H), în serie cu R_s și două condensatoare electrolitice ($C=$

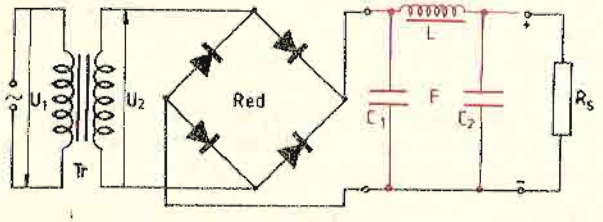


Fig. 8.15

$=20 \div 100$ (μF), în paralel cu R_s. Rolul condensatorului C_1 a fost analizat în § 8.2.3.3. Bobina prezintă o reactanță $X_L = L\omega$ mare pentru componenta alternativă a curentului redresat dar lasă să treacă ușor, spre R_s, componenta continuă a acestuia. Componenta alternativă, de intensitate foarte mică, care totuși trece prin L, se scurge ușor prin condensatorul C_2 cu reactanța mică ($X_C = 1/C_2\omega << R_s$) în timp ce componenta continuă nu trece prin condensator. Cu mai multe filtre π se poate netezi curentul prin R_s oricît de bine.

8.2.5. DIODA STABILIZATOARE DE TENSIUNE (ZENER)

În § 8.2.2. am arătat că în regim de polarizare inversă, începînd cu tensiunea U_s – de străpungere – curentul invers crește foarte mult la o creștere foarte mică a tensiunii inverse. Există trei tipuri de străpungere: prin efect de cîmp sau Zener, prin avalanșă și termică. Toate aceste efecte au ca rezultat creșterea bruscă a numărului de perechi electron-gol în domeniul joncțiunii *pn*.

• *Străpungerea termică* este legată de disiparea energiei curentului electric prin efect Joule, ceea ce duce la *excitarea termică a electronilor din banda de valență în cea de conducție*, rezultînd perechi electron-gol. Străpungerea termică este ireversibilă. Ea duce la distrugerea diodei și de aceea se preîntîmpină.

• *Străpungerea Zener* apare în cazul joncțiunilor înguste ale semiconductorilor puternic dopați și constă în *excitarea electronilor din banda de valență în banda de conducție de către cîmpul electric* foarte intens ce apare în joncțiune, rezultînd perechi electron-gol.

• *Străpungerea prin avalanșă* apare în joncțiunile late (cu lățimea l mai mare decît parcursul liber al purtătorilor de sarcină) ale semiconductorilor slab dopați. Sub influența cîmpului electric din joncțiune *purtătorii de sarcină minoritari* sînt accelerați pînă la energii la care *ciocnindu-se cu electronii de valență ai atomilor rețelei îi trec din banda de valență în cea de conducție*, rezultînd perechi electron-gol. *Perechea electron-gol creată* este și ea accelerată în cîmp și *produce încă două perechi electron-gol etc. Procesul de generare a perechilor electron gol se multiplică în avalanșă*. Străpungerea prin avalanșă apare la cîmpuri electrice mai slabe decît străpungerea Zener.

Dacă înainte de a ajunge la tensiunea de străpungere curentul invers (datorat purtătorilor minoritari) are valoarea I_s, atunci în regim de străpungere prin avalanșă curentul va fi

$$I = MI_s \tag{8.11}$$

unde M este factorul de multiplicare a purtătorilor. În regim de străpungere $M \to \infty$. Expresia empirică a factorului M este

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{U}{U_s}\right)^k} \tag{8.12}$$

unde k este un număr cuprins între 3 și 7, în funcție de materialul semiconductor și de gradul de dopare a regiunilor de tip p și n. De exemplu, pentru germaniu $k=3$ pentru o joncțiune p^+n și $k=6$ pentru o joncțiune pn^+. (Semnul $+$ indică o dopare mai puternică). Din (8.11) și (8.12) rezultă că

$$I = \frac{I_s}{1 - \left(\frac{U}{U_s}\right)^k} \tag{8.13}$$

La baza funcționării diodei Zener cel mai adesea stă fenomenul de străpungere prin avalanșă, deși în unele cazuri este mai probabilă străpungerea Zener – de unde și numele de *diodă Zener*.

Funcționarea stabilizatorului de tensiune cu diodă Zener se poate înțelege urmărind figura 8.16. Tensiunea stabilizată este culeasă de pe rezistorul R_s (fig. 8.16 b). *Rezistorul R are dublu rol:* a) *protejează dioda față de străpungerea termică* și b) *preia surplusul de tensiune de pe diodă.* Într-adevăr, creșteri foarte mici peste tensiunea U_s a tensiunii la intrare duc la descreșteri mari a rezistenței dinamice R_d a diodei (definită cum arătăm în figura 8.16 a). Drept rezultat, crește curentul prin diodă și rezistorul R. Astfel crește și căderea de tensiune pe R, în timp ce căderea de tensiune pe R_s rămîne constantă. Abilitatea diodei de-a stabiliza tensiunea este determinată de rezistența ei dinamică. Cu cît R_d este mai mic cu atît stabilizarea este mai bună.

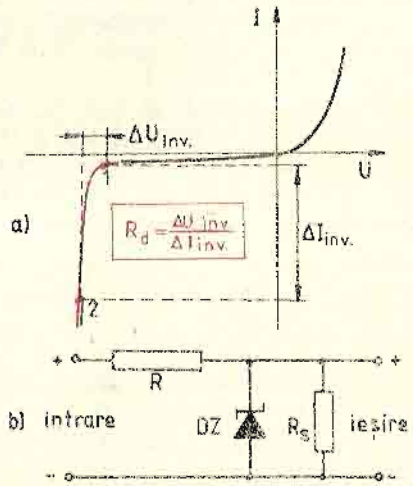


Fig. 8.16

8.2c. DIODA SEMICONDUCTOARE CA FOTOELEMENT

• *Efectul fotoelectric intern.* Dacă asupra unui material semiconductor cade lumină cu frecvența ν astfel că energia fotonilor $h\nu$ este mai mare decît lărgimea benzii interzise a semiconductorului respectiv, atunci are *loc un proces de generare a perechilor electron-gol pe seama energiei luminoase absorbite în material.* Acest fenomen se numește efect fotoelectric intern (deoarece fotoelectronii nu părăsesc materialul iluminat ci trec din banda de valență în cea de conducție).

• *Efectul fotovoltaic* constă în apariția unei tensiuni electromotoare în joncțiunea *pn* a unui semiconductor atunci cînd este supusă acțiunii luminii. Presupunem că asupra unei joncțiuni *pn* cade fluxul luminos și ca urmare în fiecare din cele două regiuni apar $\Delta n = \Delta p$ perechi electron-gol suplimentar celor existenți prin doparea celor două regiuni. Acești purtători de sarcină se numesc de neechilibru, deoarece dispar îndată ce dispare lumina. Raportul concentrațiilor de purtători din cele două regiuni ale joncțiunii este:

$$n_n \gg \Delta n = \Delta p \gg n_p \quad - \text{ în regiunea de tip } n;$$

$$p_p \gg \Delta p = \Delta n \gg p_n \quad - \text{ în regiunea de tip } p.$$

Deoarece cîmpul electric intern al joncțiunii (nepolarizate) favorizează numai trecerea prin joncțiune a purtătorilor de sarcină minoritari, *importanță au numai purtătorii* Δn *în regiunea* p și Δp *în regiunea* n. Acești purtători de sarcină, generați de lumină, influențează procesele din joncțiune în două moduri:

• În vecinătatea joncțiunii electronii Δn difuzează din p în n iar golurile Δp difuzează din n în p. Ca urmare, *cîmpul intern din joncțiune și înălțimea barierei de potențial scad* întocmai cum ar face o polarizare directă. Conform cu (8.1) curentul purtătorilor majoritari prin joncțiune crește de la valoarea $I_{m0} = I_s$ (*la întuneric*) la valoarea

$$I_{ms} = I_s \, e^{\frac{eU_L}{kT}} \tag{8.13}$$

(*la lumină*), unde U_L este tensiunea cu care scade înălțimea barierei de potențial, datorită iluminării joncțiunii.

• Curentul prin joncțiune, datorat purtătorilor de sarcină minoritari, crește de la valoarea I_s (*la întuneric*) la valoarea

$$I_{si} = I_s + I_L \tag{8.14}$$

(*la lumină*). Deci, în prezența iluminării curentul net prin joncțiune este $I = I_{ms} - I_{si}$, adică

$$I = I_s \left(e^{\frac{eU_L}{kT}} - 1 \right) - I_L \tag{8.15}$$

Cînd circuitul diodei este deschis ($I = 0$), la contactele diodei iluminate se va măsura tensiunea

$$U_L = \frac{kT}{e} \ln \left(1 + \frac{I_L}{I_s} \right) \tag{8.16}$$

Rezultă că

> Joncțiunea *pn* a unei diode semiconductoare poate converti, în condiții determinate, energia luminii direct în energie electrică; efectul se numește *efect fotovoltaic* iar joncțiunea *pn* în care se realizează se numește *celulă solară*.

8.3. TRANZISTORUL BIPOLAR

8.3.1. GENERALITĂȚI

> Tranzistorul bipolar este un dispozitiv electronic de circuit alcătuit dintr-un monocristal semiconductor în care sînt realizate două joncțiuni (două diode) între care există un cuplaj electric.

> Tranzistorul bipolar se caracterizează prin faptul că în funcționarea lui intervin atît purtători de sarcină majoritari cît și purtători de sarcină minoritari.

Pentru ca într-un monocristal semiconductor să existe două joncțiuni este necesar să se creeze trei regiuni, în care tipul de conductivitate alternează în succesiunea *pnp* sau *npn* (figura 8.17 a). Simbolurile de circuit ale celor două tipuri de tranzistori sînt date în figura 8.17 b.

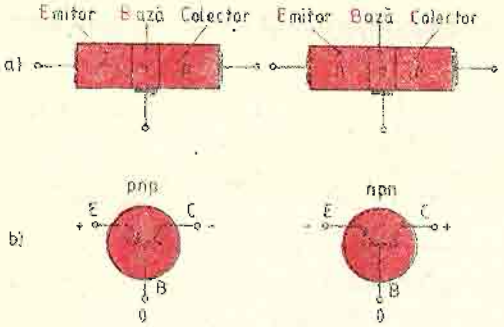


Fig. 8.17

Cele trei regiuni, avînd cîte un contact ohmic se numesc emitor, bază, colector. Cum vom vedea în continuare, aceste denumiri reflectă rolul lor în funcționarea tranzistorului.

Joncțiunea formată de bază cu emitorul se numește joncțiune emitor, iar joncțiunea formată de bază cu colectorul se numește joncțiune colector. Condiția necesară ca cele două joncțiuni să lucreze cuplat electric este ca regiunea bazei să fie suficient de îngustă; lățimea l_b a bazei trebuie să fie mai mică decît lungimea de difuzie L_d a purtătorilor de sarcină minoritari în materialul bazei.

8.3.2. PRINCIPIUL DE FUNCȚIONARE A TRANZISTORULUI BIPOLAR

Tranzistorul poate funcționa în *trei moduri de conexiune* în circuitul electronic, cum arătăm în figura 8.18 pentru un tranzistor pnp:

a) *conexiune cu emitor comun* — EC;

b) *conexiune cu bază comună* — BC;

c) *conexiune cu colector comun* — CC.

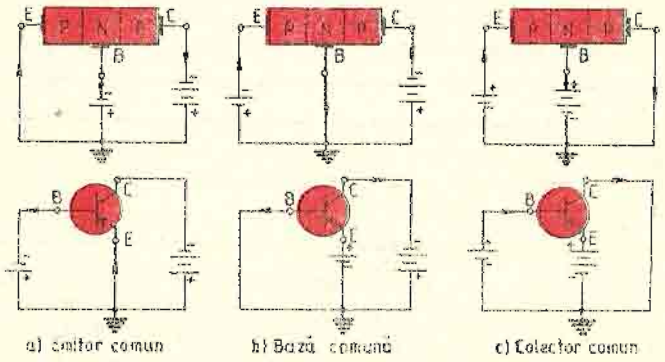


Fig. 8.18

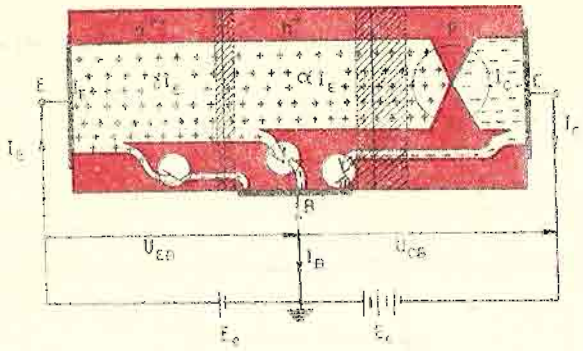


Fig. 8.19

În timpul funcționării tranzistorului bipolar în regim activ direct joncțiunea emitor se polarizează în sens direct iar joncțiunea colector se polarizează în sens invers (figura 8.18). Ca urmare, rezistența joncțiunii emitor este mică ($10 \div 100$) Ω iar rezistența joncțiunii colector este mare ($0{,}3 \div 1$) MΩ. În general gradul de dopare a celor trei regiuni diferă, astfel că joncțiunile formate sînt asimetrice. Pentru exemplificare examinăm funcționarea unui tranzistor *pnp* în conexiune *BC*.

Fluxul principal de purtători de sarcină prin cele două joncțiuni ale tranzistorului este datorat golurilor injectate în materialul semiconductor la electrodul emitorului (figura 8.19). Urmărim bilanțul curenților în tranzistor. Prima lege a lui Kirchhoff aplicată tranzistorului este

$$I_E = I_B + I_C \tag{8.17}$$

• *Curentul prin joncțiunea emitor*, polarizată în sens direct, este datorat în principal purtătorilor de sarcină majoritari: a) golurilor injectate din emitor în bază și b) electronilor injectați din bază în emitor. *Componenta de goluri a curentului prin joncțiunea emitor* este egală cu partea γI_E a curentului total de emitor. Cealaltă parte, $(1-\gamma)I_E$ corespunde golurilor ce se recombină în emitor cu purtători de sarcină minoritari. Se poate scrie

$$I_E = \gamma I_E + (1-\gamma) I_E \tag{8.18}$$

unde coeficientul γ se numește eficiența emitorului.

• *Curentul prin joncțiunea colector*, polarizată în sens invers este datorată purtătorilor de sarcină minoritari: a) golurile injectate în bază de emitor (unde sînt purtători minoritari), care datorită lățimii foarte înguste a regiunii bazei ($l_b \ll L_d$) ajung în preajma regiunii colector,

unde sînt „supte" spre colector de cîmpul electric din joncțiune și b) electronilor care sînt injectați din colector în bază. Dacă din curentul de goluri γI_E, injectat din emitor în bază, partea injectată din bază în colector este αI_E, atunci prin recombinări în bază se „pierde" curentul $(1-\alpha)I_E$. Evident, $\gamma I_E = \alpha I_E + (1-\alpha)I_E$, astfel că (8.18) devine

$$I_E = \alpha I_E + (1-\alpha)I_E + (1-\gamma)I_E. \tag{8.19}$$

Pe de altă parte, dacă *notăm cu* I_{CB_0} *componenta electronică a curentului prin joncțiunea colector*, putem exprima curentul ce iese din colector sub forma

$$\boxed{I_C = \alpha I_E + I_{CB_0}} \tag{8.20}$$

Înlocuind αI_E din (8.20) în (8.19) obținem

$$I_E = I_C - I_{CB_0} + (1-\alpha)I_E + (1-\gamma)I_E \tag{8.21}$$

Confruntînd (8.21) cu (8.17) găsim *expresia curentului ce iese din bază*:

$$I_B = (1-\gamma)I_E + (1-\alpha)I_E - I_{CB_0} \tag{8.22}$$

Deci, curentul ce iese din bază este datorat:

a) *componentei curentului de goluri recombinate în emitor* $(1-\gamma)I_E$;

b) *componentei curentului de goluri recombinate în bază* $(1-\alpha)I_E$;

c) *componentei de electroni proveniți din colector* I_{CB_0}.

Curentul purtătorilor minoritari printr-o joncțiune *pn* polarizată în sens invers este dat de (8.2') în care tensiunea de polarizare U trebuie înlocuită cu tensiunea de polarizare a joncțiunii colector, U_{CB}. Atunci (8.20) devine

$$I_C = \alpha I_E + I_s\left(e^{-\frac{eU_{CB}}{kT}} - 1\right) \tag{8.20'}$$

- *Coeficientul* α:

$$\alpha = \frac{\text{componenta curentului de colector datorită emitorului}}{\text{curent de colector}}$$

se numește factor de amplificare de curent, emitor-colector (fără sarcină în circuitul colectorului). Pentru tranzistoarele uzuale $\alpha = 0{,}95 \div 0{,}998$.

- *Coeficientul* β:

$$\beta = \frac{\text{componenta curentului de colector datorită emitorului}}{\text{componenta curentului de bază datorită emitorului}}$$

se numește factor de amplificare de curent bază-colector. Conform definiției

$$\boxed{\beta = \frac{\alpha I_E}{(1-\alpha)I_E} = \frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad \text{și} \quad \boxed{\alpha = \frac{\beta}{1+\beta}} \tag{8.23}$$

Din (8.23) rezultă că pentru tranzistoarele uzuale $\beta = 20 \div 500$.

Deoarece componenta electronică a curentului prin joncțiunea colector este foarte mică ($\cong$ nA) în (8.20) se poate face aproximația $I_{CB_0} \cong 0$, de unde rezultă că:

$$\boxed{I_C \cong \alpha I_E} \qquad (\alpha \leqslant 1) \tag{8.24}$$

De asemenea, neglijînd în (8.22) și componenta datorată recombinării electronilor în emitor $-(1-\gamma)I_E$ — obținem:

$$\boxed{I_C \cong \beta I_B} \tag{8.25}$$

Din cele de mai sus rezultă următoarele *efecte de tranzistor*:

— tranzistorul transferă (aproape în întregime) curentul din circuitul emitorului (de rezistență mică) în circuitul colectorului (de rezistență mare);

— orice modificare a tensiunii de polarizare a joncțiunii emitor U_{EB}, care modifică curentul în circuitul emitorului, se răsfrînge și asupra curentului din circuitul colectorului, modificîndu-l aproape în aceeași măsură. Aceasta înseamnă că tranzistorul este un element electric de circuit cu posibilitatea de-a comanda curentul de colector cu ajutorul curentului de bază.

Observația 1 *Conform relației (8.25) variațiile mici ale curentului de bază* I_B *se induc ca variații de* β *ori mai mari ale curentului de colector; curentul de bază comandă curentul de colector.*

Observația 2 *Toate relațiile stabilite pentru tranzistorul pnp sînt valabile și în cazul tranzistorului npn, cu condiția ca polaritățile tensiunilor ce polarizează joncțiunile să fie inversate; curentul principal prin tranzistor va fi datorat electronilor.*

Observația 3. *Procesele electronice ce au loc într-un tranzistor nu se modifică dacă se trece de la o conexiune la alta; sînt aceleași și în cazul conexiunilor EC și CC.*

Observația 4. *Din punctul de vedere al sursei de comandă dispozitivul descris transferă sarcinile electrice dintr-un circuit cu rezistență mică (din joncțiunea polarizată direct) într-un circuit cu rezistență mare (în joncțiunea polarizată invers) de unde și denumirea sa: TRANsfer-reZISTOR = TRANZISTOR.*

8.3.3. CARACTERISTICILE STATICE ALE TRANZISTORULUI BIPOLAR

Dependența ce există între tensiunile continue ce polarizează joncțiunile tranzistorului și curenții ce circulă prin el se pot reda cu ajutorul caracteristicilor (graficelor) statice ale acestuia. Deoarece tranzistorul are trei borne, fiecare dependență este caracterizată printr-o *familie de caracteristici* care exprimă variația unei mărimi (de regulă curentul) în funcție de variația altei mărimi, pentru diferite valori constante ale unei a treia mărimi, luată ca parametru. În cataloagele cu tranzistori se dau următoarele caracteristici statice:

- *caracteristicile de ieșire — dau dependența unei mărimi din circuitul de ieșire de o altă mărime de ieșire, pentru o mărime de intrare luată ca parametru;*
- *caracteristicile de transfer — dau dependența unei mărimi de ieșire de o mărime de intrare, pentru o mărime de ieșire luată ca parametru;*
- *caracteristicile de intrare — dau dependența unei mărimi de intrare de o altă mărime de intrare, pentru o mărime de ieșire luată ca parametru.*

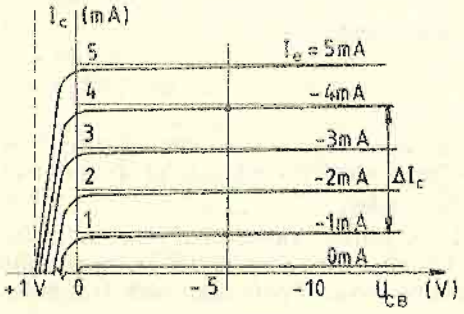


Fig. 8.20

Fiecărui mod de conexiune a tranzistorului în circuit îi corespund familii de caracteristici proprii. Dăm cîteva exemple de caracteristici statice. În figura 8.20 prezentăm familia caracteristicilor de ieșire $I_C = f(U_{CB})_{I_E}$ pentru tranzistorul *npn* (2N334) în conexiunea *BC*. Ecuația acestor caracteristici este (8.20') la T= constant. Urmărind figura se pot constata următoarele:

a) la $I_E = 0$ ($U_{EB} = 0$), cînd lucrează numai joncțiunea colector polarizată invers, $I_C = I_{CB_0} \cong 0$;

b) termenul al doilea în (8.20') se saturează foarte rapid cu creșterea tensiunii U_{CB}, ajungînd la valoarea de saturație I_s, după care $I_C = \alpha I_E - I_s$ și nu mai depinde practic de U_{CB};

c) chiar la $U_{BC} = 0$ avem $I_C \neq 0$, ceea ce arată că majoritatea purtătorilor injectați din emitor în bază ajung în colector prin difuzie prin bază.

Pe baza relației (8.24) se poate calcula din grafic factorul de amplificare dinamic de curent emitor-colector:

$$\alpha_d = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E} = \frac{(3{,}9-1)\text{mA}}{(4-1)\text{mA}} = \frac{2{,}9}{3} = 0{,}97$$

Pentru factorul de amplificare de curent bază-colector dinamic avem:

$$\beta_d = \frac{\alpha}{1-\alpha} = 32{,}33$$

În figura 8.21 prezentăm familia caracteristicilor de ieșire $I_C = f(U_{CE})_{I_B}$ pentru același tranzistor *npn* (2N334) dar în conexiunea *EC*.

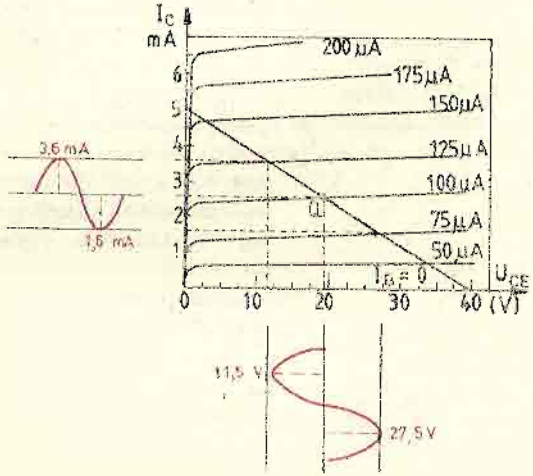


Fig. 8.21

Din figură se observă că și în acest caz curentul de colector se saturează repede și apoi nu mai depinde de tensiunea U_{CE}. La creșteri mici ale curentului de bază I_B curentul de colector crește mult. Din grafic se poate determina direct factorul β_d:

$$\beta_d = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{(3{,}2-2{,}7)\text{ mA}}{(125-50)\ \mu\text{A}} = \frac{2{,}5\text{ mA}}{0{,}075\ \mu\text{A}} \cong 33{,}3.$$

8.3.4. PUNCTUL DE FUNCȚIONARE A TRANZISTORULUI

În aplicațiile practice ale tranzistorului *tensiunile continue din circuit servesc la stabilirea punctului de funcționare a acestuia și la acoperirea pierderilor de energie din circuit.* Semnalele prelucrate de tranzistor sînt însă variabile în timp. Aceste semnale se aplică tranzistorului introducînd în circuitul de intrare o sursă de tensiune alternativă — *sursă de semnal*. În același timp, în circuitul de ieșire al tranzistorului (circuitul colectorului) se introduce un rezistor de sarcină R_s, de pe care se culege semnalul prelucrat de tranzistor. Deci, cel mai simplu circuit al tranzistorului la lucru (în conexiune *EC*) arată ca cel din figura 8.22, în care rezistorul R_B are rolul de-a stabili valoarea curentului continuu I_B din circuitul bazei.

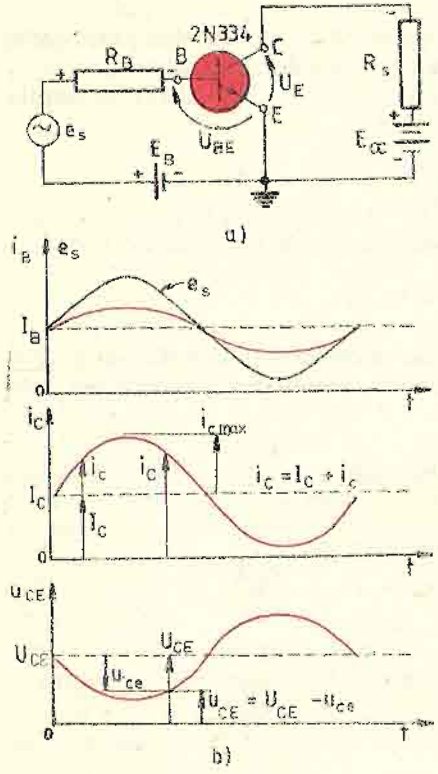


Fig. 8.22

Deoarece curentul de bază $i_B = I_B + i_b = I_B + i_{bmax}\sin\omega t$ are atît componentă continuă cît și componentă alternativă, curentul de colector va avea de asemenea ambele componente. Variațiile curentului i_B vor controla variațiile curentului i_C. Deoarece i_C trece prin R_s, căderea de tensiune pe R_s va varia în antifază cu curentul i_C (figura 8.22).

• *Notațiile.* Pentru a ne putea descurca cu notațiile ce le vom întîlni în continuare trebuiesc precizate. De reținut: *literele mari notează valori constante ale mărimilor electrice iar literele mici notează valori variabile în timp; b) indicii mari implică doar mărimi constante iar indicii mici implică mărimi variabile în timp.* De exemplu, U_{be} notează valoarea efectivă a componentei alternative a tensiunii bază-emitor, u_{BE} este tensiunea variabilă bază colector care include și tensiunea constantă U_{BE}, adică $u_{BE} = U_{BE} + u_{be}$ etc. Din figura 8.22 b ne putem face o imagine clară asupra notațiilor. Tensiunile surselor de alimentare se notează E_B pentru circuitul bazei și E_{CC} pentru circuitul colectorului.

• *Dreapta de sarcină în curent continuu.* Analiza caracteristicilor de ieșire din figura 8.21 relevă faptul că *variațiile curentului bazei cauzează simultan cu variațiile curentului de colector și variațiile tensiunii colector-emitor*. Într-adevăr, legea a doua a lui Kirchhoff pentru circuitul colectorului se scrie: $E_{CC} = i_C R_s + u_{CE}$ care este o relație directă între i_C și u_{CE}. Rezolvînd în raport cu i_C obținem ecuația unei drepte

Fig. 8.23

$$i_C = \left(-\frac{1}{R_s}\right) u_{CE} + \frac{E_{CC}}{R_s} \qquad (8.26)$$

cu panta negativă, numită dreapta de sarcină în curent continuu a tranzistorului în conexiune *EC* (figura 8.23). Punctele de pe această dreaptă sînt determinate numai de valorile E_{CC} a sursei de colector și R_s a sarcinii. Oricare din punctele acestei drepte poate servi ca punct de lucru al tranzistorului. Pentru fixarea lui mai trebuie precizată valoarea curentului I_B de bază.

• *Punctul de funcționare.* Modificăm puțin circuitul din figura 8.22 pentru a conține o singură sursă de alimentare, cum este cazul în circuitele reale. În figura 8.24 a ilustrăm polarizarea joncțiunilor cu ajutorul curenților ce trec prin rezistorii R_B și R_s. Astfel, joncțiunea bază-emitor este polarizată în sens direct, cum rezultă din circuitul echivalent din figura 8.24 b: $U_{BE} = E_{CC} - I_B R_B$. Îndată ce joncțiunea emitor este deschisă, prin colector trece curentul I_C și astfel $U_{CE} = E_{CC} - I_C R_s$. Presupunînd că tensiunea nominală de polarizare a joncțiunii bază-emitor este $U_{BE} \cong 0{,}6\,V$, rezultă valoarea curentului de bază:

$$I_B = \frac{E_{CC} - U_{BE}}{R_B} \cong$$

$$\cong \frac{(30 - 0{,}6)\ V}{270000} \cong 109\ \mu A$$

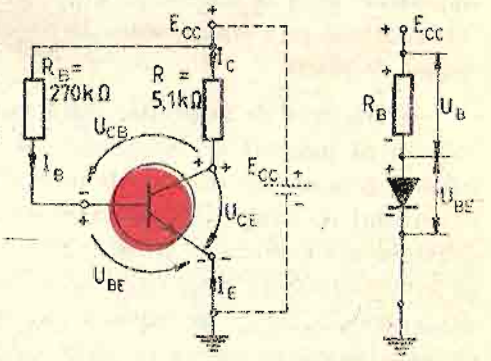


Fig. 8.24

Intersecția dreptei de sarcină în curent continuu cu valoarea caracteristicii de ieșire, corespun-

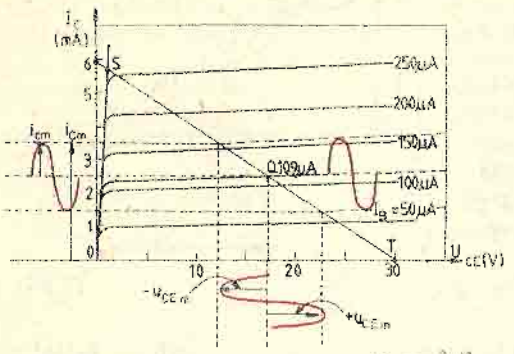


Fig. 8.25

zătoare la I_B=109μA, fixează punctul Q de funcționare a tranzistorului (figura 8.25). Îndată ce este fixat punctul de funcționare, din graficul caracteristicilor de ieșire rezultă și valorile I_C, respectiv U_{CE}, corespunzătoare acestui punct. În cazul nostru coneret $I_C \cong$ $\cong$2,5 mA iar $U_{CE} \cong$17,5 V.

• *Regimul de tăiere.* Un semnal alternativ sinusoidal introdus în circuitul bazei va determina variația sinusoidală a curentului de bază: $i_B = I_B + i_{bmax}\sin\omega t = 109\mu A + i_{bmax}\sin\omega t$. Oscilația lui i_B determină: *a)* oscilația punctului de funcționare între două limite simetrice față de Q pe dreapta de sarcină b) oscilația în fază a curentului de colector între două valori corespunzătoare la $I_B + i_{bmax}$ și $I_B - i_{bmax}$; și c) oscilațiile în antifază a tensiunii u_{CE} între valorile corespunzătoare la $I_B - i_{Bmax}$ și $I_B + i_{bmax}$ (figura 8.2). Dacă amplitudinea curentului de bază este suficient de mare ($i_{bmax} = I_B$ și $i_B = 0$) punctul de funcționare se deplasează pînă la intersecția dreptei de sarcină cu axa u_{CE}, unde $i_C = 0$. Tranzistorul care funcționează în punctul T se spune că funcționează în regim de tăiere.

• *Regimul de saturație.* Dacă curentul de bază i_B crește în așa măsură că punctul de funcționare se deplasează pe treapta de sarcină pînă în S se obține regimul de saturație. În regim de saturație creșterea curentului de bază peste valoarea de saturație nu duce la creșterea în continuare a curentului de colector. *De regulă, punctul de funcționare al tranzistorului se alege (prin proiectarea circuitului) la mijlocul dreptei de sarcină.* Un astfel de regim se numește regim normal. Cînd se dorește ca tranzistorul să lucreze în regim de tăiere sau de saturație, deplasarea punctului Q în T sau în S se obține alegînd corespunzător valorile tensiunilor surselor E_{CC} și E_B și a rezistorului R_B.

8.4. APLICAȚII ALE TRANZISTORULUI BIPOLAR

Principalele aplicații (funcții) ale tranzistorului bipolar în circuitele electronice sînt:

— *funcția de redresare* (redresarea curenților de înaltă frecvență se numește detecție);

— *funcția de amplificare a semnalelor;*

— *funcția de generator de oscilații electromagnetice.*

8.4.1. DETECȚIA CU AJUTORUL TRANZISTORULUI

Dacă în figura 8.24 se introduce în circuitul bazei un semnal alternativ (figura 8.26 a), iar punctul de funcționare al tranzistorului se

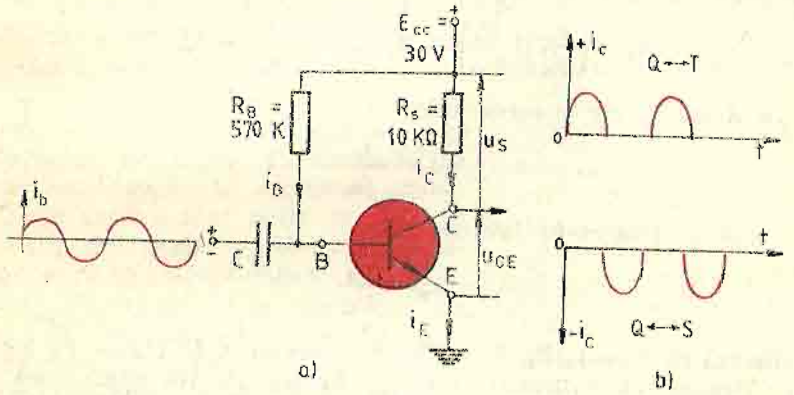


Fig. 8.26

alege fie punctul de tăiere T, fie punctul de saturație S, *semnalul cules de pe rezistorul de sarcină R_s va avea o singură alternanță:* cea *pozitivă dacă $Q = T$* și cea *negativă dacă $Q = S$* (figura 8.26 b). În același timp semnalul de la ieșire va fi și amplificat. Pentru redresarea ambelor alternanțe este suficient să folosim la intrare un transformator cu priză mediană și doi tranzistori cuplați în opoziție. Condensatorul C izolează componenta continuă a curentului bazei de circuitul generatorului de semnal.

8.42. AMPLIFICAREA CU AJUTORUL TRANZISTORULUI

8.42.1. Acțiunea amplificatoare a tranzistorului

Trebuie făcută distincție între termenii amplificare și transformare. *Conceptul de amplificare a tensiunii sau curentului implică obligatoriu un cîștig de putere. Conceptul de transformare nu implică cîștig de putere.* De exemplu, în cazul transformatorului P_1 (primar)$=P_2$ (secundar), ceea ce justifică termenul de transformare a tensiunii sau curentului. Din acest punct de vedere *transformatorul este un element pasiv de circuit*, în timp ce *tranzistorul este un element activ de circuit.*

• *Amplificarea puterii* este dată de raportul

$$A_p = \frac{P_s}{P_{in}} \tag{8.27}$$

unde P_{in} este puterea la intrarea amplificatorului *iar* P_s este puterea în sarcina R_s. Observăm că:

$$A_p = \left(\frac{I_s}{I_{in}}\right)\left(\frac{U_s}{U_{in}}\right) = A_i A_u = A_i^2 \frac{R_s}{R_{in}} = A_u^2 \frac{R_{in}}{R_s}$$

• *Amplificarea în curent* este:

$$A_i = \frac{I_s}{I_{in}} \tag{8.28}$$

• *Amplificarea în tensiune* este:

$$A_u = \frac{U_s}{U_{in}} \tag{8.29}$$

Se observă că $A_u = A_i(R_s/R_{in})$. Pentru conexiunea BC, $I_{in}=I_E$ iar $I_s = I_C$. Rezultă că $A_i \cong \alpha \cong 1$, iar $A_u = R_s/R_{in}$. Pentru conexiunea EC, $I_{in}=I_B$ iar $I_s=I_C=\beta I_B$. Rezultă că $A_i \cong \beta$, iar $A_u \cong \beta(R_s/R_{in})$.

Urmărim acțiunea amplificatoare a tranzistorului în conexiune EC referindu-ne la circuitul 8.26 a și la familia caracteristicilor de ieșire din figura 8.25. Aplicăm în circuitul de intrare (bază-emitor), prin intermediul condensatorului C un semnal (o tensiune alternativă). Rolul condensatorului C este de-a izola componenta continuă a curentului de bază de circuitul sursei semnalului. *Variațiile curentului de bază provoacă variații amplificate ale curentului de colector* i_C. La rîndul lui curentul de colector provoacă variații ale căderii de tensiune pe rezistorul de sarcină. Analizăm un exemplu concret.

Presupunem că amplitudinea semnalului este $u_{be}=1$ V. Amplitudinea oscilațiilor curentului de bază, în jurul punctului Q, se poate citi pe dreapta de sarcină din figura 8.25 și este $i_b \cong 50\ \mu A$. Tot pe grafic se vede că amplitudinea oscilațiilor curentului de colector este $i_c \cong 1$ mA. Deci $A_i=\beta=1\text{ mA}/0{,}05\text{ mA}=20$. Pe de altă parte căderea de tensiune pe rezistorul de sarcină oscilează cu amplitudinea $i_c R_s = 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^3 = 5$ V. Deci $A_u = 15\text{ V}/1\text{ V} = 5$. Factorul de amplificare a puterii este $A_p = A_i A_u = 20 \cdot 50 = 100$. Observăm că tensiunea de ieșire nu se culege de pe rezistorul din circuitul colectorului ci de la bornele colectorului și emitorului. Acest lucru este posibil deoarece pentru componenta alternativă a curentului de colector rezistența internă, foarte mică, a sursei E_{cc} se poate neglija. În felul acesta tensiunea $i_c R_s = U_{ce}$.

8.42.2. Clase de amplificatoare

După punctul de funcționare amplificatorii se împart în patru clase: A, AB, B și C.

• *Amplificatorul de clasă A*, are punctul de funcționare Q la mijlocul dreptei de sarcină. Semnalul la ieșirea amplificatorului reproduce semnalul de intrare în întregime ca formă, fără distorsiuni (figura 8.27 a).

• *Amplificatorul de clasă AB*, are punctul de funcționare Q mai aproape de punctul de tăiere T. Semnalul la ieșirea amplificatorului reproduce semnalul de la intrare mai mult de $T/2$. O parte din alternanța negativă a semnalului de ieșire este tăiată (figura 8.27 b).

• *Amplificatorul de clasă B*, are punctul de funcționare Q exact în punctul de tăiere T (cazul redresorului monoalternanță). Semnalul de ieșire urmează forma semnalului de intrare exact $T/2$ (figura 8.27 c).

• *Amplificatorul de clasă C*, are componenta continuă a curentului de bază I_B negativă și ca urmare semnalul de ieșire urmează forma semnalului de intrare mai puțin de $T/2$. Deformarea semnalului de ieșire este maximă (figura 8.27 d).

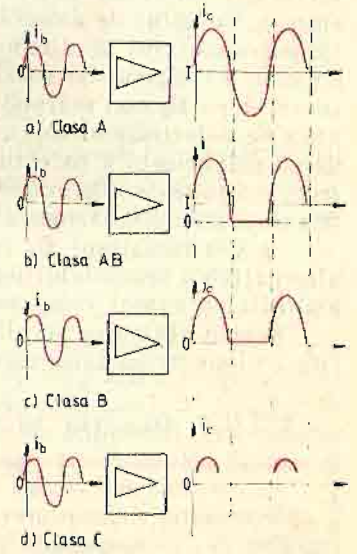


Fig. 8.27

8.4.2.3. Etaj de amplificare în conexiune EC

Circuitul real al unui etaj de amplificare cu tranzistor în conexiune *EC* este dat în figura 8.28, în care $C_1 = C_2 = 10\ \mu F$, $R_1 = 80\ k\Omega$, $R_2 = 15\ k\Omega$, $R_C = 2k\Omega$, $C_e = 50\ \mu F$, $R_s = 5\ k\Omega$. Principiul de amplificare este cel descris în paragraful precedent. De aceea ne vom ocupa numai de explicarea rolului elementelor suplimentare de circuit.

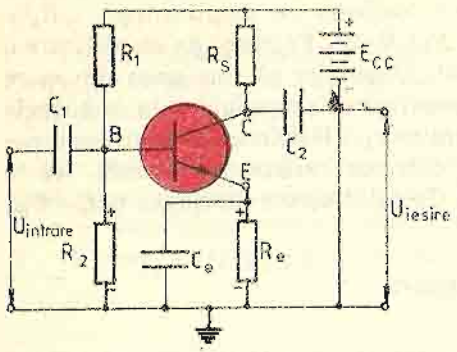


Fig. 8.28

• Tensiunea de alimentare este aplicată direct pe rezistorii R_1 și R_2 înseriați. Împreună aceștia formează un divizor de tensiune care asigură tensiunea de polarizare potrivită pentru joncțiunea bază-emitor. Potențialul bazei este mai pozitiv decît al emitorului, cu o cantitate egală cu căderea de tensiune pe R_2.

• *Rezistorul R_e protejează și stabilizează termic funcționarea tranzistorului*. Dacă temperatura tranzistorului crește dintr-un motiv oarecare rezistența lui scade ceea ce duce la creșterea curentului de colector și emitor. Curentul de colector va dezvolta mai multă căldură și în scurt timp tranzistorul se distruge termic. În prezența rezistorului R_e orice creștere a componentei continue a curentului prin emitor face căderea de tensiune pe R_e mai mare și pozitivează mai mult emitorul (scade tensiunea de polarizare directă), scade curentul de bază, ceea ce duce la scăderea amplificată a curentului de colector. *Condensatorul C_e scurtcircuitează componenta alternativă a curentului de emitor*. Ca urmare, la ieșire se culege numai tensiunea alternativă u_{ce} între colector și emitor.

• Condensatorul C_1 *lasă să intre*, ca semnal, numai componenta alternativă a semnalului iar condensatorul C_2 *lasă să iasă* din etajul de amplificare numai componenta alternativă a semnalului amplificat.

Pentru obținerea amplificării dorite ieșirea de la un etaj de amplificare alimentează intrarea următorului etaj de amplificare etc.

8.4.2.4. Reacția în amplificatoare

Procesul de aplicare la intrarea unui amplificator a unui semnal proporțional cu tensiunea (sau cu curentul) de la ieșirea amplificatorului se numește reacție (feedback).

Schema din figura 8.29 simulează procesul de reacție inversă (*RI*)

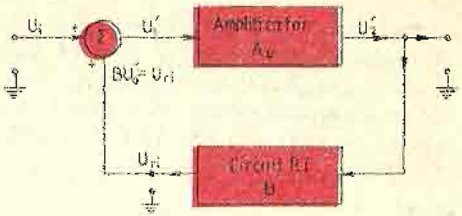


Fig. 8.29

Notăm:

A_u — amplificarea în tensiune în lipsa reacției;

A'_u — amplificarea în tensiune în prezența reacției;

U_1 — amplitudinea semnalului la intrarea amplificatorului;

U_2 — amplitudinea semnalului la ieșirea amplificatorului fără reacție;

U'_2 — amplitudinea semnalului la ieșirea amplificatorului cu reacție;

U_{1r} — partea din semnalul de ieșire care se reaplică la intrare

B — coeficientul de proporționalitate între U_{1r} și U'_2, numit *coeficient de reacție*.

Vom avea

$$U_{1r} = BU'_2 \tag{8.30}$$

$$U'_2 = A_u(U_1 + U_{1r}) = A_u(U_1 + BU'_2) \tag{8.31}$$

Rearanjînd ultima ecuație se obține amplificarea în prezența *RI*:

$$\boxed{A'_u = \frac{U'_2}{U_1} = \frac{A_u}{1 - BA_u}} \tag{8.32}$$

Termenul BA_u se numește factor de reacție. Valoarea lui în raport cu unitatea este determinantă pentru amplificarea cu *RI*.

Reacția poate fi pozitivă sau negativă. Pentru analiză retranscriem (8.32) sub forma

$$\frac{A'_u}{A_u} = \frac{1}{1 - BA_u} \tag{8.32'}$$

a) Reacție pozitivă — crește amplificarea: $A'_u > A_u$ sau $|1 - BA_u| < 1$;

b) Reacție negativă — scade amplificarea: $A'_u < A_u$ sau $|1 - BA_u| > 1$;

Un caz particular de reacție pozitivă foarte important este *reacția — infinită — amplificatorul își furnizează propriul semnal*: $|1 - BA_u| = 0$ sau

$$\boxed{BA_u = 1} \quad \text{(relația lui Barkhausen)} \tag{8.33}$$

Cazul $BA_u=1$ este de importanță practică în funcționarea generatorilor de oscilații electromagnetice care se autoîntrețin. Pentru cazul cînd are loc (8.33), din (8.32) rezultă că $A'_u \to \infty$. Aceasta înseamnă că în circuitul de ieșire poate exista un semnal chiar dacă în circuitul de intrare nu se aplică semnal din exterior. Un astfel de amplificator lucrează în regim de generare.

8.4.3. GENERAREA OSCILAȚIILOR ELECTROMAGNETICE (OSCILATORI)

Pentru obținerea unei unde electromagnetice este necesar un generator de oscilații electromagnetice, cuplat cu o antenă de emisie așa cum pentru producerea undelor acustice trebuie folosit un vibrator (un diapazon). În § 5.6.1 am arătat cum se pot genera unde electromagnetice cu ajutorul unui dipol oscilant, alimentat prin cuplaj inductiv de la un circuit oscilant (figura 5.16). Am văzut că pentru menținerea oscilațiilor este necesar să se alimenteze circuitul oscilant periodic și la momentul potrivit, cu energie prin închiderea și deschiderea întrerupătorului K, spre sursă. Acum analizăm *un circuit electronic* care întreține automat oscilațiile electrice, *numit oscilator.*

• *Descrierea circuitului oscilatorului* (fig. 8.30). Comparînd circuitul oscilatorului cu cel al amplificatorului (fig. 8.28) se constată că oscilatorul este în esență un amplificator cu reacție pozitivă în care:
a) în locul rezistorului de sarcină R_s s-a introdus circuitul oscilant L_0C_0;
b) semnalul de amplificat nu este aplicat din exterior ci se ia, prin reacție inversă, din circuitul oscilant. Restul elementelor circuitului oscilatorului sînt aceleași și au aceleași funcțiuni ca în cazul amplificatorului.

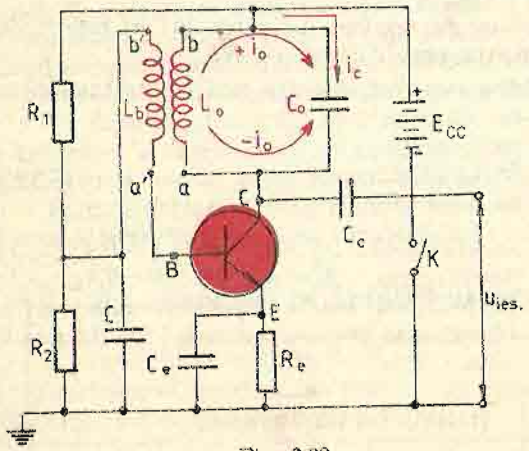


Fig. 8.30

• *Funcționarea oscilatorului.* Presupunem că în momentul închiderii întrerupătorului K toți condensatorii circuitului sînt descărcați. La închiderea întrerupătorului K începe încărcarea condensatorului C_0, cu sarcină (+) pe placa superioară și cu sarcina (—) pe placa inferioară. În procesul de încărcare prin circuitul oscilant circulă curentul variabil în timp i_0 în sensul de rotație a acelor de ceasornic (considerat sens pozitiv). Acest curent creează în bobina L_0 cîmp magnetic variabil în timp al cărui flux străbate și spirele bobinei vecine L_b, în care induce t.e.m. prin fenomenul de inducție mutuală. Conform principiului de funcționare a transformatorului (§ 7.5) t.e.m. indusă în bobine L_b (secundar) este defazată cu 180° față de tensiunea la bornele bobinei L_0 (primar). Deci, în procesul de primă încărcare a condensatorului C_0, cînd capătul a al bobinei L_0 capătă potențial tot mai negativ (față de capătul b, care practic este pămîntat prin intermediul rezistenței interne foarte mici a sursei E_{CC}), capătul a' al bobinei L_b capătă potențial tot mai pozitiv (față de capătul b' care este pămîntat în raport cu componenta alternativă a curentului prin intermediul condensatorului C). Pozitivarea punctului a', legat la baza tranzistorului (emitorul este pămîntat față de componenta alternativă a curentului prin condensatorul C_e) polarizează joncțiunea emitor în sens direct, ceea ce deschide tranzistorul pentru componenta continuă a curentului. Peste curentul i_c în circuitul oscilant (prin bobina L_0) circulă curentul de colector I_C care încarcă condensatorul C_0 pînă cînd diferența de potențial între plăci devine $u_C=E_{CC}$.

Curentul de emitor I_E, ce trece prin rezistorul R_e încarcă condensatorul C_e cu sarcină pozitivă pe placa superioară, ceea ce duce la pozitivarea emitorului față de pămînt. Dacă constanta de timp $\tau_e=R_eC_e$ a circuitului format din R_e și C_e este mult mai mare decît perioada proprie $T=2\pi\sqrt{L_0C_0}$ a circuitului oscilant, condensatorul C_e se descarcă prea puțin în timpul T, ceea ce face ca emitorul să rămînă pozitivat permanent față de „masă" (deci și față de punctul b'). Drept rezultat componenta continuă a curentului de bază I_B și de colector I_C se anulează. Cu alte cuvinte, amplificatorul oscilatorului lucrează în regim de tăiere sau clasă B. Dacă pozitivarea emitorului este suficient de însemnată se *poate* aduce amplificatorul în regimul de lucru corespunzător clasei C, ceea ce se și face.

La momentul $t=0$, la care condensatorul C_0 este încărcat la maximum, începe descărcarea lui prin bobina L_0, cum am descris în § 5.4.2. și am ilustrat grafic în figura 5.12. Sensul curentului de descărcare în circuitul oscilant este opus celui de încărcare. În figura 8.31 ilustrăm variația, pe durata unei perioade T, a următoarelor mărimi:

a) sarcina Q pe placa superioară a condensatorului C_0;

b) curentul i_0 prin circuitul oscilant L_0C_0;

c) potențialul V_a al punctului cald a, al bobinei L_0;

d) potențialul $V_{a'}$, al punctului cald a', al bobinei L_b și al bazei;

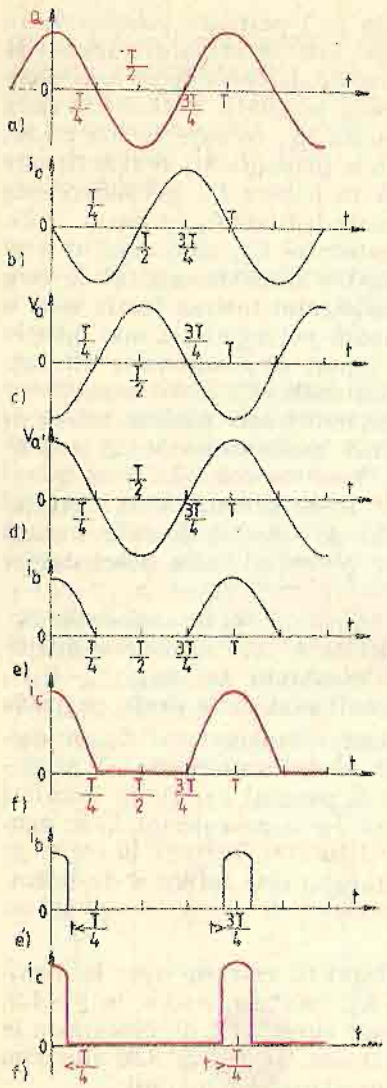


Fig. 8.31

e) componenta alternativă a curentului de bază $i_b (I_B=0)$;
f) componenta alternativă a curentului de colector i_c.

Urmărind figura se constată că în intervalul $t \in (0, T/4)$ potențialul pozitiv V_0, aplicat bazei, scade și odată cu el scad i_b și i_c. Dacă amplificatorul oscilatorului lucrează în regim de clasă B tranzistorul se închide la $t=T/4$ ($i_b=i_c=0$) și se deschide la $t=3\ T/4$ ($i_c=\beta i_b \neq 0$) (figura 8.31e și f). Dacă amplificatorul oscilatorului lucrează în regim de clasă C închiderea tranzistorului are loc la $t < T/4$, cînd $V_{B'} < V_{E'}$, iar deschiderea lui are loc la $t > 3\ T/4$, cînd $V_{B'} > V_E$. Durata impulsului curentului de colector se poate alege cît de scurtă dorim. Pentru a înțelege funcționarea oscilatorului este fundamental să observăm că:

În momentul deschiderii tranzistorului sensul curentului oscilatoriu i_0, în ramura cu condensatorul C_0 a curentului oscilant, și sensul curentului de colector i_c în aceeași ramură coincid; ambii curenți concurează la încărcarea condensatorului C_0 cu sarcină pozitivă.

Curentul de colector i_c este debitat în circuit de sursa E_{CC}, și este amplificat de β ori față de curentul de bază i_b (care circulă și prin bobina L_b). Dacă pierderile de energie (prin efect Joule și prin radiație în exteriorul circuitului oscilant) pe durata unei perioade ar fi mici atunci la sfîrșitul fiecărei perioade (vezi figura 8.31 e și f) *curentul oscilant i_0 ar încărca condensatorul aproape de potențialul inițial E_{CC}, iar curentul de colector i_c îl încarcă cu încă atîta sarcină; potențialul plăcii superioare se apropie de 2 E_{CC}.* După fiecare perioadă descărcarea condensatorului începe de la această valoare a potențialului plăcii superioare și astfel *oscilațiile electrice în circuitul L_0C_0 sînt autoîntreținute.* Rolul tranzistorului în circuit este de-a deschide și de-a închide la momentul potrivit circuitul sursei E_{CC}, spre condensatorul C_0, pentru a-l încărca.

Există o analogie perfectă între funcționarea oscilatorului descris și menținerea oscilațiilor unui copil care se dă în leagăn, cînd este împins de alt copil. Oricine poate constata că pentru a menține constantă amplitudinea leagănului este suficient ca la sfîrșitul fiecărei perioade să aplicăm acestuia, pe o durată scurtă, o forță în sensul mișcării (în fază cu mișcarea), prin care se recomunică leagănului energia pierdută prin frecări pe durata unei perioade.

Observație: *Deoarece componenta alternativă a potențialului punctului b al circuitului oscilant este pămîntată (prin sursă) tensiunea de sarcină se poate culege în mod echivalent între punctele a și b sau dintre colector și masă, și este egală cu u_{CE}.*

• *Condițiile de fază și amplitudine la funcționarea oscilatorului.* În § 8.4.2.4. am menționat că amplificatorul unui oscilator trebuie să aibă reacție și să lucreze în regim de reacție pozitivă, satisfăcînd relația lui Barkhausen (8.33). Ce înseamnă aceste condiții? Pentru a da răspuns la această întrebare retranscriem (8.33) sub forma:

$$B e^{i\varphi_B} \cdot A_u e^{i\varphi_A} = |B| \cdot |A_u| e^{i(\varphi_B+\varphi_A)} = 1. \qquad (8.33')$$

unde am avut în vedere că mărimile B și A_u sînt complexe. Relația (8.33') este echivalentă cu două relații simultane:

$$|B| \cdot |A_u| = 1 \quad \text{și} \quad \varphi_B + \varphi_A = 2m \quad m=0, 1, 2 \ldots \qquad (8.34)$$

Din (8.34) rezultă următoarele două condiții ce trebuiesc satisfăcute de amplificatorul cu reacție inversă al oscilatorului:

1 Amplificarea în tensiune a amplificatorului $|A_u|$ este egală cu inversul coeficientului de reacție B al amplificatorului.

2 Suma dintre defazajul φ_A între tensiunea la intrare și ieșire, introdus de amplificator și defazajul φ_B introdus de reacție între semnalul preluat de la ieșire și cel reîntrodus la intrare, trebuie să fie zero; sau semnalul aplicat prin reacție inversă U_{ri} trebuie să fie în fază cu semnalul aplicat din exterior U_i: *reacția este pozitivă.*

Analizăm în parte fiecare din aceste condiții.

1. Dacă amplificarea în tensiune este $|A_u| = 10$ iar semnalul la ieșire este $U_2'=4$ V, atunci este necesar să luăm $B=0{,}1$. În aceste condiții $U_{1r}=|B|U_2'=0{,}1\cdot 4=0{,}4$ V iar $|B|\cdot|A_u|=0{,}1\cdot 10=1$.

2. În figura 8.22 b se vede că între semnalul de intrare e_s și cel de ieșire U_{CE}, amplificatorul introduce defazajul $\varphi_A=180°$. Pe de altă parte, între semnalul de ieșire la bornele *ab* ale bobinei L_0 sau u_{CE} și semnalul de reacție U_{1r} la bornele *a'b'* ale bobinei L_b, reacția introduce defazajul de $\varphi_B=180°$. Defazajul total este $\varphi_A+\varphi_B=360°$, adică semnalul de reacție se aplică amplificatorului în fază cu cel (eventual) exterior.

8.5. ELEMENTE DE RADIOTEHNICĂ

8.5.1. ANTENA

În § 5.5.1 am arătat că modalitatea prin care se pot desprinde oscilațiile electromagnetice de circuitul oscilant care le generează, pentru a se propaga în spațiu sub formă de unde electromagnetice, este deschiderea circuitului oscilant (fig. 5.15). Bobina circuitului oscilant deschis trebuie plasată în apropierea bobinei circuitului oscilant închis, pentru a fi cuplată inductiv cu ea.

> Circuitul oscilant deschis (dipolul electric), cuplat într-un mod oarecare cu circuitul oscilant închis, cu ajutorul căruia se pot transmite în spațiu unde electromagnetice sau poate capta unde electromagnetice din spațiu, se numește *antenă*.

Deci, pentru ca oscilatorul din figura 8.30 să devină un emițător de unde electromagnetice este necesar să i se asocieze o antenă, cuplată inductiv cu bobina L_0 a circuitului oscilant L_0C_0.

De regulă *inductanța și capacitatea antenei* nu sînt concentrate într-o bobină și într-un condensator ci *sînt distribuite uniform pe toată lungimea antenei*. Cu excepția bobinei necesare cuplajului cu L_0, *antena este un fir conductor de lungime l*, care se caracterizează prin capacitatea de $\cong 5$ pF și inductanța $\cong 2$ μH pe fiecare metru de lungime.

• *Frecvența proprie a antenei*. Ca orice circuit oscilant antena se caracterizează printr-o frecvență proprie ν_0, respectiv o lungime de undă λ_0 și o perioadă de oscilație proprie. Această relație se exprimă cel

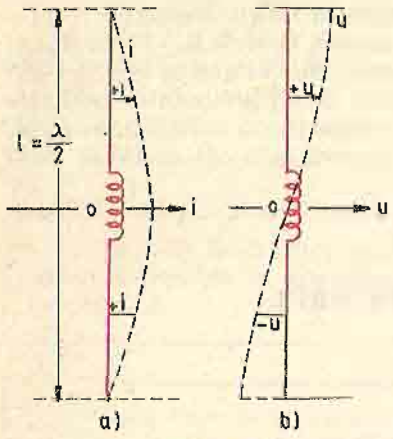


Fig. 8.32

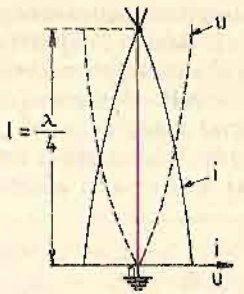


Fig. 8.33

mai simplu prin relația între lungimea efectivă l a antenei și lungimea de undă proprie λ_0:

$\lambda_0=2l$ — antenă liberă la ambele capete (fig. 8.32)

$\lambda_0=4l$ — antenă pămîntată la un capăt (fig. 8.33).

Antena pentru care $l=\lambda_0/2$ se numește dipol semiundă.

Antena pentru care $l=\lambda_0/4$ se numește dipol sfert de undă.

În antenă oscilează sarcina electrică, intensitatea curentului și potențialul electric. În regim staționar de funcționare a antenei valorile efective ale curentului și tensiunii variază în lungul antenei, însă în fiecare punct al ei rămîn constante. Figura 8.32 ilustrează variația curentului (a) și a tensiunii (b), în lungul antenei semiundă. Curentul are noduri la capetele antenei și ventru la mijlocul ei iar tensiunea invers. În timpul unei semiperioade curentul circulă într-un singur sens în lungul antenei iar în semiperioada următoare în sens opus. Tensiunea își schimbă sensul la mijlocul antenei. Între curent și tensiune există un defazaj de $\pi/2$.

Observație: *Prin tensiune într-un punct al antenei se înțelege diferența de potențial al acelui punct și al punctului simetric lui față de mijlocul antenei.*

• *Acordarea antenei*. Antena preia cel mai eficient energia de la circuitul oscilant închis, și o radiază în spațiu, dacă frecvența ei proprie coincide cu cea a circuitului oscilant închis; se spune că antena este acordată pe frecvența oscilatorului. Pentru ca antena să poată funcționa eficient la diferite frecvențe este necesar ca să poată modifica lungimea ei efectivă, adică să poată fi acordată. Există două mijloace de acordare a antenei:

a) *conectarea în serie cu antena a unui condensator variabil;*

b) conectarea în serie cu antena a unei inductanțe variabile.

Introducerea condensatorului duce la micşorarea lungimii efective a antenei. Într-adevăr, capacitatea a doi condensatori în serie (C_0 — variabil şi C_A — a antenei) este mai mică decît capacitatea oricăruia din cei doi condensatori. Conform formulei lui Thomson (5.34) perioada de oscilaţie a antenei scade şi astfel scade şi $\lambda_0 = cT$. Introducerea inductanţei serie, în antenă, are ca efect creşterea inductanţei totale, a perioadei de oscilaţie şi a lungimii efective a antenei.

8.5.2. RADIOEMIŢĂTORUL

8.5.2.1. Radiocomunicaţia

Cea mai importantă aplicaţie practică a undelor electromagnetice este *radiocomunicaţia*.

> Transmiterea la distanţă a unor informaţii cu ajutorul undelor electromagnetice se numeşte *radiocomunicaţie*.

Două proprietăţi ale undelor electromagnetice:
— *viteza de propagare foarte mare*;
— *faptul că transportă energie*
determină posibilitatea folosirii lor în radiocomunicaţii.

Informaţia transmisă poate fi:
— *sunetul*, (vorbirea, muzica etc.) *în radiofonie*;
— *imaginile vizuale, în televiziune*;
— *semnale codificate, (alfabetul Morse) în telegrafie*.

Energia unei oscilaţii, şi a unei unde (vezi § 8.1.7 vol. I) creşte direct proporţional cu pătratul amplitudinii şi cu pătratul frecvenţei sale. Pe de altă parte, amplitudinea undei şi energia sa scade cu distanţa, în procesul de propagare. De aceea, pentru ca undele să transporte energie apreciabilă la distanţe cît mai mari frecvenţa lor trebuie să fie mare. În acelaşi timp, cu cît este mai mare frecvenţa undelor cu atît cantitatea de informaţie ce poate fi transmisă simultan este mai mare. Rezultă că *în radiocomunicaţii se folosesc unde cu frecvenţe ridicate*:
— *peste 100 kH în radiofonie*;
— *zeci de MHz în televiziune*.

Pe de altă parte, *domeniul frecvenţelor corespunzătoare informaţiei* este cu aproximativ un ordin de mărime mai mică:

— *între 20 Hz—20 kHz pentru transmiterea informaţiei audio*;
— *între 5 şi 6 MHz pentru transmiterea informaţiei video*.

Deci, în radiocomunicaţii trebuie să facem deosebire între unda purtătoare de energie şi unda de informaţie. Din suprapunerea oscilaţiilor sursei undei purtătoare cu oscilaţiile sursei undei de informaţie rezultă o undă variabilă în timp, numită undă purtătoare modulată. Vom reţine că:

> Unda de înaltă frecvenţă care suferă modificarea unor mărimi ce o determină în conformitate cu informaţia se numeşte *undă purtătoare*.

> Unda care produce modificarea mărimilor ce definesc unda purtătoare se numeşte *undă modulatoare*.

> Unda rezultată din suprapunerea undei modulatoare peste unda purtătoare se numeşte *undă modulată*.

> Procesul de modificare a unor parametri ai undei purtătoare de către unda modulatoare se numeşte *modulaţie*.

Oscilaţia sinusoidală a sursei undei purtătoare se poate scrie sub forma generală:

$$E = E_0 \sin(\omega_p t - \varphi) \qquad (8.35)$$

Parametrii ce pot fi modificaţi în această oscilaţie sînt: *amplitudinea* E_0, *pulsaţia* ω_p *şi faza* φ. Corespunzător distingem următoarele modificări în parametrii undei purtătoare:

- *modulaţia de amplitudine* — modificarea amplitudinii undei purtătoare în conformitate cu informaţia;
- *modulaţia de frecvenţă* — modificarea pulsaţiei (frecvenţei) undei purtătoare în conformitate cu informaţia;
- *modulaţia de fază* — modificarea fazei undei purtătoare în conformitate cu informaţia.

În cazul cînd unda purtătoare nu este sinusoidală ci o succesiune de impulsuri dreptunghiulare (semnalele Morse) prin modulaţie se pot modifica *amplitudinea, durata* sau *poziţia impulsurilor*.

8.5.2.2. Modulația de amplitudine (MA)

Presupunem că în absența semnalului modulator oscilația curentului în circuitul oscilant al oscilatorului și în antena cuplată inductiv cu el are forma

$$i_p = i_0 \sin \omega_p t \tag{8.36}$$

unde i_0 și ω_p sînt amplitudinea și pulsația curentului i. *Undele purtătoare* radiate în spațiu de antenă *au aceeași pulsație* ω_p și o amplitudine proporțională cu i_0. Dacă modificarea amplitudinii undei purtătoare, datorită modulării ei în amplitudine este descrisă de funcția $f(t)$ atunci amplitudinea curentului din circuitul oscilant în prezența semnalului modulator va fi $[i_0+f(t)]$ astfel că:

$$i = [i_0 + f(t)] \sin \omega_p t \tag{8.36'}$$

Cel mai simplu semnal modulator este cel sinusoidal, pentru care $f(t) = i_{m0} \sin \omega_m t$, unde ω_m este pulsația semnalului modulator. Înlocuind în (8.36') obținem expresia curentului *MA* (modulat în amplitudine)

$$i = (i_0 + i_{m0} \sin \omega_m t) \sin \omega_p t$$

$$= i_0 \left(1 + \frac{i_{m0}}{i_0} \sin \omega_m t\right) \sin \omega_p t,$$

sau

$$\boxed{i = i_0 (1 + m \sin \omega_m t) \sin \omega_p t} \tag{8.36''}$$

unde $m = i_{m0}/i_0$ este un factor cuprins între 0 și 1 și se numește grad de modulație. Amplitudinea oscilației modulate este $i_0(1+m \sin \omega_p t)$ și variază între limitele $i_{max} = i_0(1+m)$ și $i_{min} = i_0(1-m)$. Evident, în funcție de i_{max} și i_{min} gradul de modulație se scrie

$$\boxed{m = \frac{i_{max} - i_{min}}{2i_0}} \qquad \left(i_0 = \frac{i_{max} + i_{min}}{2}\right) \tag{8.37}$$

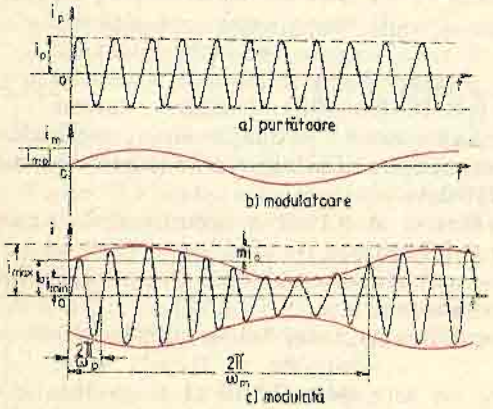


Fig. 8.34

În figura 8.34 ilustrăm *semnalul purtător* (*a*), *semnalul modulator* (*b*) și *semnalul modulat* (*c*). Din figură rezultă și semnificația notațiilor folosite în text. Dacă se transmite o informație sonoră atunci frecvența $f_m = \omega_m/2\pi$ trebuie să fie în domeniul audiofrecvențelor (*AF*). Semnalul purtător are frecvența $f_p = \omega_p/2\pi$ în domeniul radiofrecvențelor (*RF*).

Ținînd seama că $2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)$ rescriem oscilația *MA* (8.36'') sub forma:

$$i = i_0 \sin \omega_p t + \frac{i_0 m}{2} 2\sin \omega_m t \cdot \sin \omega_p t =$$

$$= i_0 \sin \omega_p t + \frac{i_0 m}{2} \cos(\omega_p - \omega_m) - \frac{i_0 m}{2} \cos(\omega_p + \omega_m) t. \tag{136'''}$$

Rezultă că oscilația *MA* poate fi privită ca sumă a trei oscilații sinusoidale de amplitudini constante cu frecvențele f_p, $f_p - f_m$ și $f_p + f_m$, de asemenea constante. Prima oscilație este purtătoarea; celelalte două se numesc *componente laterale* (fig. 8.35). Se spune că oscilația *MA* are spectrul de amplitudine din figură. Dacă $f_p = 100$ kHz și $f_m = 1$ kHz componentele laterale au frecvențele de 99 kHz și 101 kHz. În general, semnalul modulator nu este sinusoidal. Cum am arătat însă în § 8.2.3.1, orice oscilație periodică se poate descompune în oscilații sinusoidale și

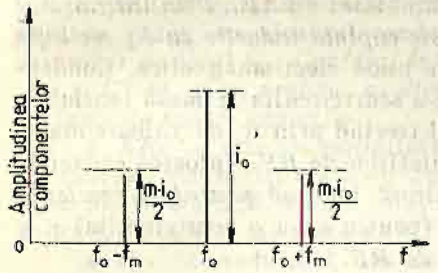


Fig. 8.35

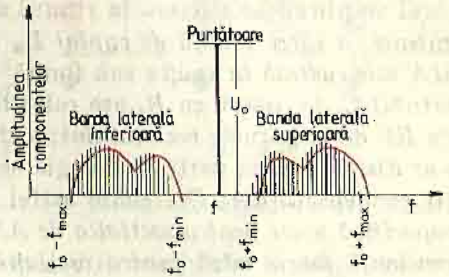


Fig. 8.36

cosinusoidale, de frecvențe multipli întregi ai unei frecvențe fundamentale. *Fiecărei frecvențe armonice a semnalului modulat îi corespunde o componentă inferioară și o componentă superioară în semnalul MA*. Componentele inferioare formează o *bandă cu frecvența* cuprinsă între f_{min} și f_{max}; la fel și componentele superioare. Spectrul de amplitudine al oscilației *MA* în acest caz arată ca în figura 8.36.

Modulația în amplitudine se poate obține aplicînd semnalul modulator (*AF*) în circuitul de intrare al unui etaj de amplificare al unui amplificator de *RF*. În funcție de conexiunea tranzistorului în circuitul amplificatorului *MA* poate fi realizată pe emitor, pe bază sau pe colector. Fiecare din conexiuni prezintă unele avantaje și unele dezavantaje; ale-

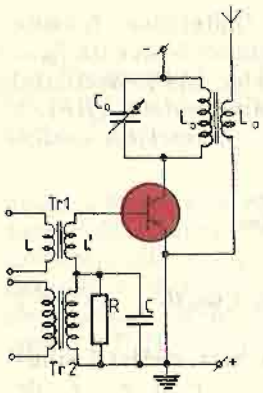


Fig. 8.37

gerea se face în funcție de scopul urmărit. În figura 8.37 prezentăm etajul final al unui amplificator de *RF*, cu tranzistor în conexiunea *EC*. Semnalul de *RF* provenit de la etajele amplificatoare anterioare ale amplificatorului este aplicat la circuitul de intrare al ultimului etaj prin intermediul transformatorului de cuplaj Tr1. Inductanțele bobinelor L și *L'*, care lucrează în *RF*, sînt mici (~μH). Ca urmare rezistența în c.c. a bobinei *L'* este foarte mică. Semnalul modulator de *AF*, amplificat la nivelul necesar de un amplificator de audio frecvență (*AAF*), se aplică circuitului de intrare prin intermediul transformatorului Tr2. Rezistorul *R*, conectat în paralel cu secundarul transformatorului are rezistența în c.c. mult mai mare decît *L'*. Ca urmare, tensiunea de la bornele lui este tensiunea de polarizare a joncțiunii bază-emitor. Cum această tensiune variază în ritmul semnalului de *AF*, în același ritm variază și curentul de colector care circulă prin bobina L_0 a circuitului oscilant. Prin urmare, în circuitul oscilant L_0C_0 se întreține o oscilație de *RF* a cărei amplitudine variază în ritmul semnalului de *AF*. *Prin intermediul antenei, a cărei bobină de cuplaj L_a este cuplată inductiv cu L_0 oscilația MA este radiată în spațiu* sub formă de unde electromagnetice. Condensatorul *C*, în parel cu *R*, are rolul de-a scurtcircuita la masă tensiunea de *RF* de la bornele rezistorului; altfel trecînd prin *R* (de valoare mare) s-ar disipa o bună parte în energia oscilațiilor de *RF*. Valoarea capacității condensatorului *C* trebuie astfel aleasă încît *să prezinte o reactanță capacitivă mare pentru oscilația de AF* (pentru a nu o scurtcircuita) *și o reactanță foarte mică pentru oscilația de RF*.

Ținînd seama de cele de mai sus, schema bloc a unui emițător pentru radiocomunicații este cea din figura 8.38 a în care: *ORF — oscilator de*

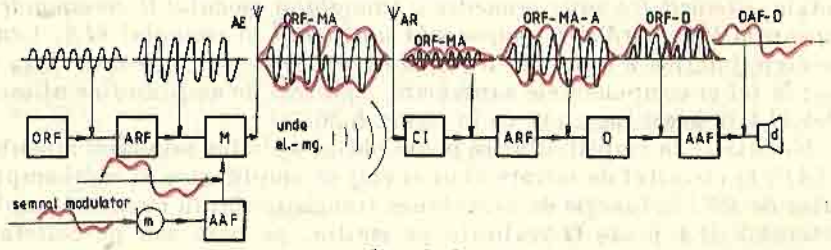


Fig. 8.38

radiofrecvență, ARF — amplificator de radiofrecvență, AAF — amplificator de audiofrecvență, M — modulator, m — microfon, AE — antenă de emisie.

8.5.3. RADIORECEPTORUL

Părțile principale ale radioreceptorului sînt: AR — *antena de recepție*; CI — *circuitul de intrare*; ARF — *amplificatorul de RF*; *D — detectorul (demodulatorul)*; AAF — *amplificatorul de AF*; d — *difuzorul.*

- *AR* — captează din spațiu undele electromagnetice *MA* și le transformă în oscilații electrice în circuitul său oscilant deschis.
- *CI* — este un circuit oscilant cu ajutorul căruia se poate selecta din mulțimea oscilațiilor de *RF* induse în antenă o bandă îngustă de frecvențe care corespunde postului recepționat. Un astfel de rol îl poate juca un circuit oscilant (fig. 8.39), care poate fi acordat la rezonanță pe frecvența diverselor posturi de radio, cu ajutorul condensatorului variabil C_v. *Cuplajul între AR și CI se poate realiza: a) direct b) inductiv sau c) capacitiv.*

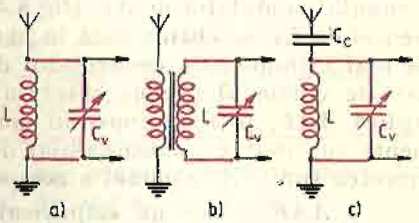


Fig. 8.39

- *ARF* — este un amplificator cu unul sau mai multe etaje de tipul celui din figura 8.28. El are rolul de-a amplifica oscilațiile de *RF* slabe, captate de *AR* și selectate de *CI*.
- *D* — demodulează oscilațiile de *RF*, modulate în amplitudine.

> Demodularea în amplitudine reprezintă procesul invers modulației și constă în separarea oscilației modulatoare, care înmagazinează informația transmisă, de oscilația purtătoare. Acest proces se mai numește detecție.

Detecția este un caz particular de redresare și *poate fi realizată cu un circuit de redresare* cum este cel din figura 8.12 a *sau cu un etaj de amplificare cu tranzistor care lucrează în regim de tăiere sau de saturație* (vezi § 8.4.1.). În figura 8.40 b prezentăm circuitul unui detector cu diodă, de tipul celui din figura 8.12a, în care rezistorul de sarcină este $R_s = R_1 + R_2$. Alegînd convenabil capacitatea *C* a condensatorului de netezire,

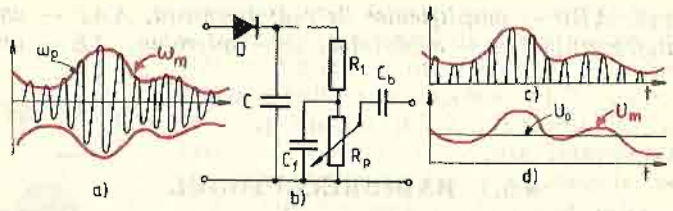


Fig. 8.40

putem face ca valoarea medie a tensiunii redresate să urmeze ritmul semnalului modulator. Într-adevăr, pentru ca condensatorul C să scurtcircuiteze numai oscilaţiile purtătoare este necesar să avem $1/C\omega_p << R_s << 1/C\omega_m$. Dacă condensatorul C ar lipsi, la bornele rezistorului de sarcină R_s s-ar obţine pulsuri pozitive de curent cu frecvenţa ω_p, cum arătăm în figura 8.40 c. Prezenţa condensatorului C face ca oscilaţiile de RF să se scurgă la pămînt şi la bornele rezistorului R_s să apară numai semnalul modulator de AF (fig.8.40 d). O filtrare şi mai bună a componentei de RF se obţine dacă în paralel cu o parte R_p din rezistenţa R_s se mai introduce un condensator de filtrare C_f. De pe R_p (potenţiometru de volum al radioreceptorului) se culege tensiunea de AF care se aplică AAF, prin intermediul condensatorului C_b (care reţine componenta continuă U_0 a semnalului de AF detectat (vezi § 8.8) şi permite trecerea spre AAF, numai a componentei variabile).

• AAF — este un amplificator cu două etaje de tipul celuia din figura 8.28. Sarcina etajului final este primarul transformatorului de

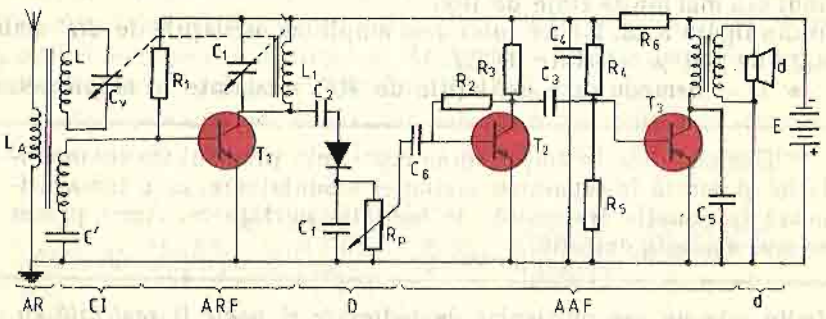


Fig. 8.41

ieşire care asigură cuplajul inductiv între amplificator şi difuzor. În figura 8.38 b prezentăm schema bloc a radioreceptorului, iar în figura 8.41 schema reală a unui radioreceptor.

8.6. TUBURI ELECTRONICE

Pînă prin anii 1950 electronica s-a dezvoltat pe baza tuburilor electronice. De atunci, treptat, locul lor a fost luat de dispozitivele semiconductoare, astfel încît azi le găsim numai în aparatura electronică mai veche. Cu toate acestea, studiul lor prezintă interes nu numai din punct de vedere istoric ci şi pentru înţelegerea mai bună a principiilor ce stau la baza funcţionării diodei semiconductoare şi a tranzistorului. Prezentăm pe scurt şi această temă.

8.6.1. EMISIA ELECTRONICĂ

Fenomenul de expulzare a electronilor din metale sub influenţa unor factori exteriori se numeşte *emisie electronică*.

În § 2.2.4. am descris modul în care ocupă electronii liberi din metal nivelele energetice ale acestuia, în cadrul concepţiei mecanicii cuantice despre structura metalelor. Pentru explicarea fenomenului de emisie electronică reluăm în discuţie starea electronilor în metale şi ne limităm la analiza electronilor din banda de conducţie.

În condiţii normale de temperatură şi în absenţa unor agenţi exteriori electronii, de regulă, nu pot părăsi metalul. De ce? La orice temperatură peste 0 K electronii liberi din metale (gazul electronic) participă la mişcarea de agitaţie termică. Presupunem că un număr de electroni, a căror energie cinetică termică depăşeşte valoarea medie, reuşesc să iasă din metal. *Suprafaţa metalului rămîne încărcată pozitiv*, ceea ce face ca electronii ieşiţi din metal să fie atraşi înapoi de acesta. Se stabileşte, la orice temperatură, un echilibru dinamic, caracterizat prin aceea că *numărul electronilor ce ies din metal în unitatea de timp este egal cu numărul celor ce intră*. Deşi la temperaturi obişnuite numărul electronilor ce „joacă" la suprafaţa metalului este mic, sarcina lor negativă formează o peliculă de forma suprafeţei metalice, care împreună cu suprafaţa pozitivă a metalului realizează un strat dublu de sarcină de semn opus (un condensator). Cîmpul electric din acest „condensator" este orientat de la suprafaţa metalului spre exterior şi acţionează asupra electronilor cu o forţă dinspre exterior spre interiorul metalului. *Căderea de potenţial aso-*

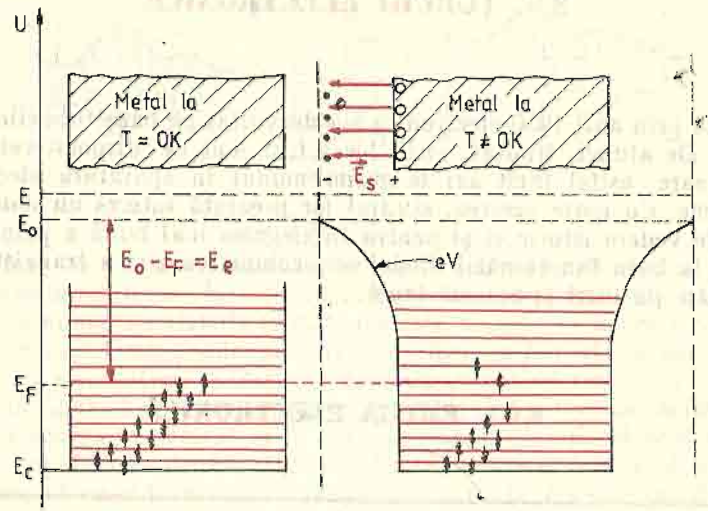


Fig. 8.41

ciată cîmpului de la suprafala metalului are loc în sens opus cîmpului (de la plus la minus). Deci, dacă la suprafaţa metalului potenţialul este zero, la locul stratului de sarcină negativă (la o distanţă de cîţiva Å) potenţialul este $-V$. Energia potenţială a electronului în acest potenţial, $U=(-e)\cdot(-V)=eV$, creşte de la suprafaţa metalului spre exterior, formînd o barieră energetică pentru electronii din metal.

În figura 8.41 ilustrăm variaţia energiei electronului cu distanţa în direcţia normală la suprafaţa metalului, în două situaţii: a) la $T=0$ K şi b) la $T\neq 0$ K. La $T=0$ K electronii liberi ocupă nivelele energetice din banda de conducţie a metalului de jos în sus, în perechi cu spinul opus (principiul de excluziune a lui Pauli), pînă la un nivel oarecare, numit nivel Fermi.

> Nivelul energetic din banda de conducţie a metalului cu cea mai mare energie, ocupat de electroni la $T=0$ K, se numeşte *nivel Fermi* al metalului.

E_c este energia nivelului cu cea mai mică energie din banda de conducţie (fundul benzii de conducţie). La $T\neq 0$ K, de exemplu la temperatura camerei, un număr de electroni de pe nivele situate sub nivelul Fermi pot cîştiga energie termică şi trec pe nivele situate deasupra nivelului Fermi. Acei electroni care cîştigă energie termică peste medie părăsesc

metalul şi contribuie la formarea barierei de energie care *împiedică ieşirea altor electroni din metal*. Prin urmare, metalul reprezintă pentru electronii liberi o groapă de energie, cu înălţimea pereţilor egală cu E_0. *Numai electronii cu energia $E > E_0$ pot părăsi cu adevărat metalul*. Deci pentru a scoate electroni din metal acestora trebuie să li se comunice, într-un mod oarecare, cel puţin energia $E_e=E_0-E_F$, numită energie de extracţie.

> Energia ce trebuie comunicată electronilor liberi ai unui metal pentru a fi scoşi din metal este egală cu diferenţa dintre energia maximă a barierei de potenţial de la suprafaţa metalului şi energia Fermi. Această energie se numeşte *energie de extracţie* sau *lucru de extracţie*.

Valoarea energiei de extracţie a electronilor din metale nu depăşeşte 10 eV. Împărţind energia de extracţie prin sarcina electronului obţinem potenţialul de extracţie, $V=E_e/e$(V).

La baza funcţionării tuburilor electronice stă fenomenul de emisie electronică a electronilor din metale. După modul în care se comunică electronilor metalului energia necesară ieşirii din metal se disting următoarele tipuri de emisie electronică:

— *emisie termoelectronică* (metalul se încălzeşte);

— *emisie de cîmp sau autoelectronică* (se crează la suprafaţa metalului în cîmp electric intens, opus cîmpului din stratul dublu, care smulge electronii din metal);

— *emisie secundară* (metalul este bombardat cu particule încărcate şi accelerate la energii suficient de mari);

— *emisie fotoelectronică* (metalul este iradiat cu radiaţie electromagnetică cu lungimea de undă corespunzătoare).

În tuburile electronice se foloseşte emisia termoelectronică.

> Fenomenul de emisie electronică din metale (sau alte materiale) prin încălzirea lor la temperaturi ridicate se numeşte *emisie termoelectronică*.

8.6.2. DIODA CU VID

• *Construcţia diodei*. Cel mai simplu tub electronic — dioda — este construită din patru părţi: *un balon de sticlă, doi electrozi* (anodul şi cato-

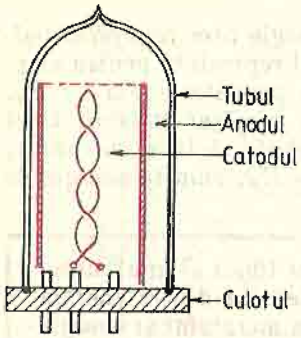


Fig. 8.42

dul) și *culotul* (fig. 8.42). După cum balonul de sticlă este vidat sau conține un gaz, avem *tub electronic cu vid* sau *tub electronic cu gaze*. Ne ocupăm de dioda cu vid.

• *Balonul* este vidat pînă la $p \cong 1{,}33 \cdot 10^{-4} N/m^2$ pentru a posibilitatea de ciocnire între electroni și moleculele de aer să fie cît mai mică cu putință.

• *Catodul* este un metal introdus în tub, care încălzit furnizează electronii necesari funcționării tubului; are și rol de electrod, care servește la crearea în tub a unui cîmp electric. *Catodul* poate fi *cu încălzire directă* sau *cu încălzire indirectă*. Catodul cu încălzire este un fir metalic, numit filament care atunci cînd este parcurs de curent se încălzește la incandescență (ca filamentul unui bec) și emite electroni. Filamentul este confecționat din wolfram pur, sau toriat, obținut prin depunerea unui strat de toriu pe firul de wolfram, sau din molibden activat cu oxizi de bariu sau stronțiu. Pentru încălzirea directă se folosește numai curent continuu. Catodul cu încălzire indirectă se realizează sub forma unui tub subțire de nichel sau tantal, pe care s-a depus un strat de substanță termoelectroemisivă (un amestec de oxizi de bariu și stronțiu), în interiorul căruia, și izolat electric de el, se găsește filamentul destinat încălzirii tubului. Pentru că de data aceasta catodul nu este legat la sursa de curent pentru încălzire (filamentul este legat) în cazul *catodului cu încălzire indirectă* încălzirea se poate face și în curent alternativ.

• *Anodul* este al doilea electrod introdus în tubul vidat care împreună cu catodul creează în tub cîmp electric. Forma anodului diferă de la tub la tub, însă forma lui trebuie să asigure colectarea unui număr cît mai mare de electroni emiși de catod. În cazul catodului liniar, anodul are forma unui cilindru pe axul căruia se află filamentul.

• *Culotul* (soclul) este partea tubului, confecționată din material izolator (ceramic sau mase plastice) prin care se scot din tub capetele electrozilor, pentru a putea fi legate în circuit.

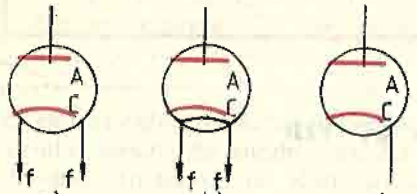


Fig. 8.43

Schema de circuit a diodei este prezentată în figura 8.43: a) diodă cu încălzire directă; b) diodă cu încălzire indirectă; c) diodă în care nu este indicat modul de încălzire.

• *Funcționarea diodei*. Luăm în discuție o diodă al cărui catod are

încălzire directă (Fig. 8.44 a). *Bateria de filament* B_f furnizează filamentului (care coincide cu catodul) un curent electric care-l aduce în stare de incandescență. Filamentul incandescent emite un număr mare de electroni care formează în jurul catodului (devenit pozitiv) un nor de sarcină spațială negativă. Între norul de sarcină negativă și catodul pozitiv

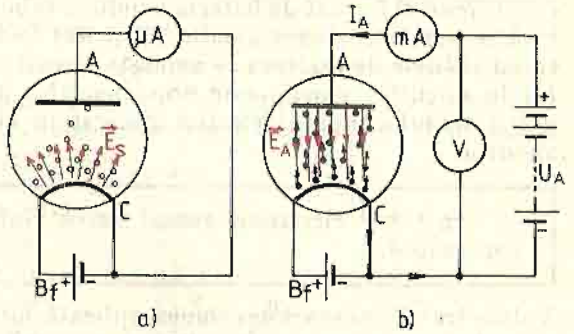


Fig. 8.44

se creează un cîmp electric $\vec{E}_s$ (de la catod spre sarcină) a cărui forță are tendința să readucă electronii înapoi în filament. Se stabilește un echilibru dinamic în care densitatea sarcinii spațiale rămîne constantă în timp. Foarte puțini din electronii norului de sarcină spațială ajung pînă la anod. Totuși, *electronii ajunși la anod vor reveni la catod prin firul exterior*, deoarece catodul este mai pozitiv decît anodul (are lipsă de electroni), *formînd* curentul anodic rezidual ($\approx 1\mu A$).

Între capătul legat la polul negativ al bateriei B_f *și anod aplicăm o diferență de potențial de la o baterie* B_A, *numită* baterie anodică, *astfel încît polul ei plus să fie legat la anod* (fig. 8.44 b). Diferența de potențial creată între anod și catod de bateria anodică instaurează între anod și catod un cîmp electric $\vec{E}_A > \vec{E}_s$ (orientat de la anod spre catod) opus cîmpului $\vec{E}_s$. Asupra electronilor din sarcina spațială acest cîmp acționează cu o forță orientată spre anod.

Astfel, sub influența tensiunii anodice electronii emiși de filament se îndreaptă spre anod și sînt captați de acesta din urmă. Rămas fără sarcină spațială negativă în jur, catodul emite noi electroni, care se vor deplasa spre anod. Electronii captați de anod ajung la polul pozitiv al bateriei anodice unde sînt preluați de forța cîmpului electric imprimat de baterie și aduși la polul minus al bateriei, de unde sînt furnizați catodului. Prin tubul electronic și prin bateria anodică se stabilește un curent electric I_A numit curent anodic.

Sub influența tensiunii anodice în tubul electronic cu vid, în care filamentul emite electroni, se stabilește un curent electric *numit curent anodic*.

Circuitul format de bateria anodică, tubul electronic și firele de legătură se numește circuit anodic. Circuitul format de bateria de filament, catod și firele de legătură se numește circuit de filament. Sensul curentului în circuitul anodic este opus sensului de deplasare a electronilor, avînd sensul cîmpului electric generat în circuitul exterior de bateria anodică.

În tubul electronic sensul curentului anodic este de la anod spre catod.

Voltmetrul V măsoară tensiunea aplicată între anod și catod iar ampermetrul A a măsoară intensitatea curentului anodic. Bateria anodică furnizează tensiune pozitivă $U_A > 0$ cînd anodul este legat la polul plus al bateriei și tensiune negativă în caz contrar.

8.6.3. CARACTERISTICA DIODEI CU VID

Graficul dependenței curentului anodic de tensiunea anodică, la curent de filament constant, se numește *caracteristică volt-amperică anodică a diodei*: $I_A = f(U_A)$.

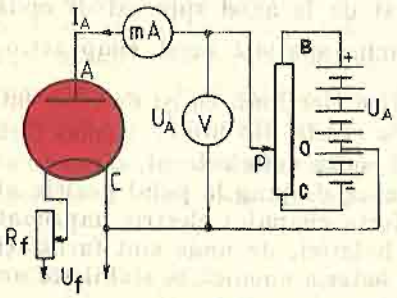


Fig. 8.45

Completînd circuitul din figura 8.44 a cu un rezistor-potențiometru în circuitul anodic și cu un rezistor-reostat în circuitul filamentului, cum arătăm în figura 8,45, avem posibilitatea să modificăm atît tensiunea anodică cît și curentul de filament. Acest circuit permite „ridicarea" caracteristicii anodice a diodei. Pentru aceasta deplasăm cursorul potențiometrului din capătul C spre capătul B. În poziția C tensiunea anodică este negativă ($U_A < 0$). Anodul este mai negativ decît catodul astfel că orientarea *cîmpului electric anodic va fi aceeași cu a cîmpului electric creat de sarcina spațială*. Ca urmare, nici cei mai energetici electroni nu pot ajunge la anod.

Cînd tensiunea anodică este negativă curentul anodic este nul.

Deplasînd cursorul potențiometrului din C spre B tensiunea anodică negativă scade. La o anumită tensiune anodică negativă în circuit apare un curent anodic, care crește cu micșorarea tensiunii anodice. Cînd cursorul ajunge în 0 tensiunea anodică este nulă. Valoarea corespunzătoare a curentului, notată cu I_0, este *intensitatea curentului rezidual* (fig. 8.46). Deplasînd în continuare cursorul spre punctul B tensiunea anodică ia valori pozitive ($U_A > 0$) crescătoare. Pînă la valoarea U_{AS} a tensiunii anodice se constată o creștere neliniară a curentului anodic cu creșterea tensiunii anodice (porțiunea ab a caracteristicii). Pentru intervalul $0 < U_A < U_{AS}$, dependența intensității curentului anodic de tensiunea anodică este dată de *formula lui Langmuir*,

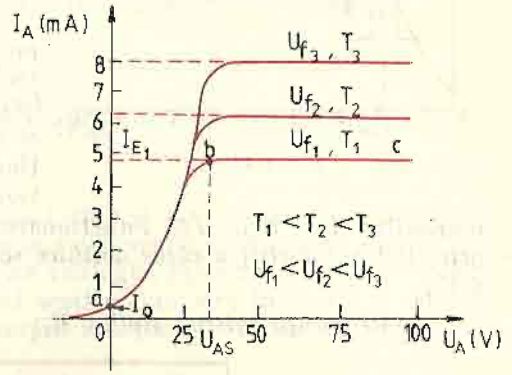


Fig. 8.46

$$I_A = KU_A^{3/2} \qquad (8.38)$$

cunoscută sub numele de *legea în 3/2*. Constanta K, care depinde de factori geometrici legați de construcția tubului, se numește perveanță și se exprimă în $A/V^{3/2}$. Regiunea ab *a caracteristicii corespunde* regimului de sarcină spațială. În această regiune curentul este limitat de sarcina spațială din tub.

Creșterea tensiunii anodice pozitive peste valoarea U_{AS} nu determină creșterea curentului anodic (regiunea bc a caracteristicii). Valoarea curentului anodic constant, obținut la tensiunea U_{AS}, și peste aceasta, se numește intensitatea de saturație a curentului anodic. Constanța curentului anodic la tensiuni peste U_{AS}, numită tensiune de saturație se explică astfel. La tensiunea U_{AS} numărul electronilor captați de anod în unitatea de timp este egal cu numărul electronilor emiși de catod în unitatea de timp. Notînd prin I_E curentul de emisie al catodului (sarcina electrică ce iese prin suprafața catodului în unitatea de timp) vom avea $I_A = I_{AS} = I_E$. Se înțelege că pentru a obține curent anodic de saturație mai mare este necesar a mări curentul de emisie al anodului, ceea ce se poate

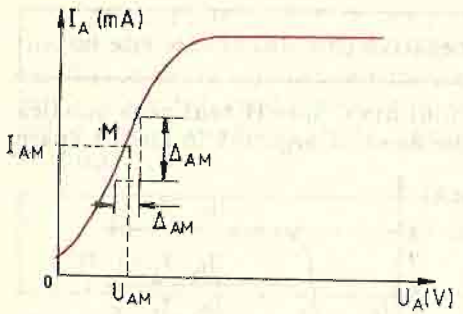


Fig. 8.47

obține mărind intensitatea curentului prin filament, adică mărind temperatura filamentului. Pe figura 8.46 ilustrăm curentul de saturație la trei temperaturi de filament diferite: $T_1 < T_2 < T_3$.

• *Parametrii diodei cu vid.* Comportarea diodei în circuit se caracterizează cu ajutorul unor mărimi fizice numite parametri. Parametrii se pot defini în orice punct de funcționare al diodei. Un punct de funcționare este definit prin valori date mărimilor I_A, U_A, I_f. Funcționarea diodei poate fi caracterizată *prin trei parametrii* a căror definire se poate înțelege urmărind figura 8.47.

• *Rezistența internă statică* R_i:

$$R_i(\Omega) = \left[\frac{U_{AM}(\mathrm{V})}{I_{AM}(\mathrm{A})}\right]_{I_f=\text{const.}} \qquad (8.39)$$

• *Rezistența internă dinamică* R_d:

$$R_d(\Omega) = \left[\frac{\Delta U_{AM}(\mathrm{V})}{\Delta I_{AM}(\mathrm{A})}\right]_{I_f=\text{const.}} \qquad (8.40)$$

Corelat cu rezistența dinamică se definește panta S a diodei, ca fiind mărimea inversă rezistenței dinamice:

$$S(\Omega^{-1}) = \frac{1}{R_d(\Omega)}$$

• *Puterea disipată pe anod.* Accelerați de cîmpul electric anodic E_A, electronii ajung la anod cu viteze foarte mari ($v \geqslant 10^4$m/s). La ciocnire cu anodul se opresc brusc, cedînd energia lor cinetică anodului, care se încălzește. *În timpul funcționării diodei temperatura anodului nu trebuie să depășească o valoare, maximă admisă.* Limitarea temperaturii anodului se face limitînd fie intensitatea curentului anodic, fie tensiunea

anodică, fie ambele mărimi. Parametrul care determină puterea disipată pe anod este

$$P_a = I_A \cdot U_A(\mathrm{W}) \qquad (8.41)$$

Puterea maximă admisă este trecută în cataloagele de tuburi.

8.6.4. REDRESAREA CURENTULUI ALTERNATIV

Principalele aplicații ale diodei cu vid sînt: *redresarea curentului alternativ, detectarea semnalelor de audiofrecvență, formator de semnal* (de impulsuri de exemplu) etc. Datorită analogiei perfecte ce există în funcționarea diodei cu vid și a diodei semiconductoare în aceste funcțiuni (§ 8.2.3.—8.2.5) ne oprim doar asupra funcționării diodei cu vid ca redresor.

Proprietatea fundamentală a diodei cu vid este următoarea:

> Dioda cu vid conduce curentul electric prin circuitul anodic cînd la anod se aplică tensiunea pozitivă (față de catod) și nu conduce curentul electric prin circuitul anodic cînd la anod se aplică tensiune negativă (față de catod).

Pe baza acestei proprietăți analizăm forma tensiunii la bornele rezistorului de sarcină R_s din figura 8.48 a. Tensiunea alternativă u_1, aplicată primarului transformatorului Tr, induce în secundarul acestuia tensiunea alternativă u_2. Secundarul transformatorului fiind inclus în

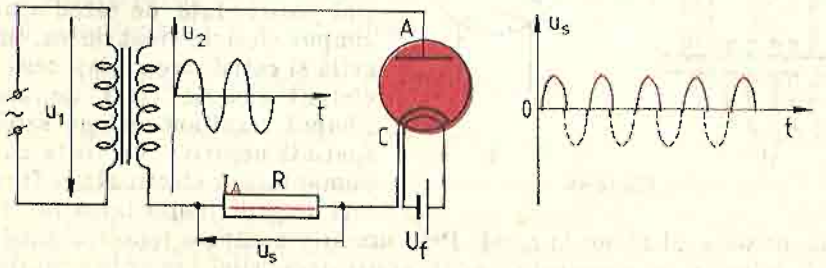


Fig. 8.48

circuitul anodic rezultă că potențialul anodului față de catod își schimbă periodic semnul. Ca urmare, *cînd la anod este aplicată alternanța pozitivă a tensiunii alternative* u_2 prin rezistorul R_s trece curent *în sensul indicat de săgeată, iar cînd la anod este aplicată alternanța negativă*, prin R_s nu trece curent. Forma căderii de tensiune pe rezistorul R_s este arătat în figura 8.48 b. Comparînd această tensiune cu cea redresată de dioda semiconductoare (figura 8.8 c) rezultă identitatea între semnalele redresate.

Folosind două diode cu vid, legate în opoziție, în locul diodelor semiconductoare din figura 8.13 a sau patru diode cu vid în locul celor patru diode semiconductoare din figura 8.14, se poate realiza redresarea ambelor alternanțe ale curentului alternativ. De asemenea, circuitele de netezire și parametrii ce caracterizează redresorul cu diode cu vid sînt identice cu cele prezentate în cazul redresorului cu diode semiconductoare. Ceea ce *diferă* este *dimensiunea redresorului, durata sa de funcționare, consumul de energie electrică*. Toate aceste caracteristici favorizează diodele semiconductoare.

8.6.5. TRIODA

• *Construcția triodei*. Din punct de vedere constructiv trioda se poate obține din dioda cu vid dacă între catod și anod se introduce al treilea electrod, sub forma unei plase de sîrmă sau a unei spirale (fig. 8.49 a) numită *grilă*.

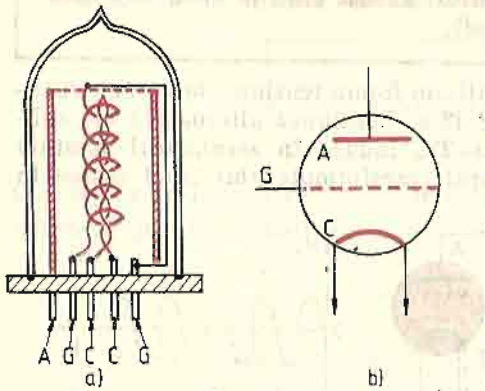


Fig. 8.49

• *Funcționarea triodei*. Circuitul în care funcționează trioda are două părți: a) *circuitul anodic* și b) *circuitul de grilă* (fig. 8.50). Dacă grila are potențial pozitiv față de catod atunci cîmpul electric creat de ea, între grilă și catod, are același sens cu cîmpul electric creat de anod. Cîmpul rezultant atrage sarcina spațială negativă. Cu toate că un număr mic de electroni vor fi captați de grilă majoritatea lor trec prin aceasta și ajung la anod. Prin urmare, pentru o tensiune anodică dată, intensitatea curentului anodic crește dacă grilei i se aplică tensiune crescătoare pozitivă $U_G > 0$. Invers, dacă grilei i se aplică tensiune negativă, cîmpul creat de ea între grilă și catod este opus cîmpului creat de anod. Cîmpul grilei respinge sarcina spațială negativă spre catod. Numărul electronilor ce reușesc să treacă prin grilă și să ajungă la anod se micșorează. Ca urmare, pentru o tensiune anodică dată intensitatea curentului anodic scade cînd grilei i se aplică tensiunea crescătoare negativă $U_G < 0$. Din cele de mai sus rezultă:

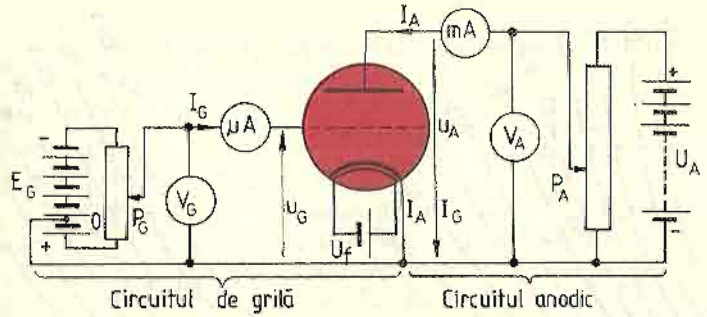


Fig. 8.50

> În triodă intensitatea curentului anodic depinde nu numai de valoarea tensiunii anodice ci și de valoarea tensiunii de grilă; pentru o valoare dată a tensiunii anodice valoarea curentului anodic este comandată de tensiunea aplicată grilei.

De regulă, tensiunea aplicată grilei în circuitele cu triodă este negativă, cum arătăm în figura 8.50.

• *Caracteristicile statice ale triodei*. Pentru triodă sînt importante două caracteristici volt-amperice:

— *caracteristica anodică*: $I_A = f(U_A)_{U_G = const.}$

— *caracteristica de grilă*: $I_A = f(U_G)_{U_A = const.}$

> 1. Graficul dependenței curentului anodic de tensiunea anodică, la tensiune de grilă constantă, se numește *caracteristică anodică*.

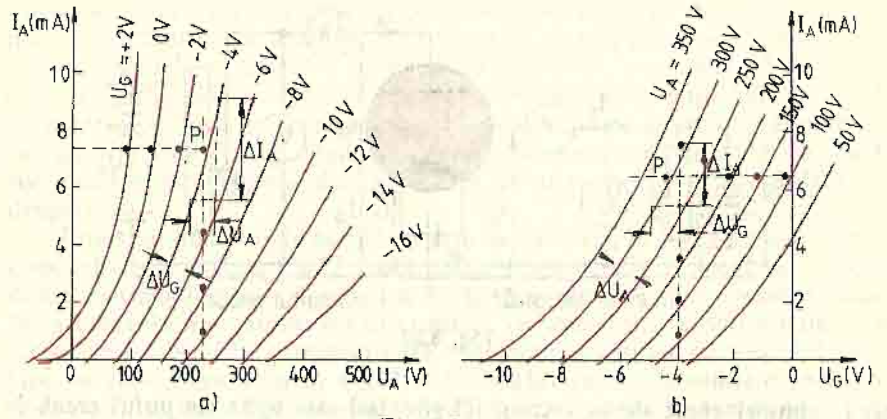


Fig. 8.51

2. Graficul dependenței curentului anodic de tensiunea de grilă, la tensiune anodică constantă, se numește *caracteristică de grilă.*

Ambele caracteristici pot fi trasate cu ajutorul circuitului din figura 8.50. Ridicînd caracteristica anodică (de grilă) la valori diferite ale tensiunii de grilă (anodice) obținem o „familie" de caracteristici anodice (de grilă). În figura 8.51 a prezentăm familia caracteristicilor anodice iar în figura 8.51 b familia caracteristicilor de grilă. Cum se poate observa pe figură:

a) *pentru aceeași tensiune anodică intensitatea curentului anodic este diferită la tensiuni de grilă diferite;*

b) *pentru aceeași tensiune de grilă intensitatea curentului anodic este diferită la tensiuni anodice diferite.*

Din aceste două afirmații rezultă că intensitatea curentului anodic este funcție atît de tensiunea anodică cît și de tensiunea de grilă: $I_A = f(U_A, U_G)$. Deoarece grila este mult mai aproape de catod decît anodul tensiunea de grilă influențează mai puternic curentul anodic decît îl influențează tensiunea anodică.

În timpul funcționării triodei curentul catodului se ramifică în curentul de grilă I_G și curentul anodic I_A (vezi figura 8.50). Prin urmare curentul catodului sau curentul total în tub este $I = I_G + I_A$. Pentru că de regulă $I_G << I_A$ ecuația triodei se poate scrie sub forma:

$$I \cong I_A = f(U_G, U_A) \tag{8.42}$$

• *Parametrii triodei.* În regim static calitatea unei triode poate fi precizată prin trei parametri:

— *rezistența internă* R_i;

— *panta* S;

— *factorul de amplificare* μ.

Parametrii se definesc într-un punct de funcționare al triodei, determinat de oricare două din mărimile I_A, U_A și U_G. Ei pot fi definiți pornind de la ecuația triodei (8.42). Exprimăm variația curentului anodic la variația tensiunilor U_G și U_A, ca suma variațiilor determinate de variația uneia din mărimi cînd cealaltă este menținută constantă. Obținem:

$$\Delta I_A = \left(\frac{\Delta I_A}{\Delta U_G}\right)_{U_A=\text{const.}} \Delta U_G + \left(\frac{\Delta I_A}{\Delta U_A}\right)_{U_G=\text{const.}} \Delta U_A \tag{8.43}$$

unde

$$\left(\frac{\Delta I_A}{\Delta U_G}\right)_{U_A=\text{const.}} = -S \tag{8.44}$$

este coeficientul de proporționalitate între creșterea curentului anodic și creșterea tensiunii de grilă și se numește panta triodei iar

$$\left(\frac{\Delta I_A}{\Delta U_A}\right)_{U_G=\text{const.}} = \frac{1}{R_i} \tag{8.45}$$

este coeficientul de proporționalitate dintre creșterea curentului anodic și creșterea tensiunii anodice și este egal cu inversul rezistenței interne a triodei. Împărțind (8.43) prin ΔU_G și înlocuind apoi expresiile (8.44) și (8.45) obținem:

$$\frac{\Delta I_A}{\Delta U_G} = -S + \frac{1}{R_i}\left(\frac{\Delta U_A}{\Delta U_G}\right) \tag{8.46}$$

Impunînd în (8.46) condiția ca variațiile ΔU_A și ΔU_G să aibă loc de așa manieră încît creșterea rezultantă a curentului anodic să fie nulă, adică să avem $\Delta I_A = 0$, din (8.46) rezultă:

$$0 = -S + \frac{1}{R_i}\left(\frac{\Delta U_A}{\Delta U_G}\right)_{I_A=\text{const.}}$$

Mărimea adimensională

$$\mu = \left(\frac{\Delta U_A}{\Delta U_G}\right)_{I_A=\text{const.}} \qquad (8.47)$$

se numește factor de amplificare al triodei. Între cei trei parametri există relația: $\mu = SR_i$.

În concluzie, parametrii triodei se definesc astfel:

> Rezistența internă a triodei este raportul dintre variația tensiunii anodice și variația curentului anodic determinată de ea, cînd tensiunea de grilă rămîne constantă.

> Panta triodei este raportul, cu semnul minus, dintre variația curentului anodic la o variație a tensiunii de grilă și valoarea variației tensiunii de grilă, cînd tensiunea anodică rămîne constantă.

> Coeficientul de amplificare al triodei este raportul dintre variația tensiunii anodice și variația tensiunii de grilă care lasă valoarea curentului anodic neschimbată.

Parametrii triodei pot fi determinați direct din graficul familiei de caracteristici anodice sau de grilă, cum am ilustrat pe figura 8.51.

• *Utilizările principale ale triodei* sînt: amplificarea tensiunii și puterii, generarea semnalelor sinusoidale sau de alte forme, modularea și demodularea semnalelor etc.

Din cele de mai sus rezultă analogia, aproape perfectă, între trioda cu vid și trioda semiconductoare numită tranzistor.

— *emitorul* triodei cu vid este catodul;
— *colectorul* triodei cu vid este anodul;
— *baza* triodei cu vid este grila.

În §8.3.2. am arătat cum polarizînd corespunzător joncțiunea bază-emitor am putut controla și comanda curentul în circuitul colectorului. Tot așa, aplicînd între grilă și catod o tensiune putem controla și comanda intensitatea curentului anodic. Din acest motiv, toate funcțiunile din circuitele electronice îndeplinite cu cîțiva ani în urmă de trioda cu vid au putut fi preluate azi de tranzistor, cu multe avantaje în favoarea acestuia.

Mărimile fizice electromagnetice

Nr. crt.	Mărimea fizică				Unitatea S.I. a mărimii fizice	
	Denumirea	Simbolul	Formula de definiție	Dimensiunea	Denumirea	
1	Intensitatea curentului electric	I	Mărimea fundamentală în S.I. $\frac{F}{l}=\frac{\mu_0 I_1 \cdot I_2}{2\pi d}$	I	amper	
2	Permeabilitatea vidului	μ_0	$\frac{F}{l}=\frac{\mu_0 I_1 \cdot I_2}{2\pi d}$	$LMT^{-2}I^{-2}$	newton pe amper la pătrat sau henry pe metru	
3	Permitivitatea vidului	ε_0	$\varepsilon_0=\frac{1}{c^2\mu_0}$	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	farad pe metru	
4	Densitatea de curent	j	$j=\frac{I}{S}$	$L^{-2}I$	amper pe metru pătrat	
5	Sarcina electrică	Q, q	$Q=I \cdot t$	TI	coulomb	
6	Densitatea volumică de sarcină	ρ	$\rho=\frac{Q}{V}$	$L^{-3}TI$	coulomb pe metru cub	
7	Densitatea de suprafață a sarcinii electrice	σ	$\sigma=\frac{Q}{S}$	$L^{-2}TI$	coulomb pe metru pătrat	
8	Densitatea liniară de sarcină electrică	λ	$\lambda=\frac{Q}{l}$	$L^{-1}TI$	coulomb pe metru	
9	Intensitatea cîmpului electric	E	$E=\frac{F}{q}$ $E=\frac{U}{d}$	$LMT^{-3}I^{-1}$	newton pe coulomb sau volt pe metru	

și unitățile lor în S.I.

Simbolul	Exprimarea în unități fundamentale	Definiția
A	A	Intensitatea curentului electric constant, care menținut în două conductoare paralele, rectilinii, de lungime infinită și de secțiune circulară neglijabilă, situate în vid la distanța de 1 metru unul de altul, produce o forță de interacțiune între acestea egală cu $2 \cdot 10^{-7}$N pe fiecare metru de lungime a conductorilor.
N/A^2, H/m	$mkgs^{-2}A^{-2}$	$\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}N/A^2$ – reprezintă constanta de proporționalitate în expresia forței de interacțiune între doi curenți aflați în mediul etalon care este vidul.
F/m	$m^{-3}kg^{-1}s^4A^2$	$\varepsilon_0=8\,855 \cdot 10^{-12}$ F/m – reprezintă constanta de proporționalitate în expresia forței de interacțiune între două sarcini punctiforme în mediul etalon, care este vidul.
A/m^2	$m^{-2}A$	Densitatea curentului de un amper, uniform repartizat pe secțiunea transversală a unui conductor avînd aria egală cu 1 metru pătrat.
C	$s \cdot A$	Sarcina electrică transportată prin secțiunea transversală a unui conductor de către un curent electric constant cu intensitatea de un amper, în timp de o secundă.
C/m^3	$m^{-3}s \cdot A$	Densitatea volumică de sarcină rezultată în urma distribuirii uniforme a sarcinii de 1 C într-un volum egal cu 1 m^3.
C/m^2	$m^{-2}s \cdot A$	Densitatea de suprafață de sarcină, rezultată în urma distribuirii uniforme a sarcinii de 1 C pe o suprafață cu aria de 1 m^2.
C/m	$m^{-1}s \cdot A$	Densitatea liniară de sarcină rezultată în urma distribuirii uniforme a sarcinii de 1 C pe o linie cu lungimea de 1 m.
N/C sau V/m	$mkgs^{-3}A^{-1}$	Intensitatea cîmpului omogen în care asupra sarcinii electrice egală cu 1 C acționează o forță egală cu 1 N.

Nr. crt.	Mărimea fizică				Unitatea S.I. a mărimii fizice		
	Denumirea	Simbolul	Formula de definiţie	Dimensiunea	Denumirea	Simbolul	Exprimarea în unităţi fundamentale	Definiţia
10	Tensiunea electrică sau diferenţa de potenţial	U	$U=V_1-V_2=E\cdot d$ $L=q\,(V_1-V_2)$	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	volt	V	$m^2kgs^{-3}A^{-1}$	1) Tensiunea între plăcile unui condensator plan cu plăcile la distanţa de 1 m, cînd între ele există cîmp electric omogen cu intensitatea de 1 V/m. 2) Diferenţa de potenţial între două puncte din cîmpul electric între care pentru a deplasa sarcina electrică de 1 C trebuie efectuat lucrul mecanic egal cu 1 J. 3) Potenţialul punctului din cîmpul electric în care energia potenţială a sarcinii de 1 C este egală cu 1 J.
	Tensiunea electromotoare	$\mathcal{E}$	$\mathcal{E}=\int_C \vec{E}\cdot\vec{ds}$					
	Potenţialul electric	V	$V=\frac{W}{q}$					
11	Momentul de dipol electric	$\vec{p}$	$\vec{p}=q\vec{l}$	LTI	coulombmetru	C · m	m · s · A	Momentul dipolului electric cu sarcinile egale cu 1 C situate una de alta la distanţa de 1 m.
12	Polarizarea electrică	$\vec{P}$	$P=\sigma_l$	$L^{-2}TI$	coulomb pe metru pătrat	C/m^2	$m^{-2}s\cdot A$	Polarizarea care determină apariţia pe feţele normale vectorului polarizare ale dielectricului a unei sarcini induse cu densitatea superficială egală cu 1 C/m^2
13	Fluxul cîmpului electric	Φ_E	$\Phi=E\cdot S$	$LMT^{-3}I^{-1}$	volt-metru	V · m	$mkgs^{-3}A^{-1}$	Fluxul cîmpului electric omogen cu intensitatea de 1 V/m printr-o suprafaţă cu aria de 1 m^2, normală la liniile de cîmp.
14	Cîmpul electric D (deplasarea electrică)	D	$D=\frac{q}{4\pi r^2}$	$L^{-2}TI$	coulomb pe metru pătrat	C/m^2	$m^{-2}s\cdot A$	Cîmpul electric într-un mediu dielectric creat de o sarcină egală cu 4 π coulombi, într-un punct aflat la distanţa de 1 m de sarcină.
15	Permitivitatea	ε	$D=\varepsilon E$	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	farad pe metru	F/m	$m^{-3}kg^{-1}s^4A^2$	Permitivitatea unui mediu omogen şi izotrop în care cîmpul electric E, cu valoarea de 1 volt pe metru determină un cîmp electric D cu valoarea de 1 coulomb pe metru pătrat.
16	Capacitatea electrică	C	$C=\frac{Q}{V}$	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	farad	F	$m^{-2}kg^{-1}s^4A^2$	Capacitatea conductorului care încărcat cu sarcina electrică de 1 C, capătă potenţialul electric egal cu 1 V.
17	Rezistenţa electrică (în curent continuu)	R	$R=\frac{U}{I}$	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	ohm	Ω	$m^2kgs^{-3}A^2$	Rezistenţa electrică dintre două secţiuni transversale ale unui conductor filiform şi fără surse, între care aplicînd tensiunea electrică de 1 volt se stabileşte un curent electric constant de un amper.
18	Conductanţa electrică (în curent continuu)	G	$G=\frac{1}{R}$	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	siemens sau mho (sau ohm la minus unu)	Ω^{-1}	$m^{-2}kg^{-1}s^3A^2$	Conductanţa conductorului a cărui rezistenţă este egală cu 1 ohm.
19	Rezistivitatea electrică	ρ	$\rho=R\frac{S}{l}$	$L^3MT^{-3}I^{-2}$	ohm-metru	Ω · m	$m^3kgs^{-3}A^{-2}$	Rezistivitatea unui material din care un conductor omogen şi izotrop, cu lungimea de 1 metru şi aria secţiunii transversale de 1 metru pătrat, are rezistenţa electrică egală cu 1 ohm.

Nr. crt.	Mărimea fizică				Unitatea S.I. a mărimii fizice		
	Denumirea	Simbolul	Formula de definiție	Dimensiunea	Denumirea	Simbolul	Exprimarea în unități fundamentale	Definiția
20	Conductivitatea electrică	σ	$\sigma = \frac{1}{\rho}$	$L^{-3}M^{-1}T^{3}I^{2}$	siemens pe metru	$\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$	$m^{-3}kg^{-1}s^{3}A^{2}$	Conductivitatea electrică a unui material a cărui rezistivitate este egală cu 1 ohm-metru.
21	Energia electrică	W	$W = U \cdot I \cdot t$	$L^{2}MT^{-2}$	joule	J	$m^{2}kgs^{-2}$	Energia electrică dezvoltată în timp de 1 secundă, într-un circuit electric parcurs de un curent electric constant cu intensitatea de 1 amper, cînd tensiunea electrică aplicată la bornele circuitului este de 1volt.
22	Puterea electrică	P	$P = U \cdot I$	$L^{2}MT^{-3}$	watt	W	$m^{2}kgs^{-3}$	Puterea electrică în (curent continuu) primită de un circuit electric parcurs de un curent electric constant cu intensitatea de 1 amper, cînd tensiunea electrică la bornele circuitului este de 1 volt.
23	Cîmpul magnetic B (inducția magnetică)	B	$F = qvB$	$MT^{-2}I^{-1}$	tesla	T	$kgs^{-2}A^{-1}$	Cîmpul magnetic (inducția magnetică) a unui cîmp magnetic omogen care exercită forța de 1 newton asupra unei sarcini de 1 coulomb, cînd aceasta se deplasează în vid cu viteza constantă de 1 metru pe secundă, în direcția normală la liniile cîmpului magnetic.
24	Fluxul cîmpului magnetic B	Φ_B	$\Phi_B = B \cdot S$	$L^{2}MT^{-2}I^{-1}$	weber	Wb	$m^{2}kgs^{-2}A^{-1}$	Fluxul magnetic creat de un cîmp magnetic omogen cu valoarea de 1 tesla printr-o suprafață plană cu aria de 1 metru pătrat, dispusă normal la liniile cîmpului.
25	Cîmpul magnetic H (intensitatea cîmpului magnetic)	H	$H = \frac{I}{2\pi d}$	$L^{-1}I$	amper pe metru	A/m	$m^{-1}A$	Cîmpul magnetic H generat de un conductor liniar cu lungimea infinită și secțiunea neglijabilă, parcurs de un curent electric cu intensitatea egală cu 2π amperi, într-un punct aflat la distanța egală cu 1 metru de conductor.
26	Permeabilitatea	μ	$B = \mu H$	$LMT^{-2}I^{2}$	newton pe amper la pătrat sau henry pe metru	N/A^{2} H/m	$mkgs^{-2}A^{2}$	Permeabilitatea unui mediu omogen și izotrop în care un cîmp magnetic H cu valoarea de 1 amper pe metru, determină un cîmp magnetic B cu valoarea de 1 tesla.
27	Tensiunea magnetomotoare	$\mathcal{M}$	$\mathcal{M} = NI$	I	amper	A	A	Tensiunea magnetomotoare generată de un solenoid cu o singură spiră cînd aceasta este străbătută de un curent egal cu 1 amper.
28	Inductanța proprie (și inductanța mutuală)	L	$L = \frac{\Phi}{I}$	$L^{2}MT^{-2}I^{-2}$	henry	H	$m^{2}kgs^{-2}I^{-2}$	Inductanța proprie a unui circuit închis care fiind parcurs de un curent constant egal cu 1 amper, produce prin suprafața mărginită de circuit un flux magnetic propriu egal cu 1 weber.
29	Momentul magnetic	m	$m = IS$	$L^{2}I$	amper-metru pătrat	$A \cdot m^{2}$	$m^{2}A$	Momentul magnetic al unui curent închis plan cu intensitatea de 1 amper, care mărginește o suprafață cu aria egală cu 1 metru pătrat.

Nr. crt.	Mărimea fizică				Unitatea S.I. a mărimii fizice		
	Denumirea	Simbolul	Formula de definiție	Dimensiunea	Denumirea	Simbolul	Exprimarea în unități fundamentale	Definiția
30	Intensitatea de magnetizare	M	$M = \frac{m}{V}$	$L^{-1}I$	amper pe metru	A/m	$m^{-1}A$	Magnetizarea care determină apariția unui moment magnetic de 1 amper-metru pătrat într-un volum de material egal cu 1 metru cub.
31	Reluctanța	$\mathcal{R}$	$\mathcal{M} = \mathcal{R}\Phi_B$	$L^{-2}M^{-1}T^2I^2$	henry la minus unu	H^{-1}	$m^{-2}kg^{-1}s^2A^2$	Reluctanța unui circuit magnetic prin care fluxul magnetic egal cu 1 weber produce o tensiune magnetomotoare egală cu 1 amper.
32	Impedanța	Z	$Z = \frac{U}{I}$	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	ohm	Ω	$m^2kgs^{-2}A^{-2}$	Impedanța unui circuit electric pasiv parcurs de un curent electric alternativ sinusoidal, a cărui intensitate are valoarea efectivă de 1 amper, cînd tensiunea electrică aplicată la bornele sale are valoarea efectivă egală cu 1 volt.
33	Admitanță	Y	$Y = \frac{1}{Z}$	$L^{-2}M^{-1}T^2I^2$	ohm la minus unu	Ω^{-1}	$m^{-2}kg^{-1}s^2A^2$	Admitanța unui circuit electric pasiv a cărui impedanță este egală cu 1 ohm.
34	Reactanță inductivă	X_L	$X_L = L\omega$	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	ohm	Ω	$m^2kgs^{-2}A^{-2}$	Reactanța unei bobine cu inductanță proprie egală cu 1 henry cînd este parcursă de un curent alternativ sinusoidal cu frecvența unghiulară cu 1 radian pe secundă.
35	Reactanța capacitivă	X_C	$X_C = \frac{1}{C\omega}$	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	ohm	Ω	$m^2kgs^{-2}A^{-2}$	Reactanța unui condensator cu capacitatea egală cu 1 farad, cînd este parcurs de un curent alternativ sinusoidal cu frecvența unghiulară egală cu 1 radian pe secundă.
36	Susceptanță inductivă	B_L	$B_L = \frac{1}{L\omega}$	$L^{-2}M^{-1}T^2I^2$	ohm la minus unu	Ω^{-1}	$m^{-2}kg^{-1}s^2A^2$	Susceptanța unei bobine cu reactanța egală cu 1 ohm.
37	Susceptanță capacitivă	B_C	$B_C = C\omega$	$L^{-2}M^{-1}T^2I^2$	ohm la minus unu	Ω^{-1}	$m^{-2}kg^{-1}s^2A^2$	Susceptanța unui condensator cu reactanța egală cu 1 ohm.
38	Puterea electrică activă	P_R	$P_R = UI\cos\varphi$	L^2MT^{-3}	watt	W	m^2kgs^{-3}	Puterea (electrică) activă primită de un circuit electric parcurs de un curent electric alternativ sinusoidal, a cărui intensitate are valoarea efectivă de 1 amper, cînd tensiunea electrică la bornele circuitului are valoarea efectivă de 1 volt, iar tensiunea și curentul oscilează în fază.
39	Puterea electrică reactivă	P_r	$P_r = UI\sin\varphi$	L^2MT^{-3}	var	VAR	m^2kgs^{-3}	Puterea electrică reactivă primită de un circuit electric parcurs de un curent electric alternativ sinusoidal, a cărui intensitate are valoarea efectivă egală cu 1 amper, cînd tensiunea electrică aplicată la bornele circuitului are valoarea efectivă egală cu 1 volt, iar defazajul între tensiune și curent este egal cu $\pi/2$ radiani.

Nr. crt.	Mărimea fizică				Unitatea S.I. a mărimii fizice		
	Denumirea	Simbolul	Formula de definiție	Dimensiunea	Denumirea	Simbolul	Exprimarea în unități fundamentale	Definiția
40	Puterea electrică aparentă	S	$S=UI$	L^2MT^{-3}	volt-amper	V · A	m^2kgA^{-3}	Puterea (electrică) aparentă primită de un circuit electric parcurs de un curent electric alternativ sinusoidal, a cărui intensitate are valoarea efectivă egală cu 1 amper, cînd tensiunea electrică aplicată la bornele circuitului are valoarea efectivă egală cu 1 volt.
41	Densitatea volumică de energie radiantă	w	$w=\frac{W}{V}$	$L^{-1}MT^{-2}$	joule pe metru cub	J/m³	$m^{-1}kgs^{-2}$	Densitatea volumică a energiei radiației cînd la o distribuție uniformă în spațiu revine energia de 1 joule la un volum egal cu 1 metru cub.
42	Intensitatea radiației electromagnetice	I	$I=c \cdot w$	MT^{-3}	watt pe metru pătrat	W/m²	$kg \cdot s^{-3}$	Intensitatea radiației electromagnetice în care în fiecare secundă cade energia egală cu 1 joule pe orice suprafață cu aria de 1 metru pătrat, dispusă normal pe direcția de propagare a radiației.

BIBLIOGRAFIE

1. ALONSO M., FINN E. J. University physics, Addison-Wesley Publishing Company, 1972
2. ANGELESCU D., MOISIL D., MÜLLER L., PREDA A., Fizică, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti 1982
3. ANNEQUIN R., BOUTIGNY J., Cours de sciences physiques, Électricité 2, Vuibert, Paris, 1974.
4. BÓDI A., CIOARĂ P., Dispozitive şi circuite electronice, Litografia Universităţii Cluj-Napoca, 1980
5. BUECHE F. Introduction to Physics for Scientists and Engineers, McGraw-Hill Book Company, 1969
6. BUTIKOV E. I., BIKOV A. A., KONDRATIEV A. C., Fizica dlia postupaiuşcih v vuzov, Izd. „Nauka", Moscova, 1982
7. CREŢU T., Fizica generală, vol I., Editura tehnică, Bucureşti, 1984
8. CRISTEA GH. Fizica materialelor şi dispozitivelor semiconductoare, Lucrări de laborator, Litografia Universităţii Cluj-Napoca, 1973
9. CRISTEA GH. Curs de electricitate şi magnetism, Litografia Universităţii Cluj-Napoca, 1975
10. CRISTEA GH., ARDELEAN I., Elemente fundamentale de fizică, vol. I, Editura „Dacia", 1980
11. CRISTEA GH. Fizică vol. II. Litografia Universităţii Cluj-Napoca, 1981
12. DĂNILĂ T., IONESCU V. M., Componente şi circuite electronice, Manual pentru licee, cl. a XI-a. E.D.P. Bucureşti 1980
13. DUNCAN T. Advanced Physics, John-Murray, 1975
14. GHERBANOVSCHI N. şi alţii, Fizică, Manual pentru clasa a X-a. E.D.P. Bucureşti, 1984.
15. GHERBANOVSCHI N. şi alţii. Fizică, Manual pentru clasa a XI-a E.D.P. Bucureşti, 1984
16. GHEVORSKIAN P.G., Curs fiziki, Izd. „Vissaia şcola", Moscova, 1979
17. GRABOVSKII P. J. Curs fiziki, Izd. „Vissaia şcola", Moscova 1980
18. HALLIDAY D., RESNICK. R., Fizică, vol. II. E.D.P. Bucureşti, 1975
19. IAVORSKII B. M., PINSKII A. A., Osnovi fiziki, Izd. „Nauka", Moscova, 1981
20. IAVORSKII B. M., SELEZNIOV Y. A., Spravecinoe rukovodstvo po fizike, Izd. „Nauka", Moscova, 1979
21. INTA I., DUMITRU S. Complemente de fizică, E.D.P. Bucureşti, 1982
22. IRODOV I. E. Osnovnie zakoni electromagnetizma, Izd. „Vissaia şcola", Moscova, 1983
23. KAEMPFFER P. A., The Elements of Physics – A New Approach – Braisdall Publishing Company, 1972
24. KALASNKOV S. G., Electricestvo, Izd. „Nauka", Moscova, 1977
25. KEY E. G. Principles of Electricity for Students of Physics and Engineering, Barnes and Nobl Inc. 1969
26. KIP A. F. Fundamentals of Electricity and Magnetism. McGraw-Hill Book Company, 1969
27. KNOIBIULI F. K. Pasobie dlia povtorenia fiziki. Energizdat, 1981
28. KRONING R. Textbook of Physics. Pergamon Press, 1959
29. KUCHLING H. Physik, Veb Fachbuchverlag, Leipzig, 1980
30. LANDSBERG G.S. Textbook of Elementary Physics, Mir Publishers, Moscova 1972
31. LOBKOWICZ F., MELISSINOS A. C. Physics for Scientists and Engineers, W. B. Saunders Company, 1975
32. LORIAN P., CORSON D. R., Electromagnetism, Principles and Applications, W.H. Freeman and Company, 1979
33. LUCA E., CIUBOTARIU C., ZET G., PĂDUREANU A. Fizică generală, E.D.P. Bucureşti, 1982
34. MATVEEV A. M., Electricestvo i magnetism, Izd. „Vissaia şcola", Moscova, 1983
35. NICULA AL., CRISTEA GH., SIMON S. Electricitate şi magnetism, E.D.P. Bucureşti, 1982.
36. OREER J. Physics, McMillan Publishing Inc. 1969
37. ORESKIN P. T. Fizika poluprovodnicov i dielectricov, Izd. „Vissaia şcola", Moscova, 1977
38. PURCELL F. M. Cursul de fizică – Berkeley – Electricitate şi magnetism, E.D.P. Bucureşti, 1982
39. POPESCU I. M. Fizica, vol. I, E.D.P. Bucureşti, 1982
40. POPOV V. S. Teoreticescaia electrotehnica, Izd. Energia, Moscova, 1978
41. SAISON A. et all. Physique, Fermond Nathan, Paris, 1981
42. SAVELIEV I.V. Curs obscei fiziki, vol. 2. Izd. „Nauka", Moscova, 1982
43. SEARS F. W., ZEMANSKY M. W., YOUNG H. D. Fizica, E.D.P. Bucureşti, 1983
44. TILLEY D.E., University Physics for Science and Engineering, Cummings Publishing Company, 1976
45. TIPLER P. A. Physics, Worth Publishers Inc. 1976
46. WANGSNESS R. K. Electromagnetic fields, John Wiley and Sons Inc., 1979
47. WEHLAN P. M., HODGSON M. J. Essential Pre-University Physics, John-Murray, 1971